

# Wiskunde op olympisch niveau: iedereen kan het

Birgit van Dalen  
Quintijn Puite



0

## Wiskunde Olympiade

- Jaarlijks zo'n 10.000 deelnemers aan eerste ronde op alle scholen.
- De 30 allerbesten worden getraind.
- Drie internationale wedstrijden.



1

## Training

- Internationale wedstrijd: 3 opgaven in 4,5 uur

**Opgave 1.** Bewijs voor elk paar (strikt) positieve gehele getallen  $k$  en  $n$  dat er  $k$  (niet noodzakelijk verschillende) positieve gehele getallen  $m_1, m_2, \dots, m_k$  bestaan zodanig dat

$$1 + \frac{2^k - 1}{n} = \left(1 + \frac{1}{m_1}\right) \left(1 + \frac{1}{m_2}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{m_k}\right).$$

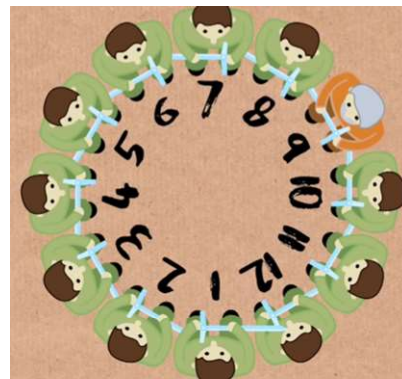
- **Training: meer wiskundige technieken.**
- **Maar ook: aanpak, strategie. Hoe krijg je houvast op zo'n probleem?**
- **Dit kan iedereen leren!**



2

## Een voorbeeld

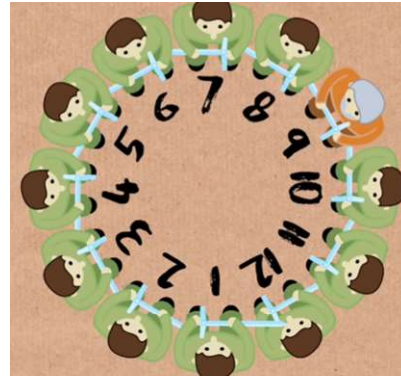
- Het probleem van Josephus:
- Numberphile
- Even in het echt proberen: welke workshopdeelnemer overleeft?



3

## Een voorbeeld

- Nu systematisch kleine gevallen uitwerken.
- Iedereen doet 1 t/m 10 om erin te komen.
- Daarna iedereen twee grotere gevallen (achterkant werkblad).
- Straks samenvoegen.



4

## Tweede voorbeeld

Een rij getallen  $a_0, a_1, a_2, \dots$  begint met de getallen  $a_0 = 2$  en  $a_1 = 3$ . Vervolgens wordt elk volgend getal  $a_{n+1}$  gemaakt uit de vorige twee getallen  $a_{n-1}$  en  $a_n$  volgens één van de volgende regels:

$$a_{n+1} = 2a_n \text{ of } a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1}.$$

Kan het getal 2019 in de rij voorkomen?

- Vijf minuten zelf proberen.  
Kleine gevallen doen!
- Dan gezamenlijk bepreken.



5

## Derde voorbeeld

De getallen 1 tot en met 12 worden in een rijtje achter elkaar gezet. Het aantal manieren waarop dit kan is  $12 \times 11 \times 10 \times \dots \times 1$ . We eisen dat er in zo'n rijtje precies één getal staat dat kleiner is dan het getal dat er direct aan voorafgaat. Hoeveel van de  $12 \times 11 \times 10 \times \dots \times 1$  rijtjes voldoen aan deze eis?

- **Vijf minuten zelf proberen. Kleine gevallen doen!**
- **Dan gezamenlijk bepreken.**



6

## Zelf aan de slag

- **Vier opgaven om zelf mee aan de slag te gaan.**



7

## Reflectie

- Heeft u vandaag iets nieuws geleerd?
- Heeft u plezier beleefd aan deze workshop?
- Hoe zou u dit in de klas kunnen inzetten?



8

## Reflectie



9