

Vrijdagavondquiz NWD 2024

Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade

vrijdag 5 april 2024



Presentatie:

Marjolein Kool
Quintijn Puite

Jury:

Richard Wols
Sietske Tacoma

Samenstelling:

Richard Wols
Quintijn Puite



Vorronde



Spelregels

- Elke vraag is meerkeuze: A of B
- Elke vraag 20 seconden de tijd
- Bordje opsteken zodra de tijd om is
- Wie het fout heeft, legt stembordje onder stoel
- Wie het goed heeft, gaat door
- Ongeveer 8 finalisten



Vraag 0

Even inkomen



Vraag 0 – Even inkomen

De hoeveelste NWD is dit?

A

de 29e

B

de 30e



Uitwerking vraag 0

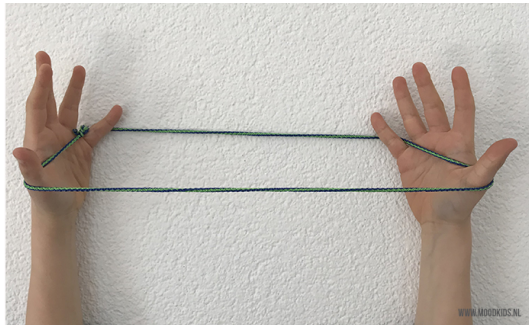
- Het is de 30e NWD!

Conclusie: B (de 30e)



Vraag 1

Touwtje



Vraag 1 – Touwtje

Jippe heeft een touwtje. Hij knoopt de twee uiteinden aan elkaar, en maakt daarmee een rechthoekje met een omtrek van 40 cm. Hij zoekt het rechthoekje met de grootste oppervlakte. Wat zijn de verhoudingen tussen de zijdes van dit rechthoekje?

A

 $1 : 1$

B

 $1 : \varphi$ met $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 

Uitwerking vraag 1

- De lengte en breedte van het rechthoekje zijn samen 20.
- De lengte is dus $10 + x$ en de breedte juist $10 - x$.
- De oppervlakte is dan $(10 + x)(10 - x) = 100 - x^2$.
- Dat is maximaal voor $x = 0$, dus als het rechthoekje een vierkant is.

Conclusie: A (1 : 1)



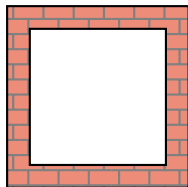
Vraag 2

Door dik en dun



Vraag 2 – Door dik en dun

De binnenomtrek van dit vierkante muurtje is 80 dm, de buitenomtrek 96 dm.
Hoe dik is het muurtje?

**A**

2 dm

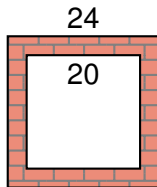
B

4 dm



Uitwerking vraag 2

- De zijdelengte van het binnenvierkant is 20 dm, die van het buitenvierkant 24 dm.
- Daar zit 4 dm tussen; dat is twee keer de dikte van de muur.
- De muur is dus 2 dm dik.



Conclusie: A (2 dm)



Vraag 3

Fietsen



Vraag 3 – Fietsen

Anouk en Bas gaan beiden op de fiets naar hun werk. Ze beginnen beiden met een snelheid van 15 km/u en trekken aan het einde een sprint van 20 km/u.

Anouk fietst de helft van de **tijd** het snelle tempo.

Bas begint juist na de helft van de **afstand** te sprinten.

Wie heeft er gemiddeld sneller gefietst?

A

Anouk

B

Bas



Uitwerking vraag 3

- Anouk fietst evenveel minuten 15 km/u als 20 km/u.
- Bas fietst meer minuten 15 km/u dan dat hij 20 km/u fietst.
- Bas fietst daarom gemiddeld iets langzamer.
- Dus Anouk heeft gemiddeld sneller gefietst.

Conclusie: A (Anouk)



Vraag 4

Gondel



Vraag 4 – Gondel

Paul Drijvers gaat met een berggondel naar beneden. Terwijl hij met de gondel naar beneden gaat, komt hij 17 andere gondels tegen. Hoeveel gondels zijn er in totaal?

Opgave afkomstig uit de oratie van Paul Drijvers: http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/Oratie_Paul_Drijvers_facsimile_20150521.pdf

A

18

B

34



Uitwerking vraag 4

- Als eerste komt hij de gondel tegen die direct achter hem zit (en die net aankomt bij het bergstation).
- Als laatste komt hij de gondel tegen die direct voor hem zit (en die net vertrekt vanaf het grondstation).
- Hij komt dus alle andere gondels tegen en dat zijn er blijkbaar 17.
- Dus er zijn in totaal 18 gondels.

Conclusie: A (18)



Vraag 5

Machtig



Vraag 5 – Machtig

Welk getal is groter?

A

$$10^{11}$$

B

$$11^{10}$$



Uitwerking vraag 5

- We halen voor beide getallen factor 10^{10} uit het getal en vergelijken de quotiënten.
- $10^{11} = 10^{1+10} = 10 \cdot 10^{10}$
- $11^{10} = (1,1 \cdot 10)^{10} = 1,1^{10} \cdot 10^{10}$
- $10 > 1,1^{10} (\approx 2,6)$, dus 10^{11} is het grootste.

Conclusie: A (10^{11})



Vraag 6

Sokken



Vraag 6 – Sokken

In Birgits wasdroger zitten twee paar sokken: een rood paar en een blauw paar. Birgit trekt willekeurig de eerste twee sokken eruit en maakt er een paar van.

Wat is de kans dat ze per ongeluk een rode en blauwe sok heeft gepakt?

A

 $1/2$

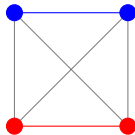
B

 $2/3$ 

Uitwerking vraag 6

- Er zijn zes mogelijke paren te maken uit vier sokken.
- Precies één van die zes is een blauw-blauw-paar en precies één is een rood-rood-paar.
- De overige vier paren zijn dus allemaal fout. De kans is dus $4/6 = 2/3$.

Conclusie: B (2/3)



Finale



Doet uw school al mee met de Wiskunde Olympiade?

www.wiskundeolympiade.nl



Spelregels

- Zeskeuzevragen
- Antwoord weergeven met dobbelsteen
- Beschikbare tijd iets langer dan bij voorronde; het muziekje gaat pas later aan
- Aantal punten variabel per vraag
- Totaal 95 punten



Vraag 1

Nog een één

- 18 punten



Vraag 1 – Nog een één

Gegeven zijn 12 enen:

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

Richard heeft het grootste gehele getal gevonden dat gemaakt kan worden door de bewerkingen $+$, $-$, \times en \div tussen te voegen en verder desgewenst haakjes te plaatsen.

In welk interval ligt dit getal?



10 t/m 29



60 t/m 69



30 t/m 49



70 t/m 79



50 t/m 59



80 of hoger



Uitwerking vraag 1

- We kijken eerst hoever we komen met alleen maar $+$ en \times .
- Door de enen te paren krijgen we
 $(1+1) \times (1+1) \times (1+1) \times (1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 2^6 = 64$.
- Met telkens drie enen krijgen we
 $(1+1+1) \times (1+1+1) \times (1+1+1) \times (1+1+1) = 3^4 = 81 \geq 80$.
- Met de enen in groepjes van 4 krijgen we
 $(1+1+1+1) \times (1+1+1+1) \times (1+1+1+1) = 4^3 = 64$.
- Leuk weetje: het maximum van de functie $f(n) = n^{12/n}$ is $n = e$ (en die 12 doet er niet toe).

Conclusie:



80 of hoger



Vraag 2

Stelsel

- 15 punten



Vraag 2 – Stelsel

Het volgende stelsel vergelijkingen heeft een unieke oplossing (a, b, c, d) . Hoe groot is a ?

$$2a + b + c + d = 21$$

$$a + 2b + c + d = 22$$

$$a + b + 2c + d = 23$$

$$a + b + c + 2d = 24$$



1



2



3



4



5



6



Uitwerking vraag 2

- Optellen geeft $5a + 5b + 5c + 5d = 21 + 22 + 23 + 24 = 90$.
- Delen door 5 geeft vervolgens $a + b + c + d = 18$.
- Trekken we dit af van de eerste vergelijking, dan vinden we

$$2a + b + c + d = 21$$

$$\underline{a + b + c + d = 18}$$

$a = 3$, en daarmee zijn we klaar.

- Alternatief: uit de eerste twee vergelijkingen volgt $b - a = 1$; zo ook $c - b = 1$ en $d - c = 1$.
- Daarmee gaat $2a + b + c + d = 21$ over in $2a + (a + 1) + (a + 2) + (a + 3) = 21$.
- Uit $5a + 6 = 21$ volgt $a = 3$.

Conclusie:  3



Vraag 3

Tweemacht

- 21 punten



Vraag 3 – Tweemacht

Op welk cijfer eindigt 2^{2024} ?



1



2



0



4



8




6



Uitwerking vraag 3

- De eerste tweemachten zijn: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048, 4096, ...
- De eindcijfers zijn dus achtereenvolgens 2, 4, 8 en 6, en dat patroon herhaalt zich steeds.
- De exponent 2024 is een viervoud, dus 2^{2024} eindigt op hetzelfde eindcijfer als 2^4 , 2^8 , 2^{12} et cetera.
- Dat is het eindcijfer 6.

Conclusie:  6



Vraag 4

Mozaïek

- 16 punten



Vraag 4 – Mozaïek

In dit mozaïek uit het Victoria and Albert Museum in Londen zie je regelmatige achthoeken (met oranje rand) die telkens vier congruente vliegers insluiten. De (groene) vlieger bevat twee even grote stompe hoeken. Hoe groot zijn die hoeken?


 105°

 110°

 $107\frac{1}{2}^\circ$

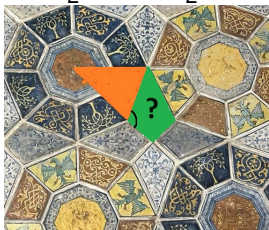
 112°

 108°

 $112\frac{1}{2}^\circ$


Uitwerking vraag 4

- De (volledige) achthoek bestaat uit acht congruente gelijkbenige driehoeken met tophoek $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$.
- De basishoeken van zo'n driehoek zijn dus $\frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = 67\frac{1}{2}^\circ$.
- De gevraagde stompe hoek vormt hiermee een gestrekte hoek, dus is $180^\circ - 67\frac{1}{2}^\circ = 112\frac{1}{2}^\circ$.



Conclusie:



$112\frac{1}{2}^\circ$



Vraag 5

Product

- 25 punten



Vraag 5 – Product

Wat is de uitkomst van

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{9}\right) \times \left(1 - \frac{1}{16}\right) \times \left(1 - \frac{1}{25}\right) \times \left(1 - \frac{1}{36}\right)?$$


 $\frac{1}{12}$

 $\frac{7}{12}$

 $\frac{3}{12}$

 $\frac{9}{12}$

 $\frac{5}{12}$

 $\frac{11}{12}$


Uitwerking vraag 5

- $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{9}\right) \times \left(1 - \frac{1}{16}\right) \times \left(1 - \frac{1}{25}\right) \times \left(1 - \frac{1}{36}\right)$
- $\frac{1 \times 3}{2 \times 2} \times \frac{2 \times 4}{3 \times 3} \times \frac{3 \times 5}{4 \times 4} \times \frac{4 \times 6}{5 \times 5} \times \frac{5 \times 7}{6 \times 6}$
- $\frac{1}{2} \times \frac{3 \times 2}{2 \times 3} \times \frac{4 \times 3}{3 \times 4} \times \frac{5 \times 4}{4 \times 5} \times \frac{6 \times 5}{5 \times 6} \times \frac{7}{6}$
- $\frac{1}{2} \times \frac{7}{6} = \frac{7}{12}$

Conclusie:



$\frac{7}{12}$



Prijsuitreiking



Einde

