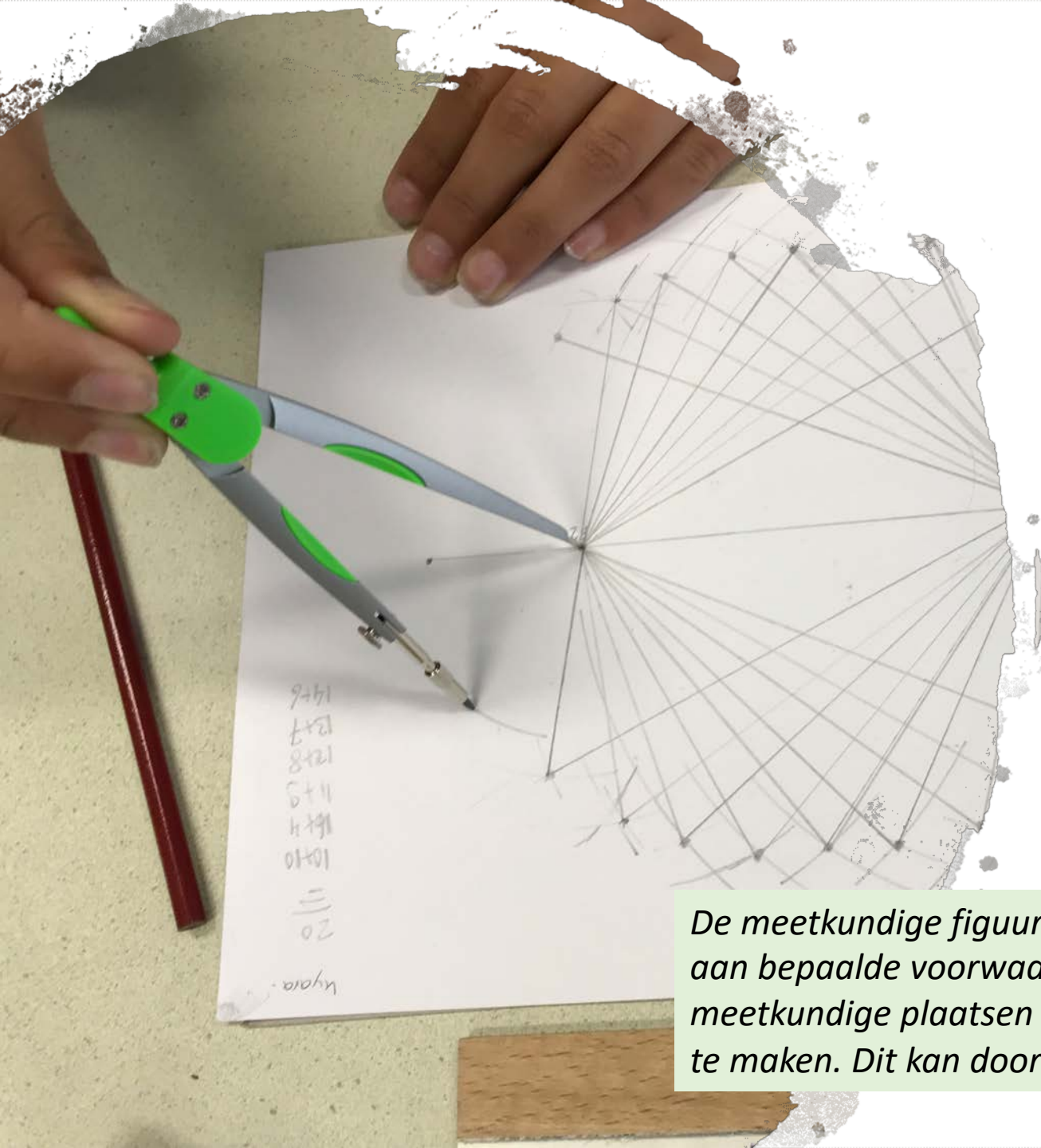


Werkboekje constructies maken NWD 2019

Aanwijzingen voor het construeren van:

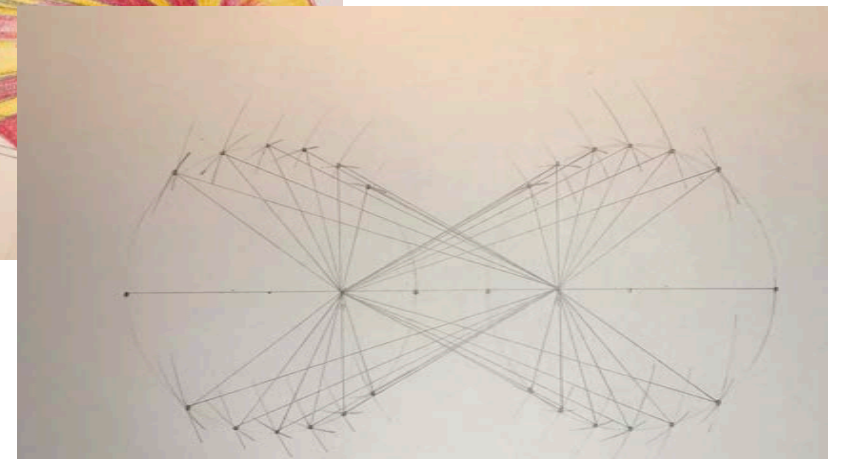
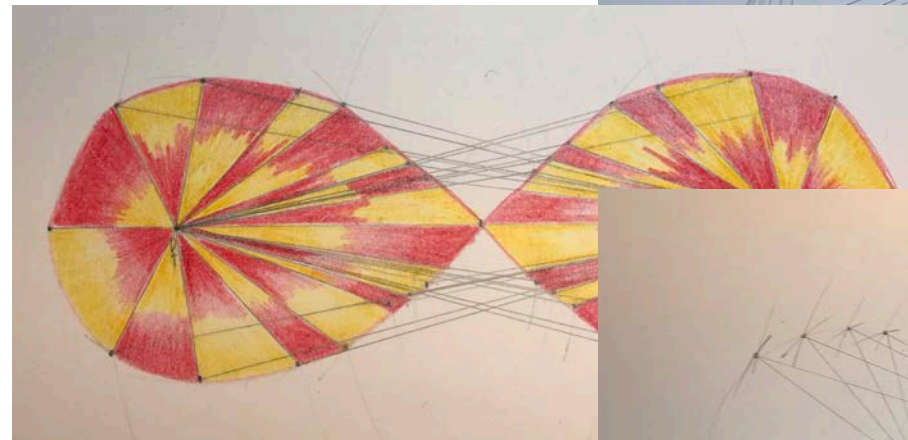
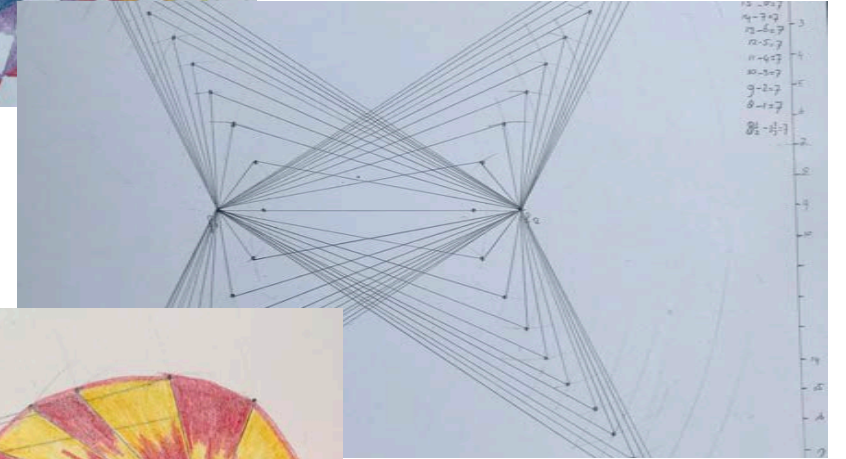
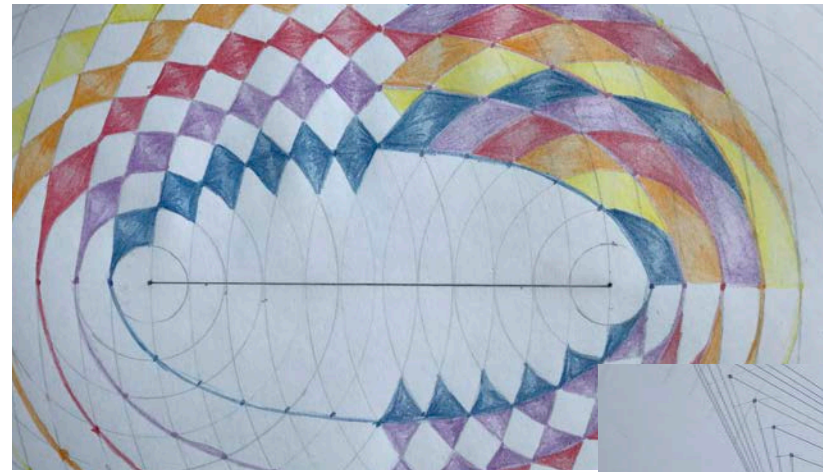
1. Een ellips
2. Een hyperbool
3. Een lemniscaat
4. De cirkels van Apollonius

De meetkundige figuur die wordt gevormd door een verzameling punten die voldoen aan bepaalde voorwaarden heet de meetkundige plaats van die punten. Deze meetkundige plaatsen kunnen worden gebruikt om de 4 basisbewerkingen zichtbaar te maken. Dit kan door creatief kleurgebruik extra aantrekkelijk worden gemaakt.



Inhoudsopgave

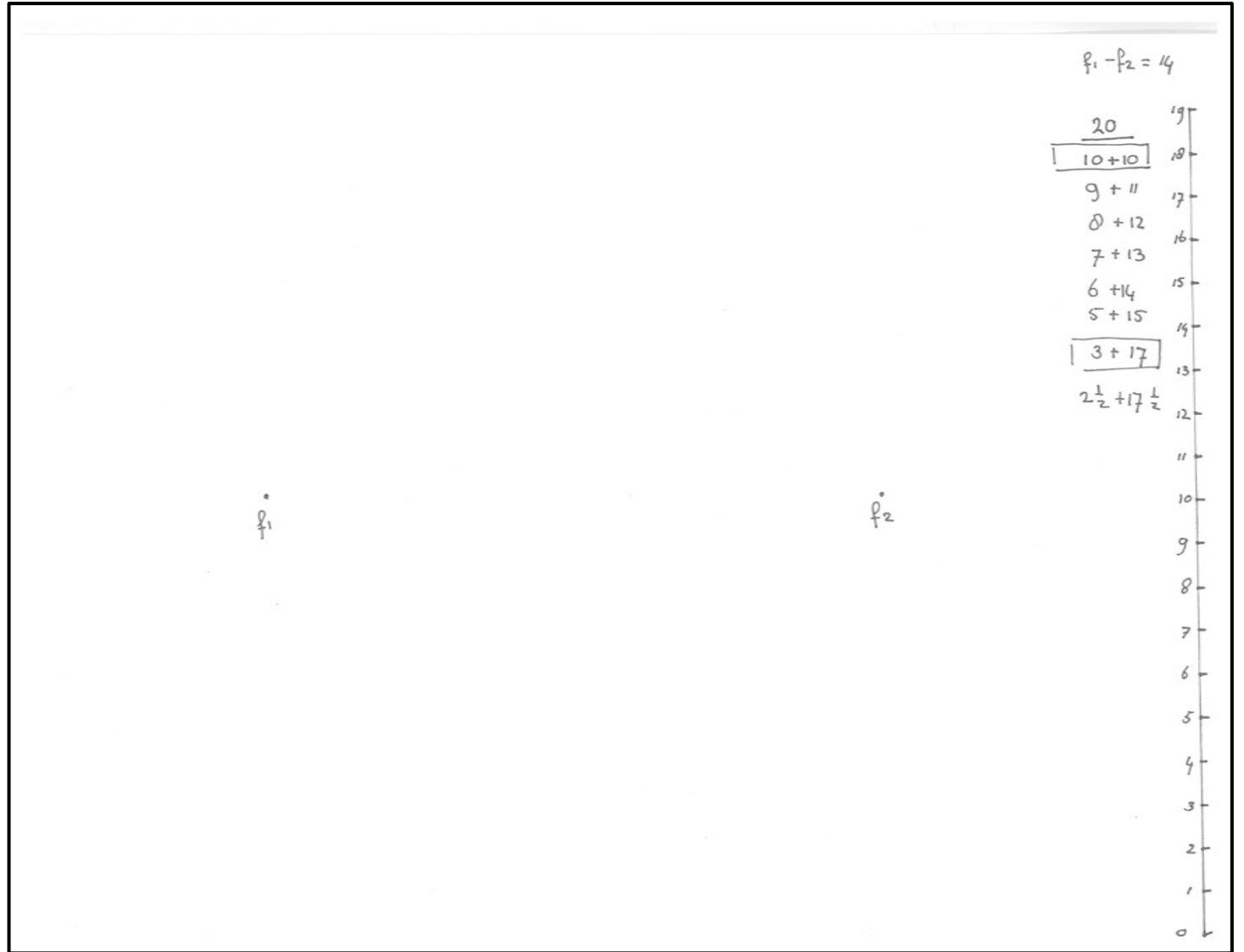
1. De ellips: slide 3 - 11
2. De hyperbool: slide 12 - 18
3. De lemniscaat: slide 19 - 24
4. De cirkels van Appolonius: slide 25 - 30
5. Extra voorbeelden: slide 31



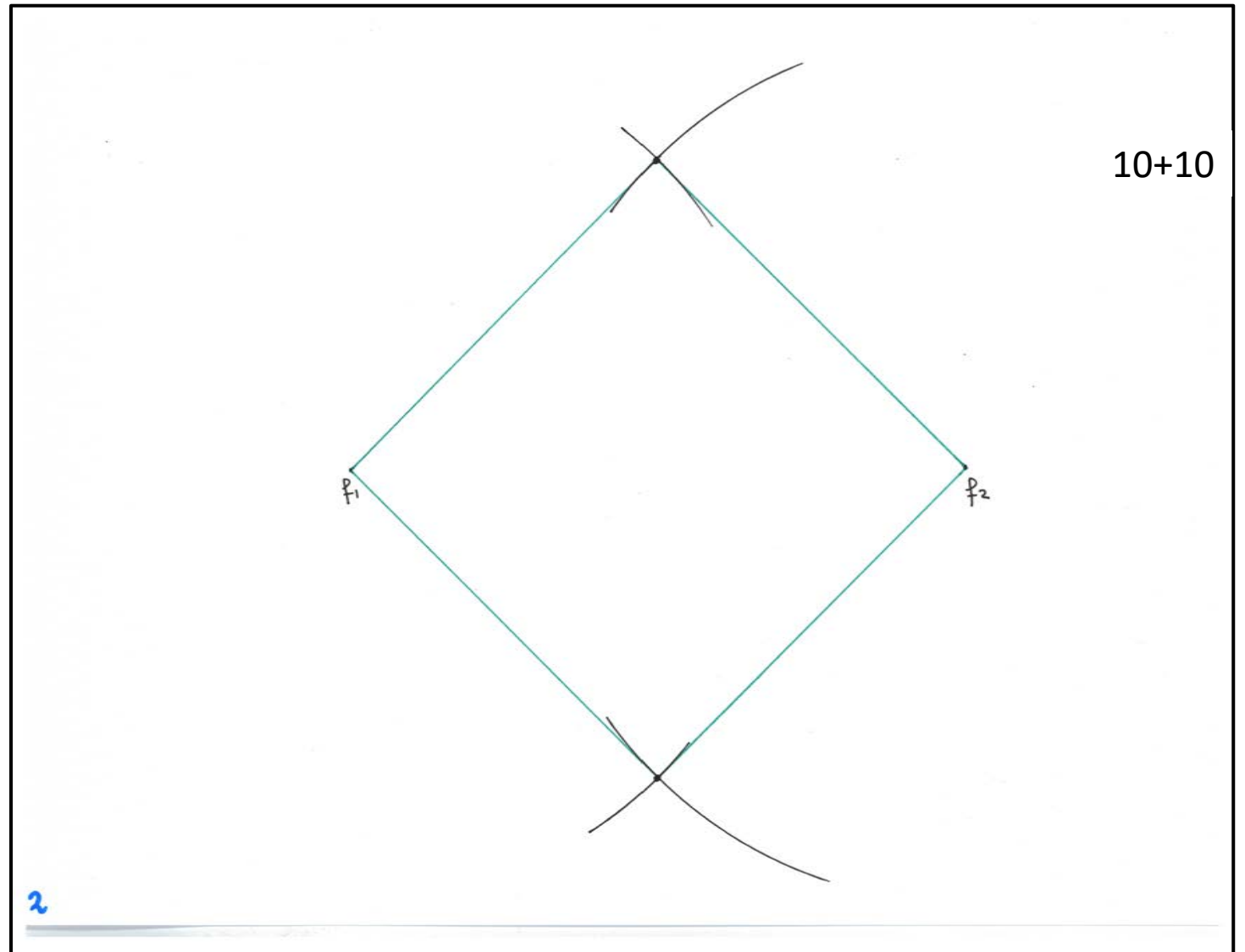
Ellips stappenplan

- Nodig: liniaal, passer, (kleur) potloden (We hebben extra meegenomen 😊)
- Teken op A4 formaat papier de brandpunten f_1 - f_2 , onderlinge afstand is 14 cm. Constante = 20
- Teken daarna de schaalverdeling aan de rechterkant van het blad. Dit is later handig voor werken met passer.
- Voorbeeldtekeningen in werkboekje niet op schaal!

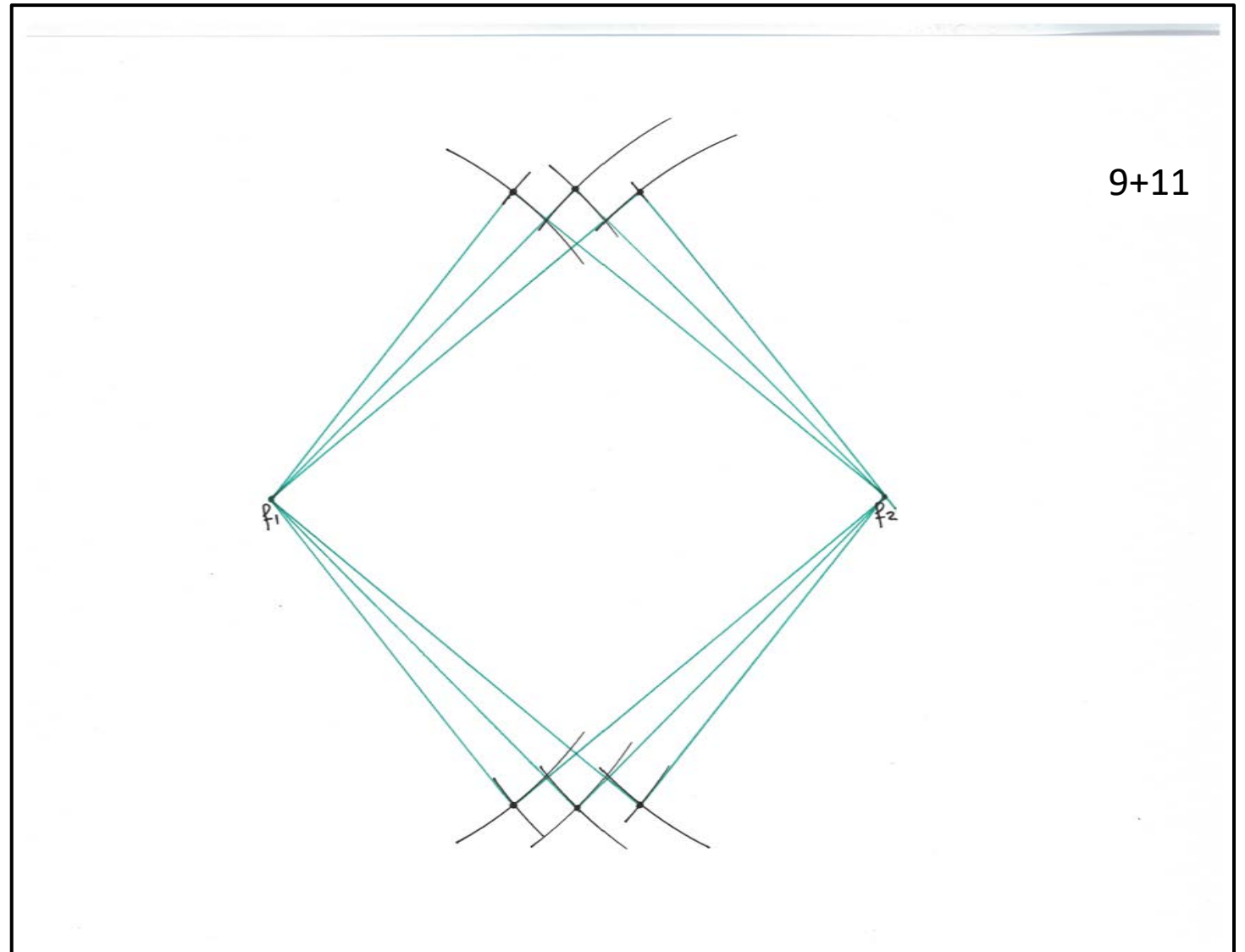
Een ellips wordt gevormd door de punten waarvoor geldt dat de som van de afstanden tot 2 gekozen punten (de zogenaamde brandpunten) constant is



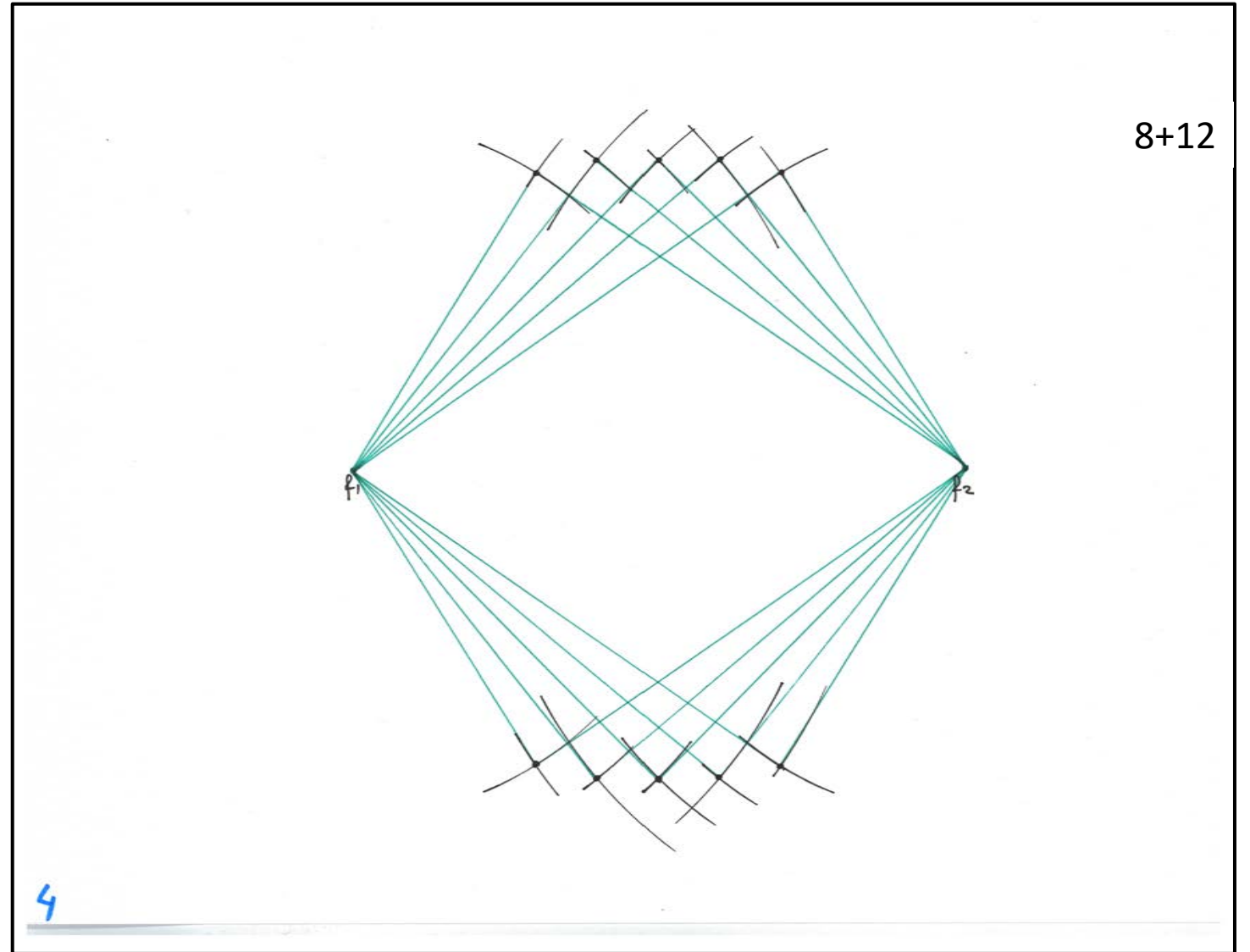
Neem 10 cm tussen de passer en teken de cirkelbogen vanuit f_1 en f_2 . De groene lijnen geven de afstand van 10 cm aan. Zo wordt de som $10+10=20$ zichtbaar gemaakt.



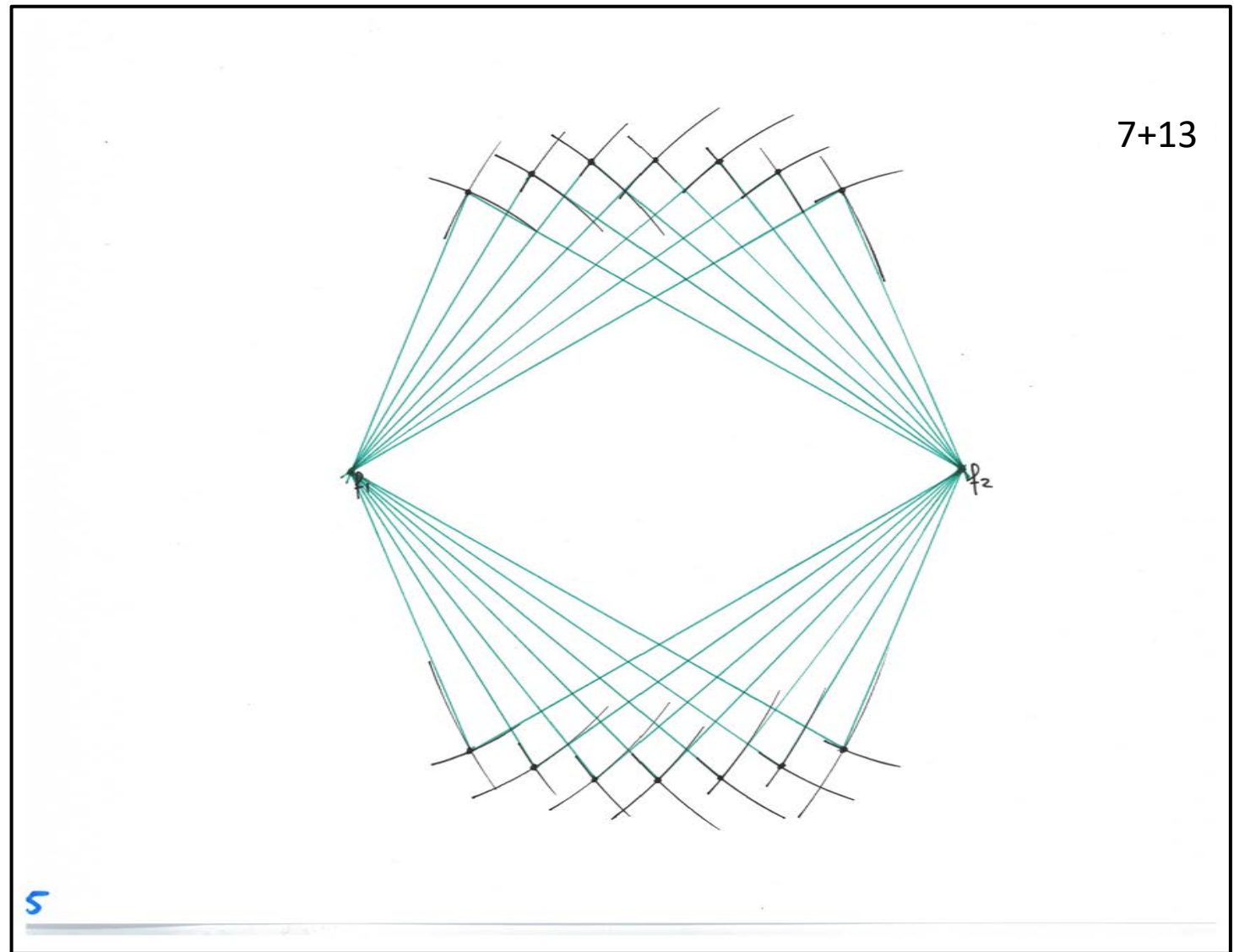
We tekenen nu de cirkelbogen van 9 en 11 cm. Zo vinden we 4 nieuwe punten van de ellips.
 $9+11=20$



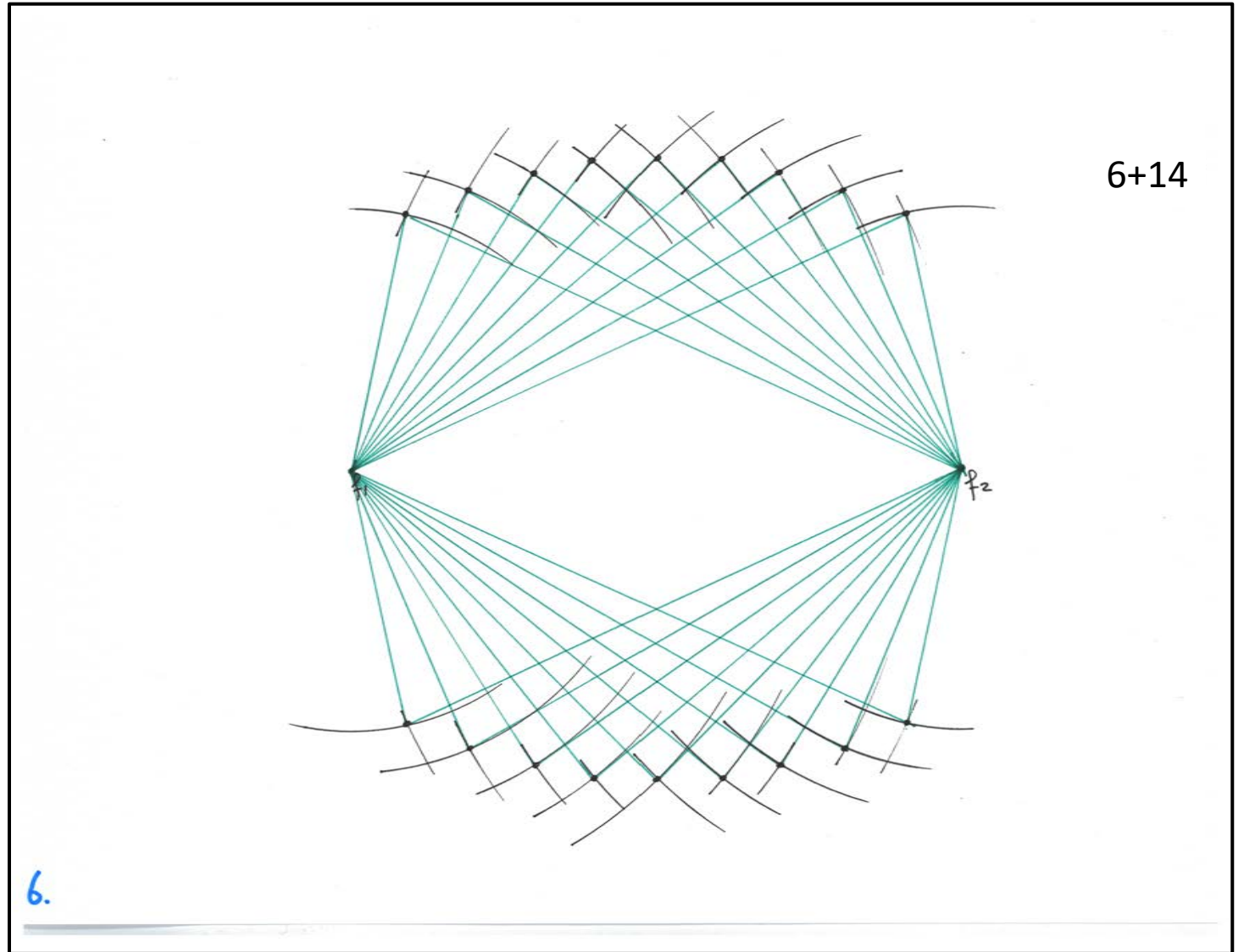
We gaan verder met de
cirkelbogen van 8 en 12 cm.
Daarmee hebben we weer 4
nieuwe punten van de ellips.
 $8+12=20$



We gaan verder met de
cirkelbogen van 7 en 13 cm.
Daarmee hebben we weer 4
nieuwe punten van de ellips.
 $7+13=20$



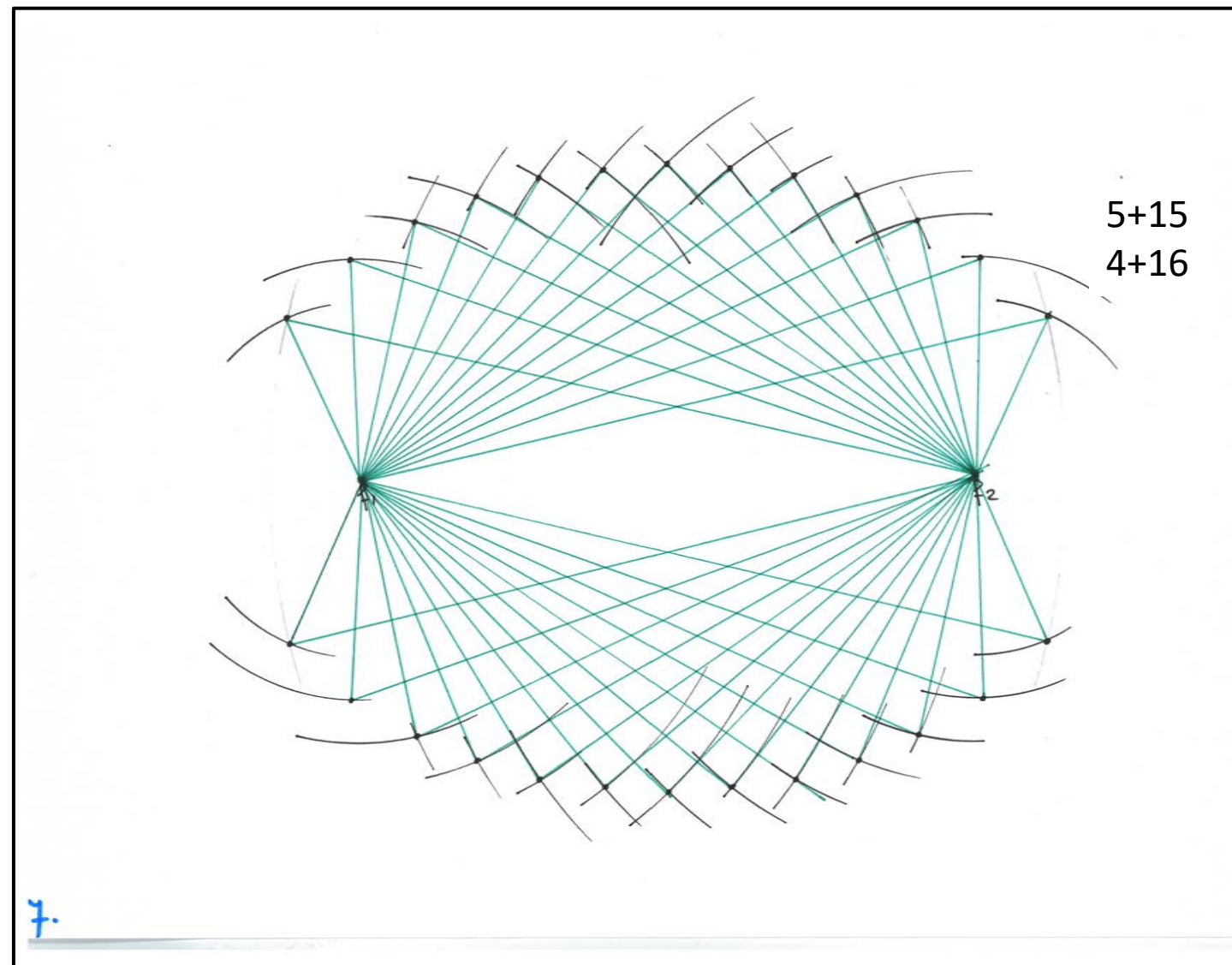
We gaan verder met de
cirkelbogen van 6 en 14 cm.
Daarmee hebben we weer 4
nieuwe punten van de
ellips.
 $6+14=20$



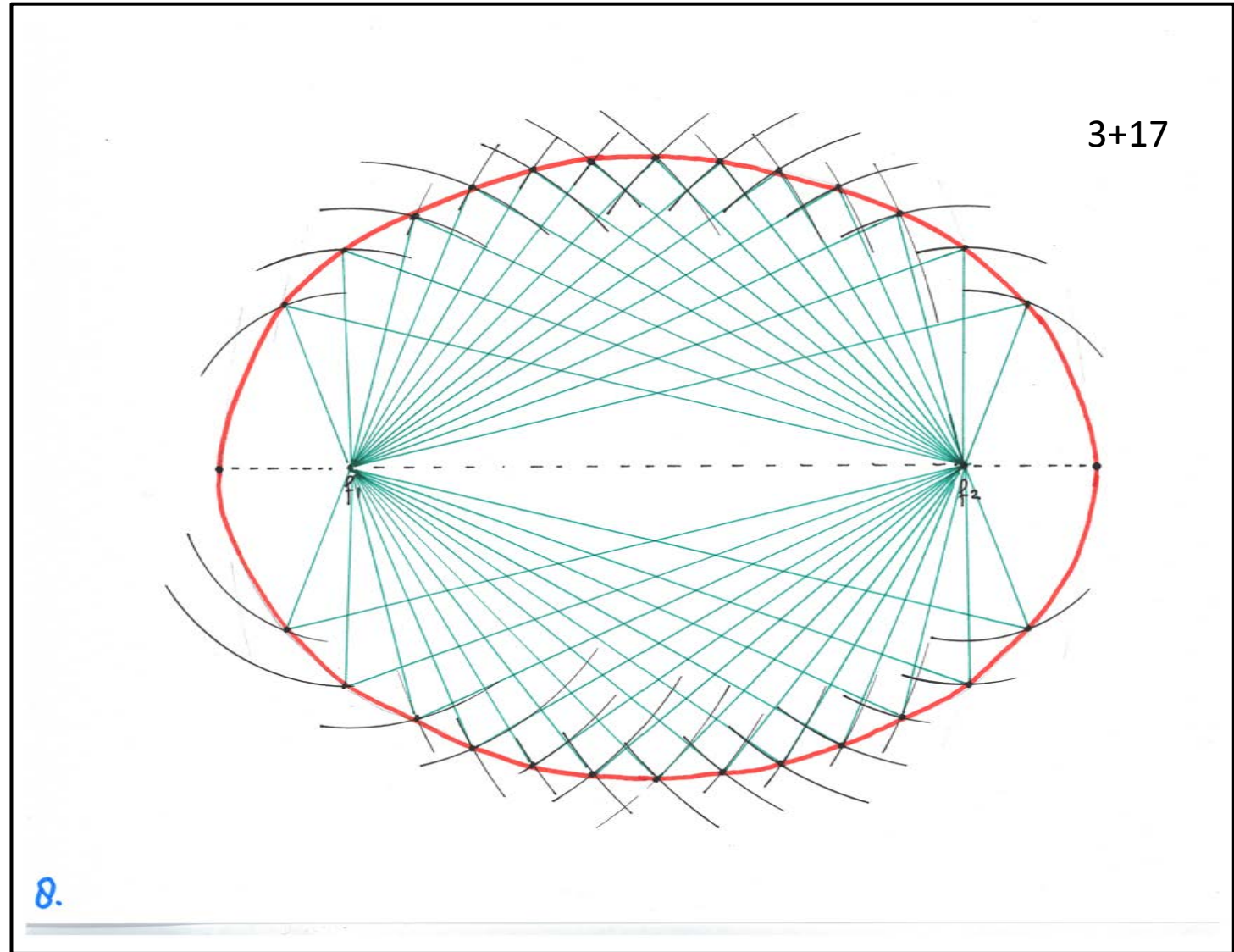
In deze tekening gaan we 8
nieuwe punten van de ellips
vinden.

$$5+15=20$$

$$4+16=20$$

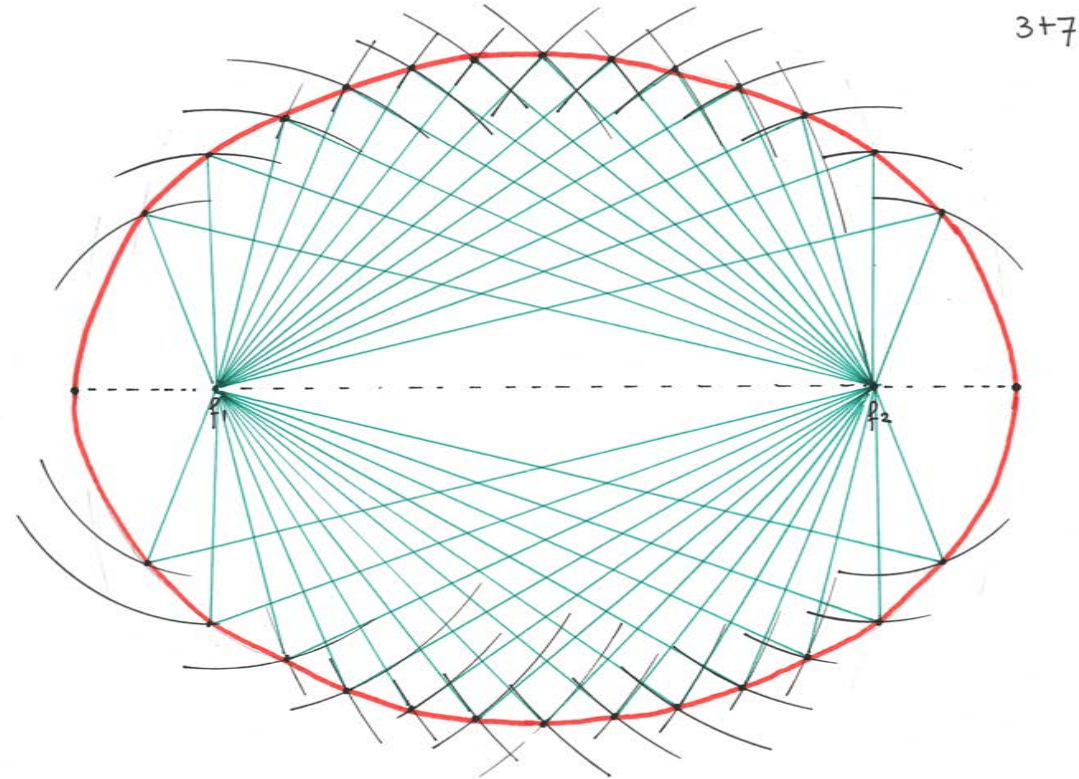


De laatste 2 punten van
de ellips liggen op de lijn
door de brandpunten f_1 en f_2
 $3+17=20$
Vervolgens tekenen we de rode
ellips door alle gevonden punten.



Mogelijke vragen bij de ellips

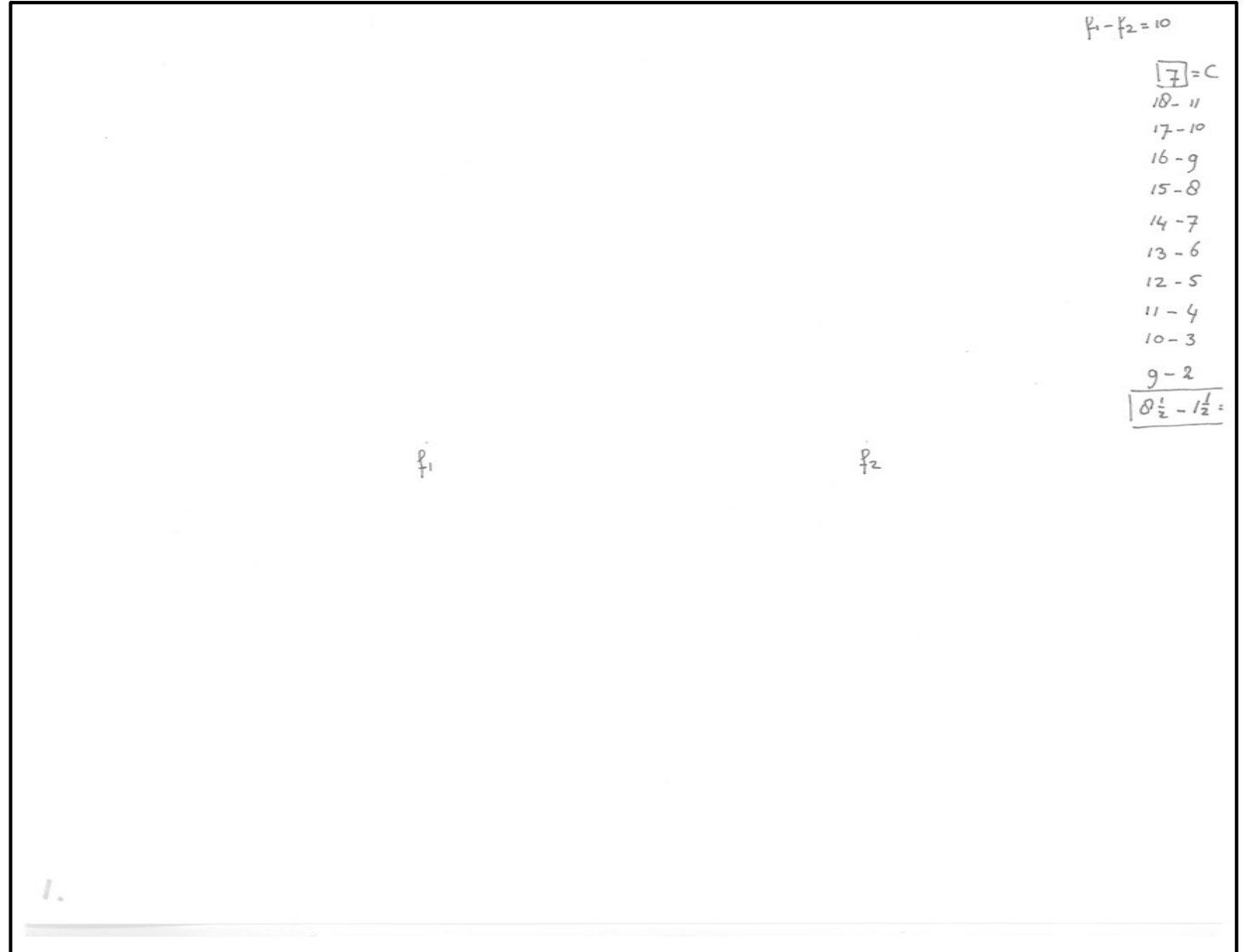
- Wat gebeurt er met de vorm van de ellips als je de afstand tussen de brandpunten groter maakt?
- Wat gebeurt er met de vorm van de ellips als je de afstand tussen de brandpunten kleiner maakt?
- Wat gebeurt er met de vorm van de ellips als je de som groter maakt?
- Wat gebeurt er met de vorm van de ellips als je de som kleiner maakt?
- Geeft de ellips alle punten waarvoor geldt dat de som een vaste waarde heeft?



Hyperbool stappenplan

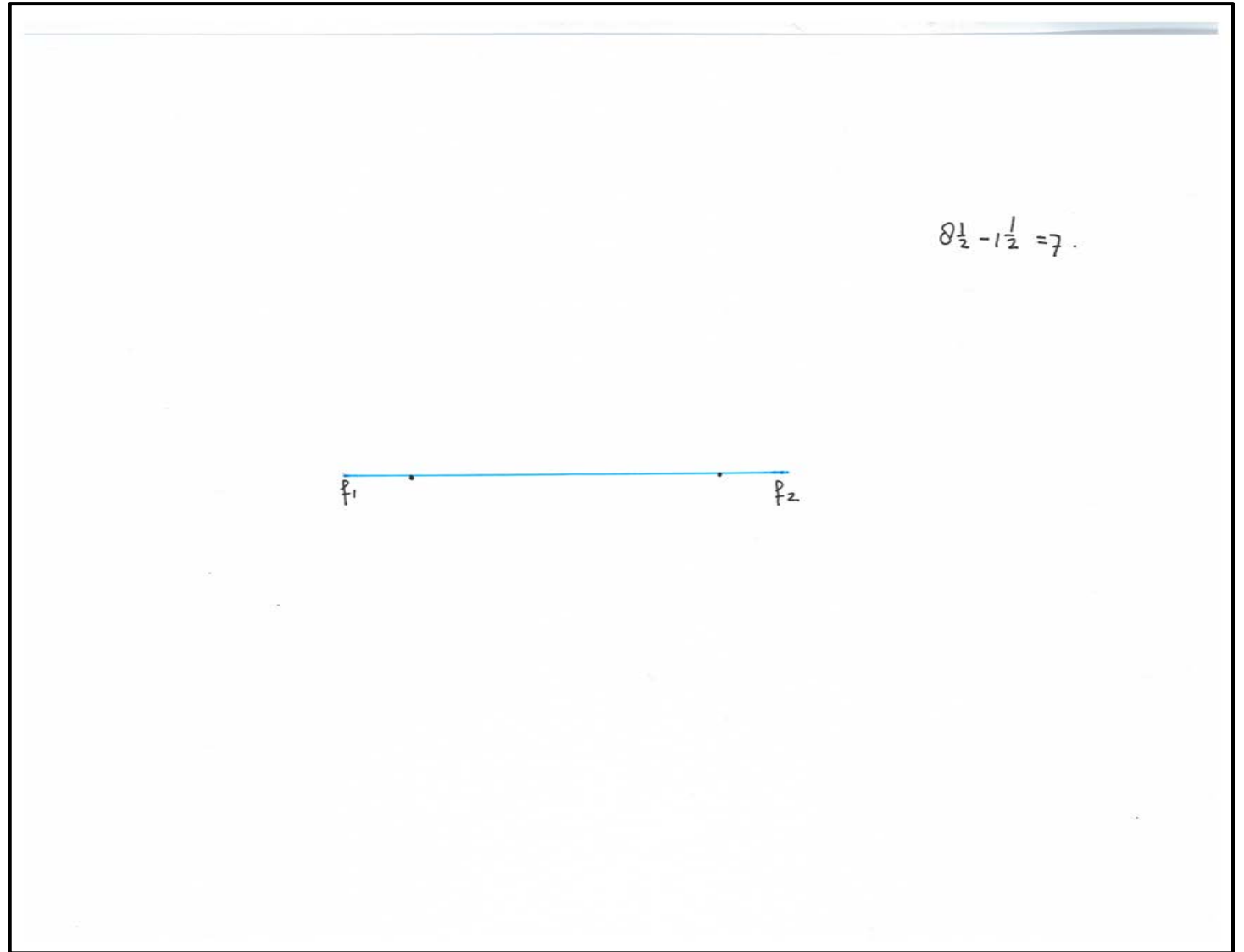
- Nodig: liniaal, passer, (kleur) potloden (We hebben extra meegenomen 😊)
- Teken op A4 formaat papier de brandpunten f_1 - f_2 , onderlinge afstand is 10 cm. De constante = 7
- Teken daarna de schaalverdeling aan de rechterkant van het blad (zie ellips slide 3). Dit is later handig voor werken met passer.
- Voorbeeldtekeningen in werkboekje niet op schaal!

Een hyperbool wordt gevormd door de punten waarvoor geldt dat het verschil van de afstanden tot 2 gekozen punten (de zogenaamde brandpunten) constant is



We beginnen op de blauwe
lijn door de brandpunten.
Hierop liggen de 2 eerste punten
van de hyperbool.

$$8.5 - 1.5 = 7$$

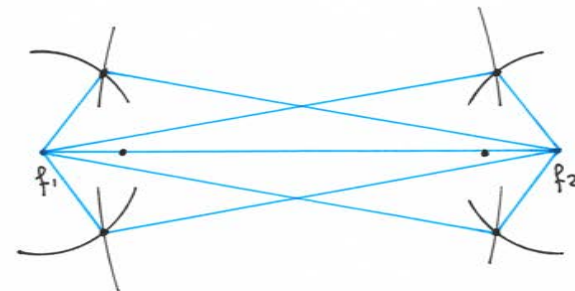


We tekenen nu de cirkelbogen van 9 en 2 cm. Zo vinden we 4 nieuwe punten van de hyperbool.

$$9 - 2 = 7$$

Met de blauwe lijnen maken we de afstanden 9 en 2 zichtbaar.

$$|9 - 2 = 7|$$

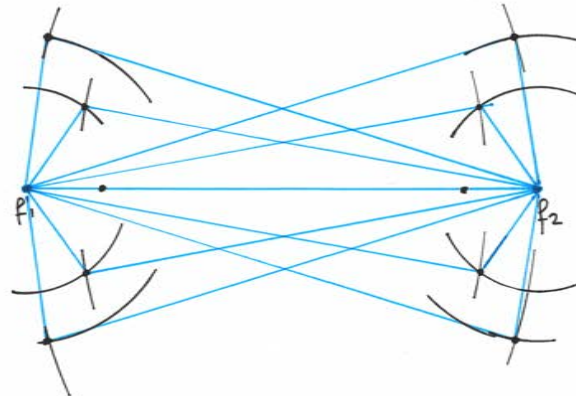


3.

We tekenen nu de cirkelbogen van 10 en 3 cm. Zo vinden we 4 nieuwe punten van de hyperbool.

$$10 - 3 = 7$$

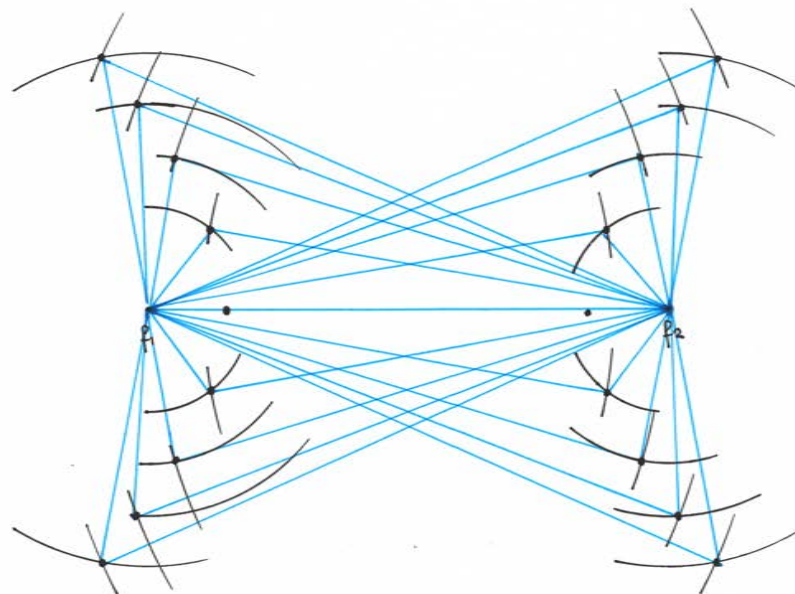
$$10 - 3 = 7$$



In deze tekening gaan we 8
nieuwe punten van de
hyperbool vinden.

$$11 - 4 = 7$$

$$12 - 5 = 7$$



In deze tekening gaan we
16 nieuwe punten van de
hyperbool vinden.

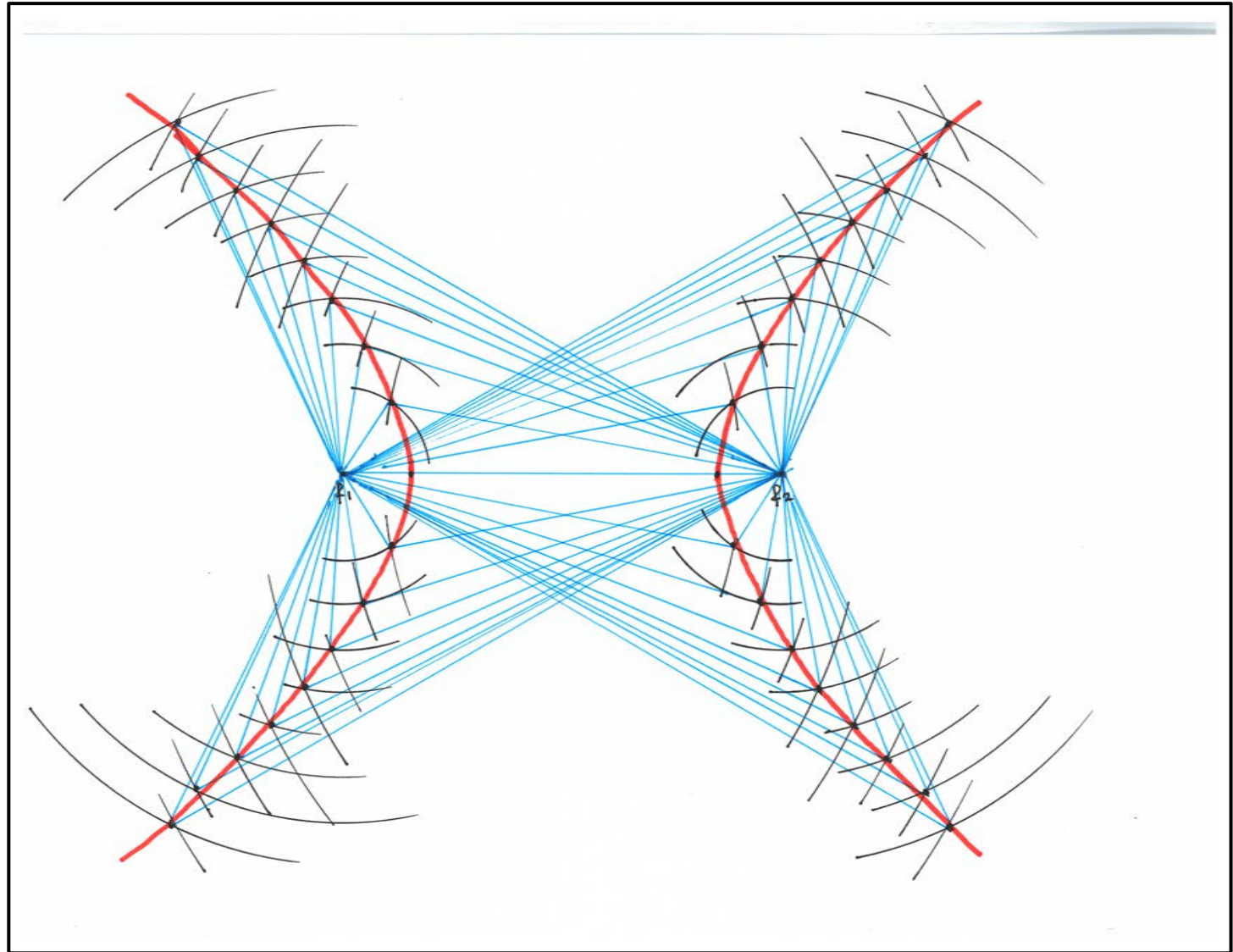
$$13 - 6 = 7$$

$$14 - 7 = 7$$

$$15 - 8 = 7$$

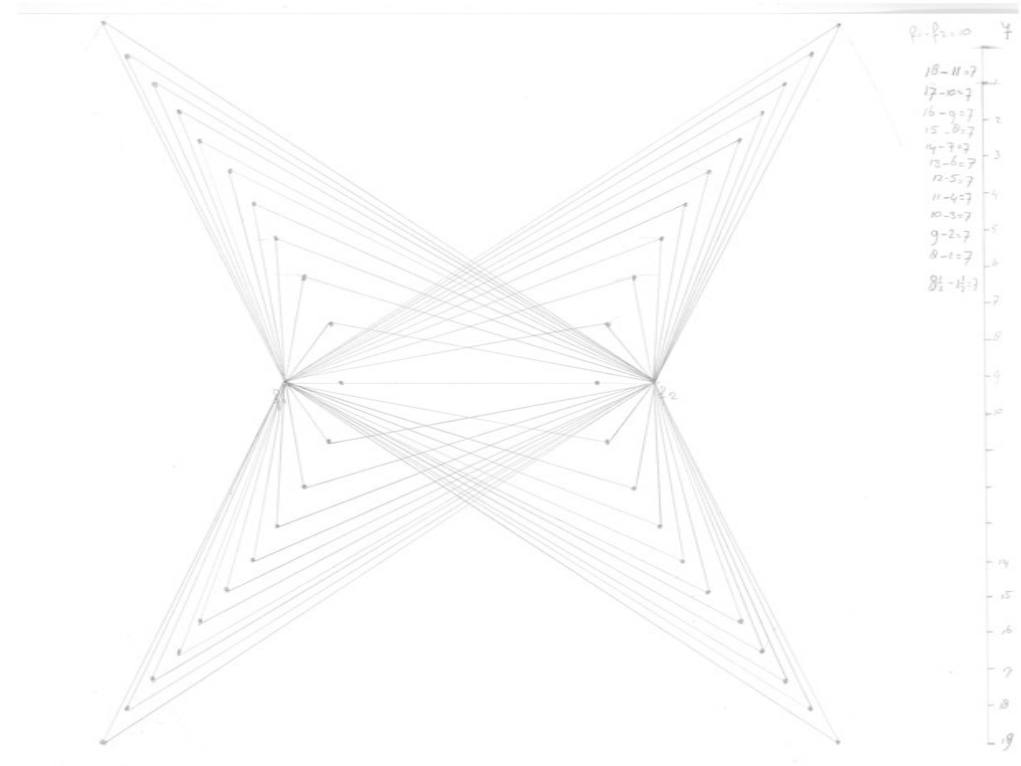
$$16 - 9 = 7$$

Vervolgens tekenen we
met de rode lijn de
hyperbool door de
gevonden punten.



Mogelijke vragen bij de hyperbool

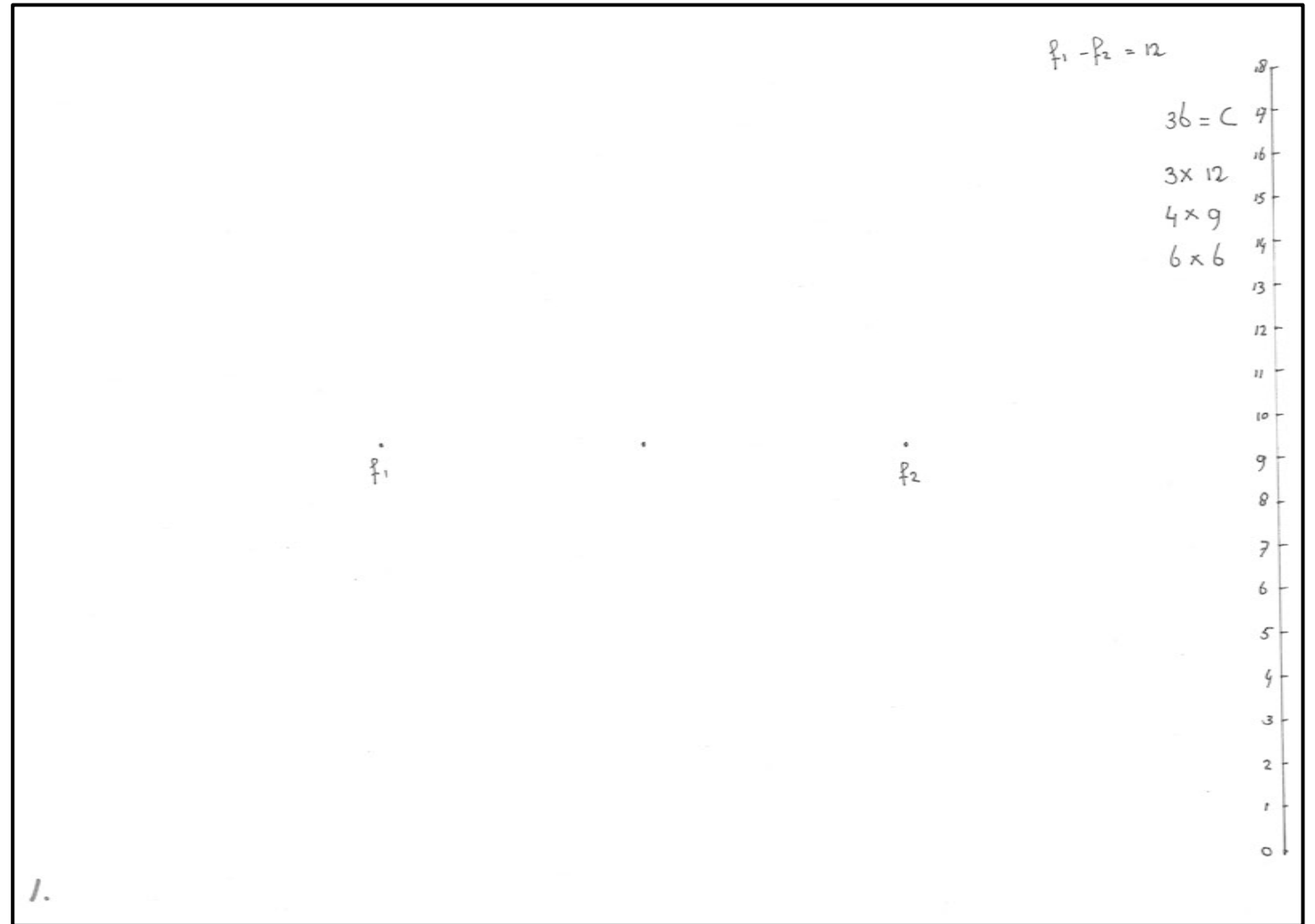
- Wat gebeurt er met de vorm van de hyperbool als je de afstand tussen de brandpunten groter maakt?
- Wat gebeurt er met de vorm van de hyperbool als je de afstand tussen de brandpunten kleiner maakt?
- Wat gebeurt er met de vorm van de hyperbool als je het verschil groter maakt?
- Wat gebeurt er met de vorm van de hyperbool als je het verschil kleiner maakt?
- Geeft de hyperbool alle punten waarvoor geldt dat het verschil een vaste waarde heeft?



Lemniscat stappenplan

- Nodig: liniaal, passer, (kleur) potloden
(We hebben extra meegenomen 😊)
- Teken op A4 formaat papier de brandpunten f_1 - f_2 , onderlinge afstand is 12 cm. De constante = 36
- Teken daarna de schaalverdeling aan de rechterkant van het blad.
Dit is later handig voor werken met passer.
- Voorbeeldtekeningen in werkboekje niet op schaal!

Een lemniscat wordt gevormd door de punten waarvoor geldt dat het product van de afstanden tot 2 gekozen punten (de zogenaamde brandpunten) constant is



We beginnen op de lijn door de brandpunten.

Hierop ligt het eerste punt van de lemniscaat.

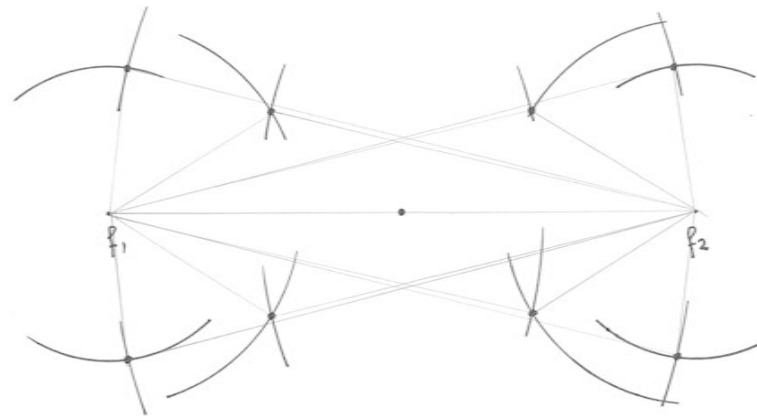
$$6 \times 6 = 36$$

De volgende 8 punten worden gevonden met de producten:

$$3 \times 12 = 36$$

$$4 \times 9 = 36$$

De dunne potloodlijnen geven de afstanden 3,4,9 en 12 aan.

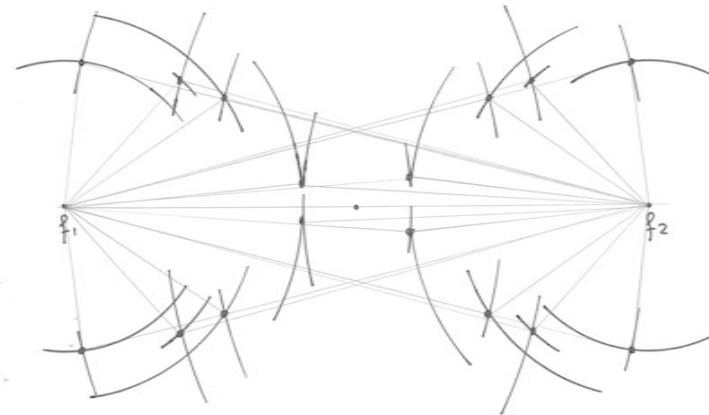


2.

De volgende 8 punten worden gevonden met de producten:

$$3.6 \times 10 = 36$$

$$4.5 \times 8 = 36$$

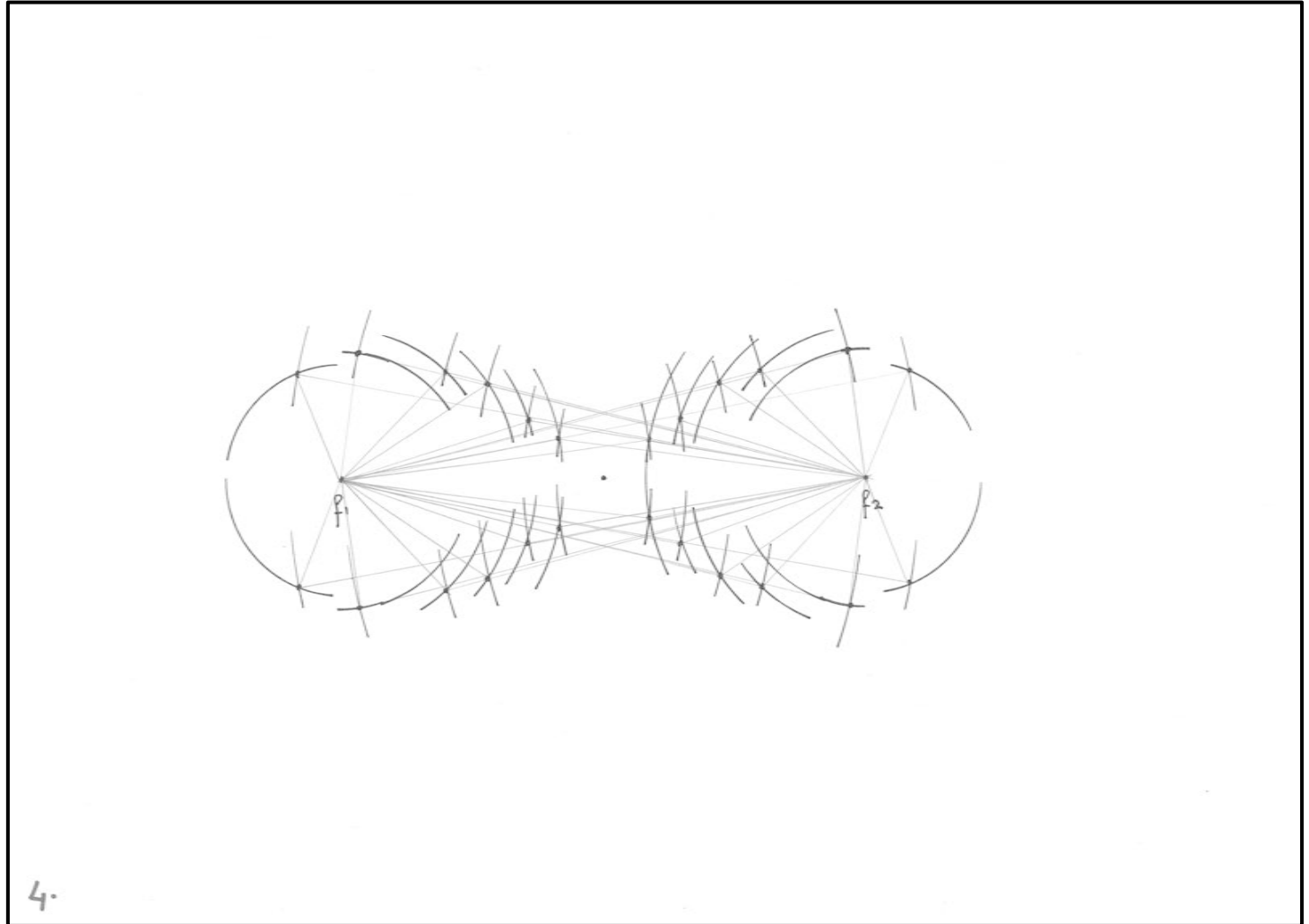


3.

De volgende 8 punten worden
gevonden met de producten:

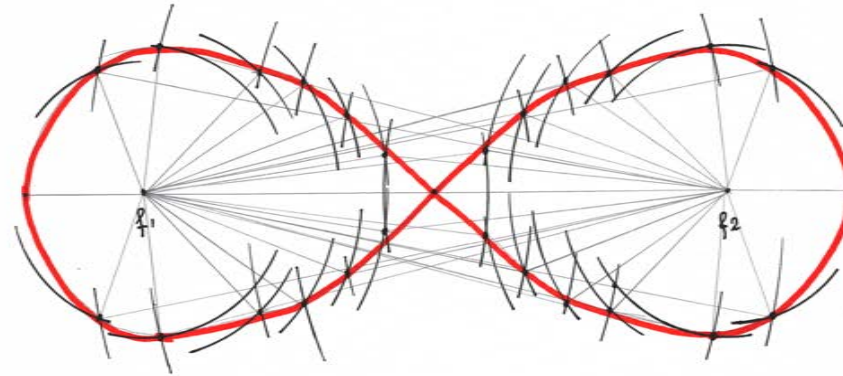
$$2.5 \times 14.4 = 36$$

$$4.8 \times 7.5 = 36$$



De laatste 2 punten worden gevonden door 2.7×13.33 welke weer op de lijn door de brandpunten liggen.

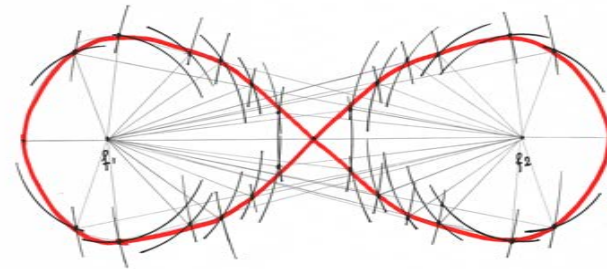
Vervolgens tekenen we de rode lijn door de gevonden punten van de lemniscaat.



5

Mogelijke vragen bij de lemniscaat

- Kun je een verband ontdekken tussen de constante en de afstand tussen de brandpunten?
- Wat gebeurt er met de vorm van de lemniscaat als je het product groter maakt?
- Wat gebeurt er met de vorm van de lemniscaat als je het product kleiner maakt?
- Geeft de lemniscaat alle punten waarvoor geldt dat het product een vaste waarde heeft?

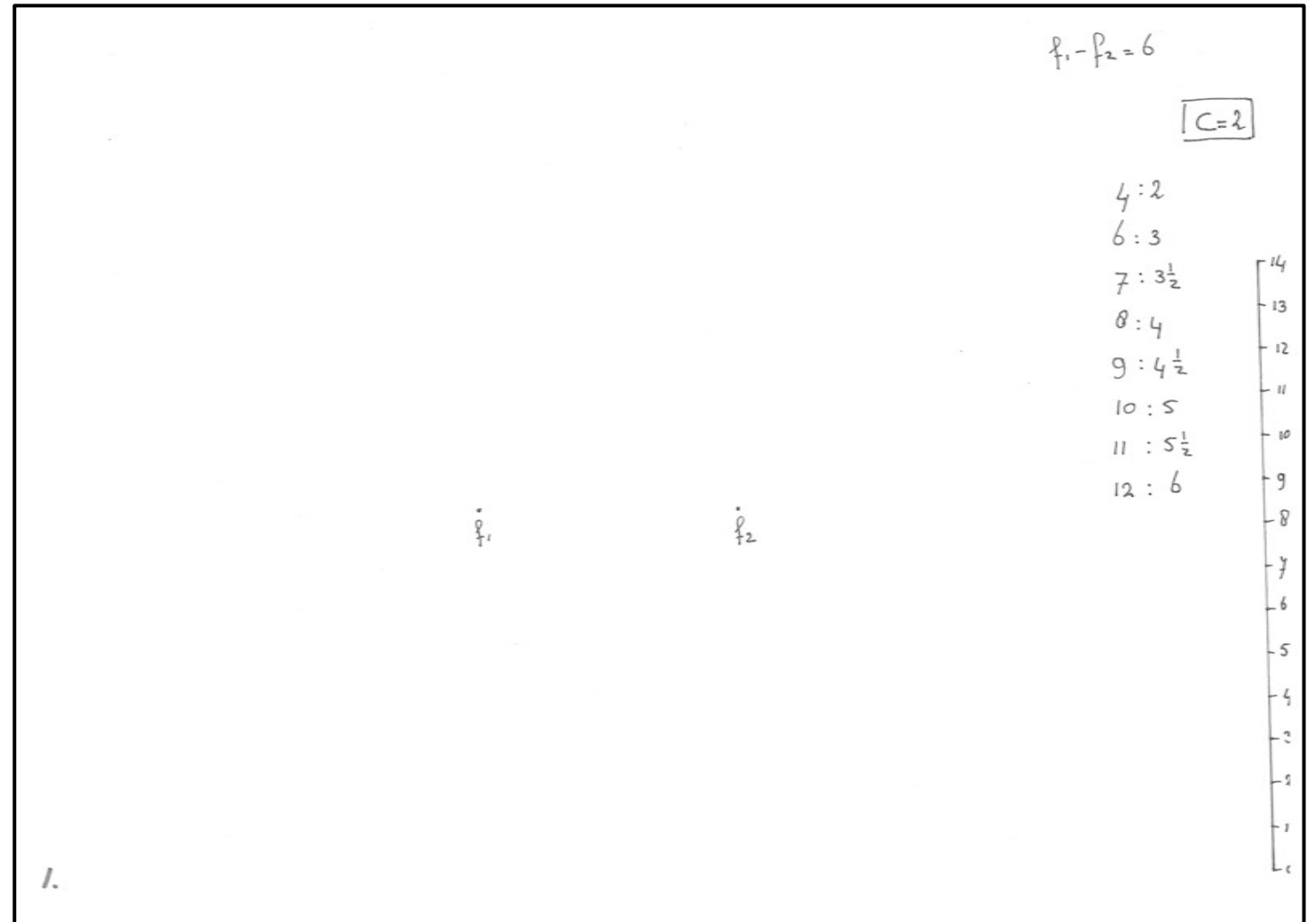


5

Cirkels van Appolonius stappenplan

- Nodig: liniaal, passer, (kleur) potloden (We hebben extra meegenomen 😊)
- Teken op A4 formaat papier de brandpunten f_1 - f_2 , onderlinge afstand is 6 cm. De constante = 2
- Teken daarna de schaalverdeling aan de rechterkant van het blad. Dit is later handig voor werken met passer.
- Voorbeeldtekeningen in werkboekje niet op schaal!

De Cirkels van Appolonius worden gevormd door de punten waarvoor geldt dat het quotiënt van de afstanden tot 2 gekozen punten (de zogenaamde brandpunten) constant is

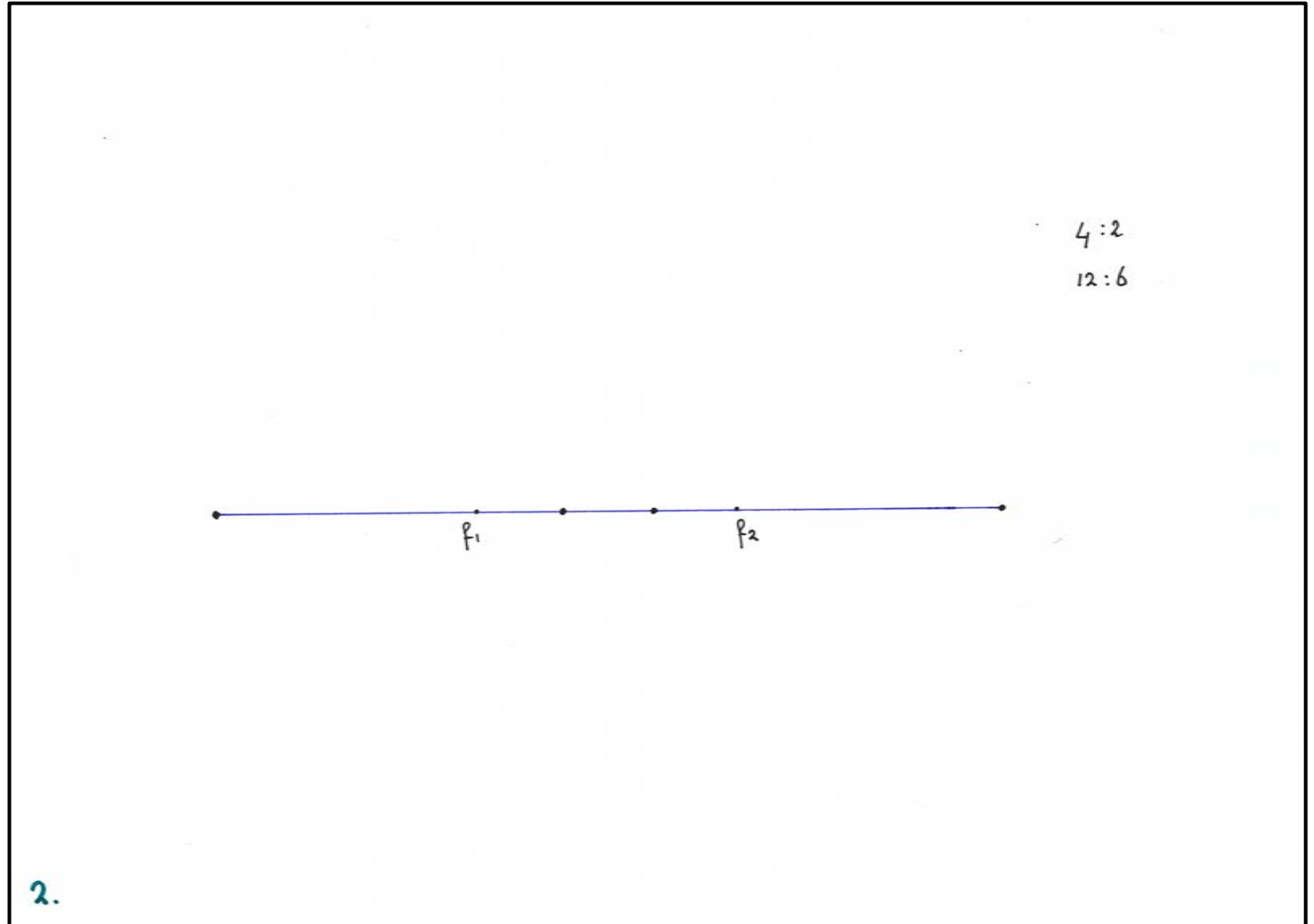


We beginnen op de lijn door de brandpunten.

Hierop liggen de eerste 4 punten van de cirkels van Appolonius.

$$4 : 2 = 2$$

$$12 : 6 = 2$$



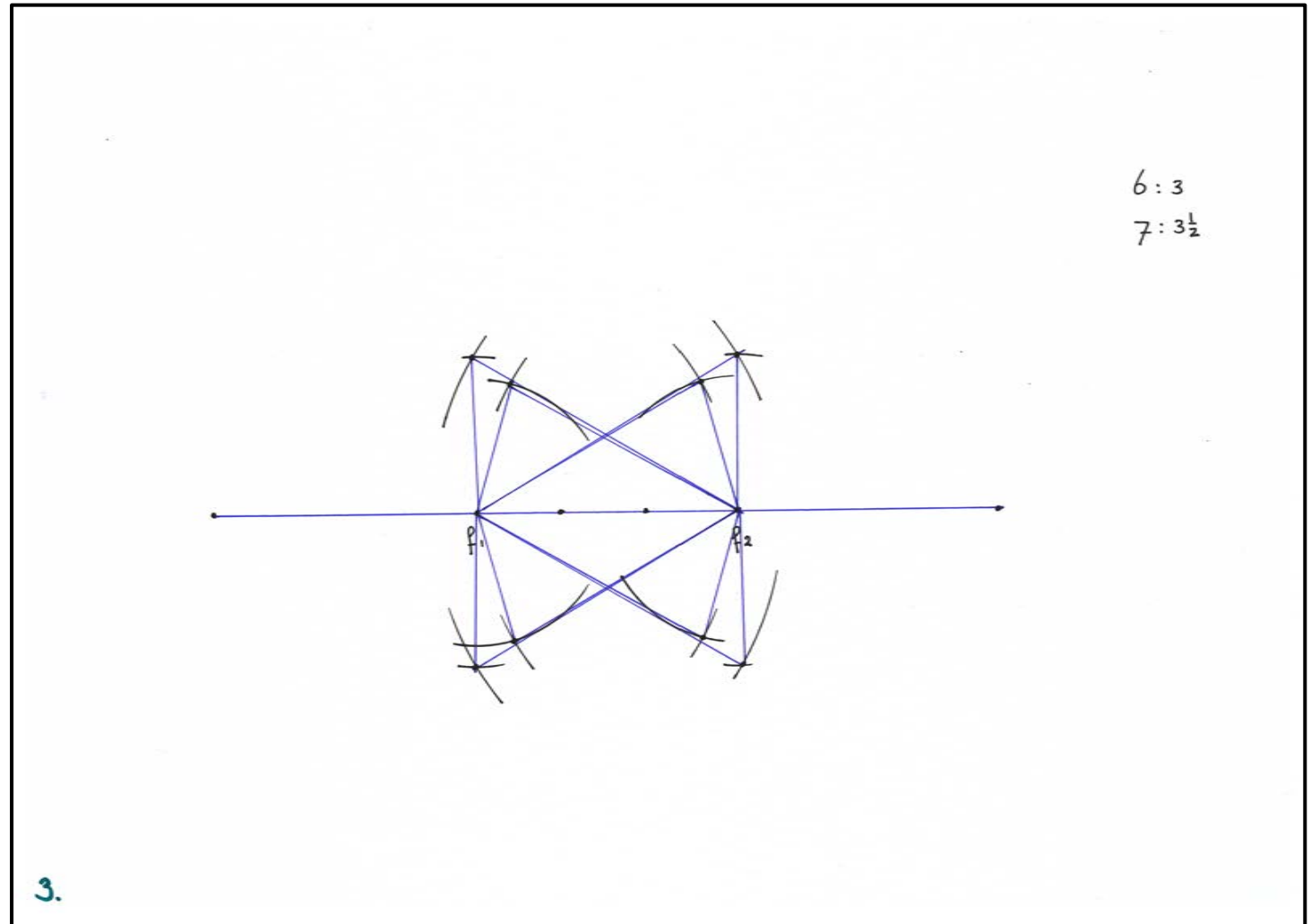
2.

De volgende 8 punten vinden we door het construeren van cirkelbogen van 6 en 3 cm & 7 en 3.5 cm.

$$6 : 3 = 2$$

$$7 : 3.5 = 2$$

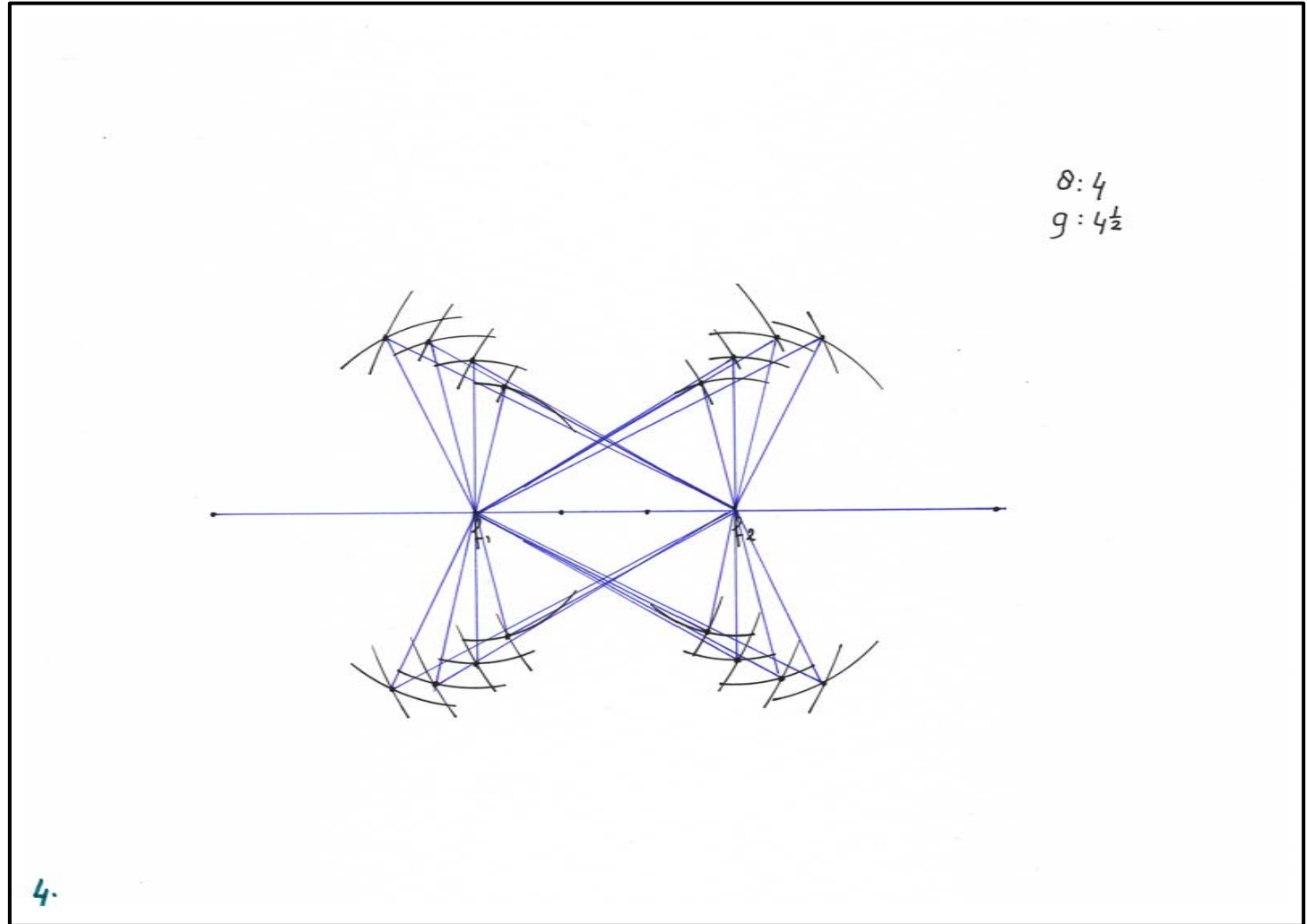
De paarse lijnen maken de afstanden tot de brandpunten zichtbaar.



De volgende 8 punten vinden we door het construeren van cirkelbogen van 8 en 4 cm & 9 en 4.5 cm.

$$8 : 4 = 2$$

$$9 : 4.5 = 2$$

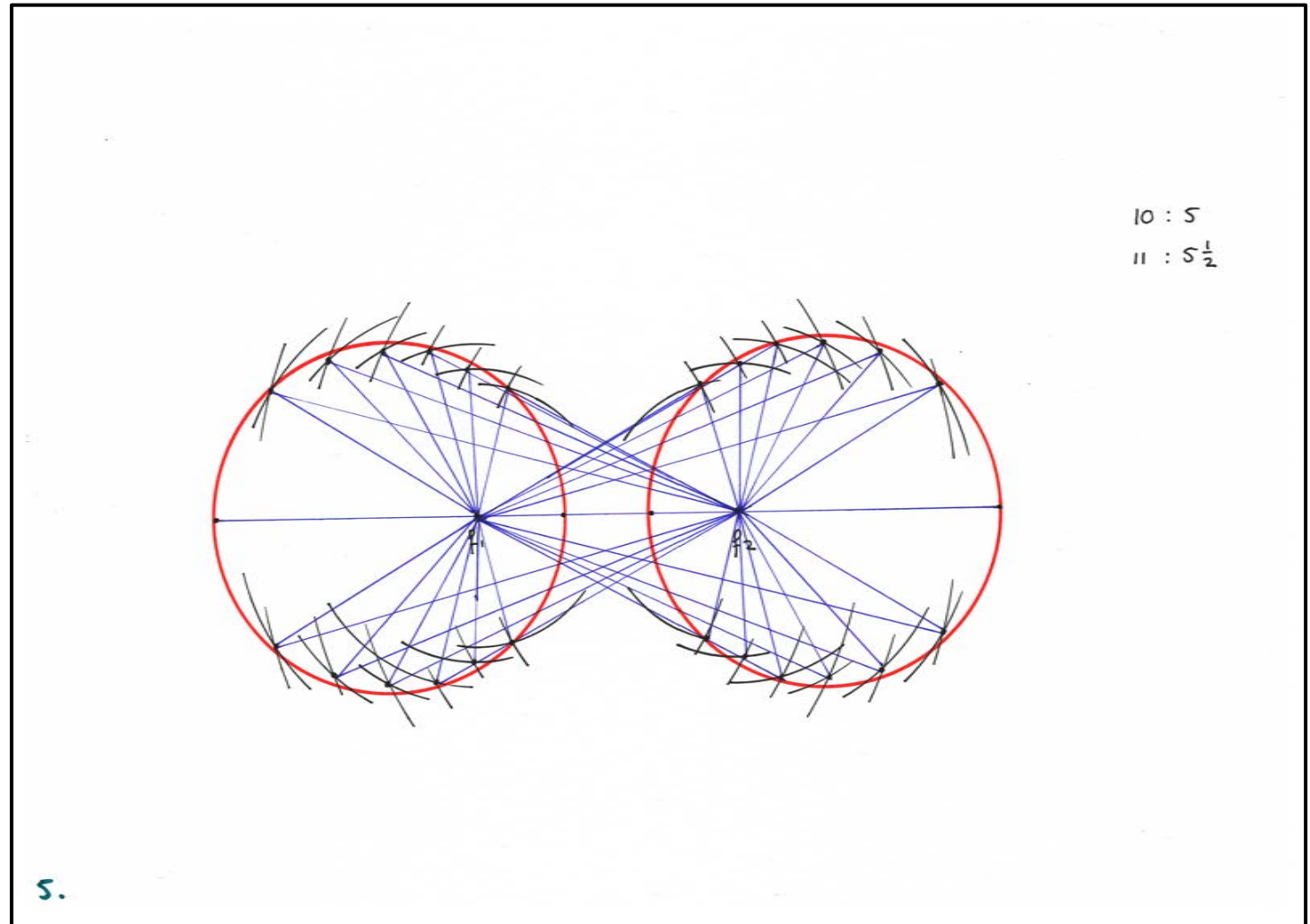


De volgende 8 punten vinden we door het construeren van cirkelbogen van 10 en 5 cm & 11 en 5.5 cm.

$$10 : 5 = 2$$

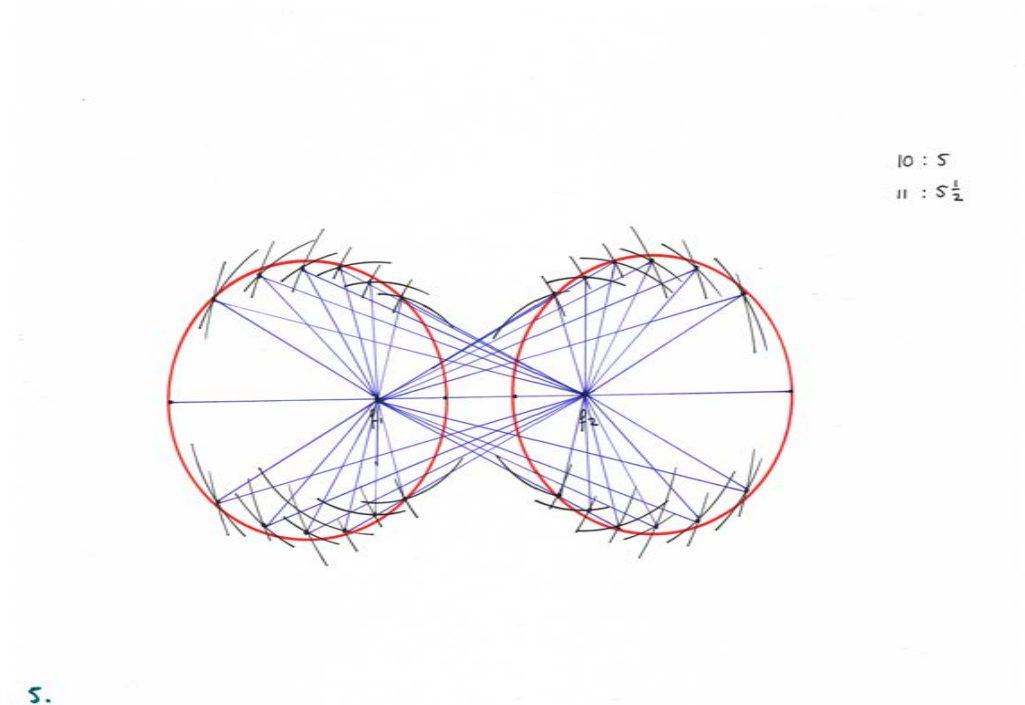
$$11 : 5.5 = 2$$

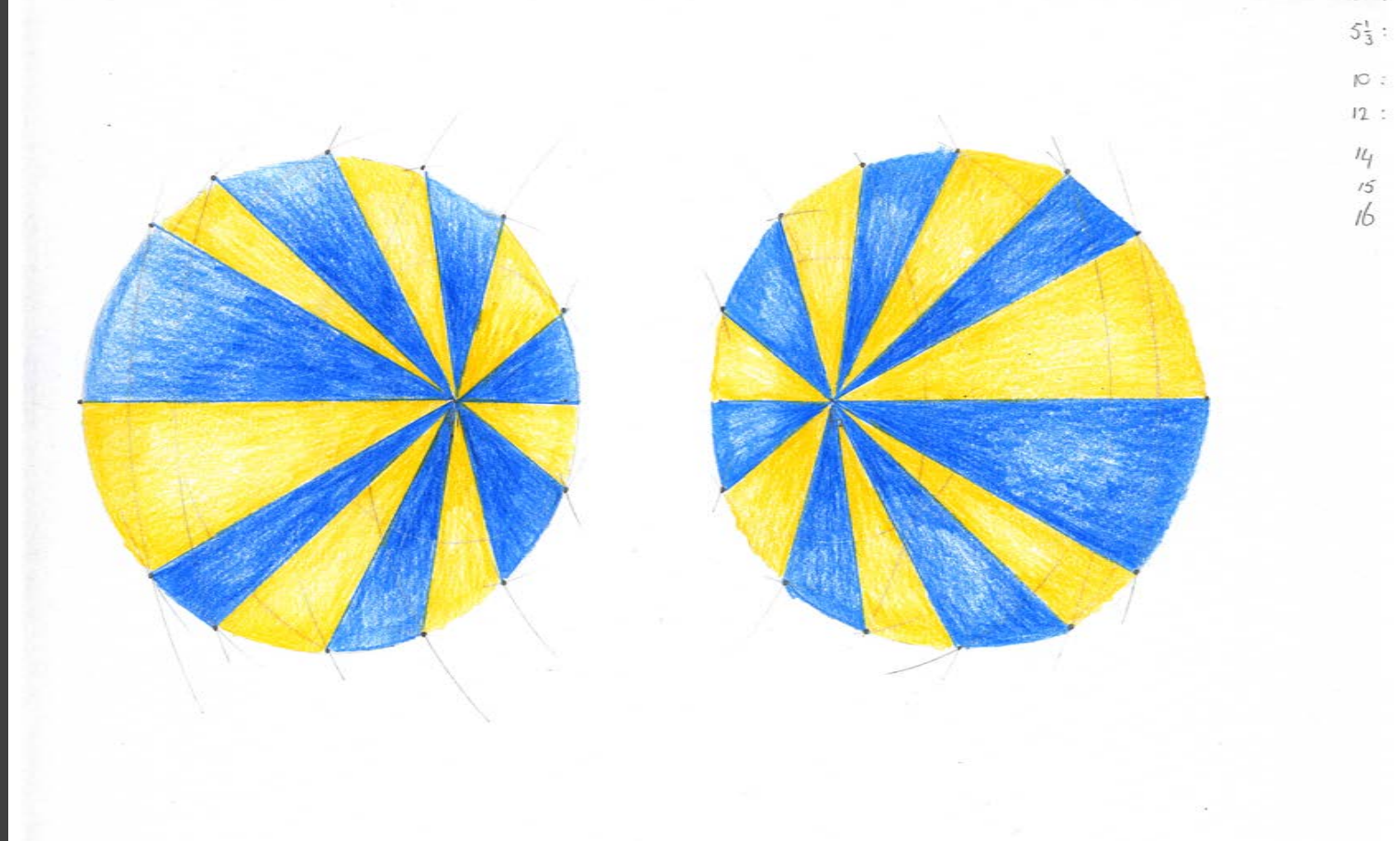
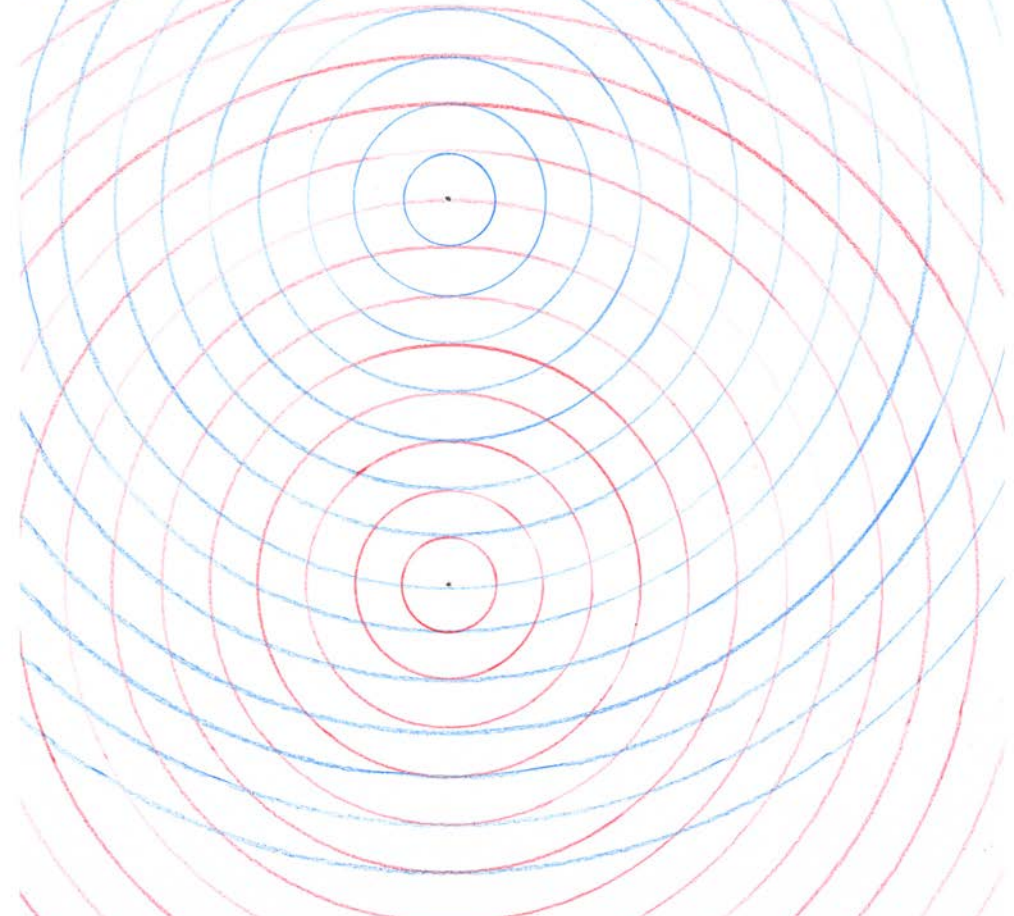
Vervolgens kunnen we de 2 cirkels tekenen door de gevonden punten.



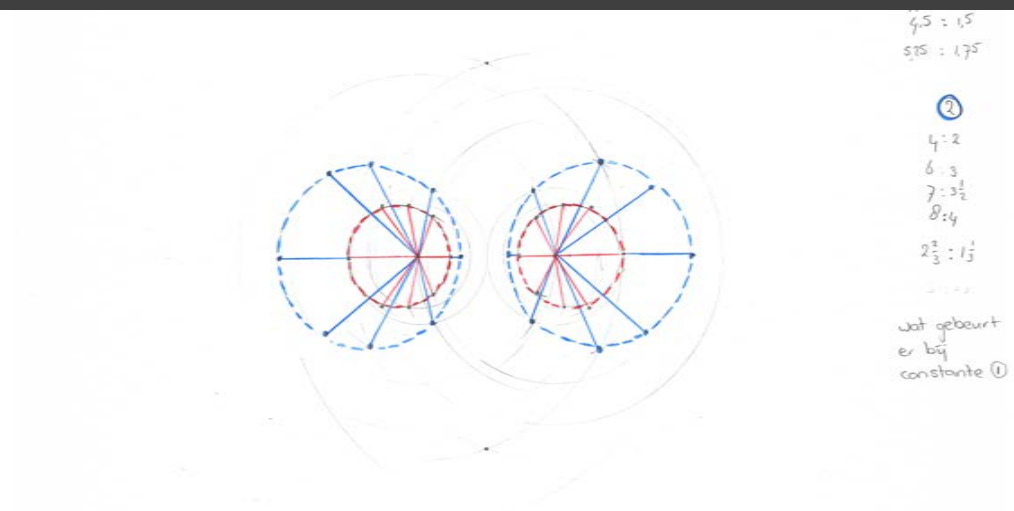
Mogelijke vragen bij de Cirkels van Appolonius

- Wat gebeurt er met de vorm van de Cirkels van Appolonius als je de brandpuntafstand groter (of kleiner) maakt?
- Zie slide 26; kun je hier al de middelpunten van de cirkels aangeven?
- Wat gebeurt er met de vorm van de Cirkels van Appolonius als je het quotient groter maakt?
- Wat gebeurt er met de vorm van de Cirkels van Appolonius als je het quotient kleiner maakt?
- Geven de Cirkels van Appolonius alle punten waarvoor geldt dat het quotient een vaste waarde heeft?





5 1/3 :
10 :
12 :
14
15
16



4,5 : 1,5
5,25 : 1,75

②

4:2
6:3
7:3 1/2
8:4
2 2/3 : 1 1/3

Wat gebeurt er bij constante ①

Een paar extra voorbeelden ter afsluiting