

Gelosia vermenigvuldiging

Het Pamiers manuscript dateert uit de eerste helft van de 15^e eeuw. Het bevat rekentechnieken en handelspraktijken, voornamelijk uitgewerkt in voorbeelden en verhaaltjessommen, met nauwelijks uitleg of bewijsvoering. De oorspronkelijke taal is een oud Frans dialect uit de Languedoc.

Het manuscript bestaat uit drie delen. Deel één behandelt de Hindu-Arabische cijfers en het positionele getalstelsel, vervolgens de basale rekenoperaties, meetkundige reeksen, vierkantswortels en derdemachtswortels. Deel twee bevat dezelfde onderwerpen maar dan met breuken en deel drie gaat over toepassingen van dit alles in ongeveer 100 verhaaltjessommen. Een van de bijzonderheden van dit manuscript is dat het negatieve getallen toelaat als antwoord op een probleem, uit strikt wiskundig oogpunt.

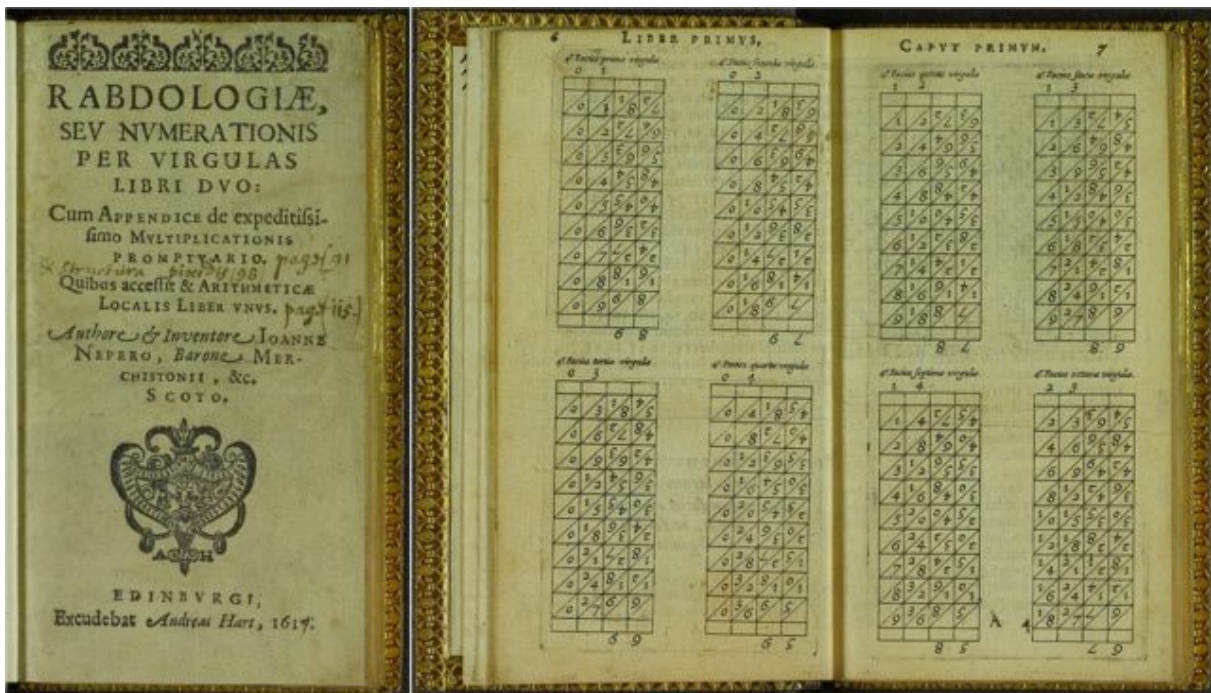
	3	4	5	
2	6	12	15	
3	9	18	25	
4	12	20	30	
	150165			

De afbeelding toont een rekenoperatie volgens de zogenaamde gelosia-techniek. Deze techniek dateert al uit de Arabische wiskundige traditie van de 7^e eeuw. In bovenstaand voorbeeld worden 345 en 437 met elkaar vermenigvuldigd. Merk op: de notatie van de getallen wijkt nog enigszins af van de onze, zie bijvoorbeeld de 4.

Probeer na te gaan hoe deze vermenigvuldiging werkt. En vergelijk het vervolgens met onze eigen manier van vermenigvuldigen.

Rekenstokjes van Napier

Het rekenen met de gelosia techniek, wordt later opgepakt en enigszins aangepast in hout vormgegeven door Napier met zijn rekenstokjes in het begin van de zeventiende eeuw. In zijn boek *Rabdologiae* uit 1617 legt hij dit uit. Hieronder zie je de titelpagina van het boek, en een fragment uit de appendix waarin hij de inscripties in de stokjes systematisch op een rijtje zet. De stokjes zijn balkvorming, aan elk van de vier zijden beschreven.



Om dit zo zelf te kunnen simuleren, hier een beter leesbare versie. Er zijn 10 verschillende kanten nodig voor de getallen 0 t/m 9, maar omdat je sommige getallen soms meer dan eens nodig hebt, is het handig om elke strook meerdere keren op een stokje weergegeven. In de oorspronkelijke set van Napier zitten tien stokjes die aan vier kanten bedrukt zijn. Alle stroken komen vier keer voor.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	2	4	6	8	1	1	1	1	1
0	3	6	9	1	2	2	2	2	2
0	4	8	1	2	3	3	3	3	3
0	5	1	1	2	3	4	4	4	4
0	6	2	2	3	4	5	5	5	5
0	7	3	3	4	5	6	6	6	6
0	8	4	4	5	6	7	7	7	7
0	9	5	5	6	7	8	8	8	8
0	0	6	6	7	8	9	9	9	9
0	0	7	7	8	9	0	0	0	0
0	0	8	8	9	0	1	1	1	1
0	0	9	9	0	1	2	2	2	2
0	0	0	0	1	2	3	3	3	3
0	0	0	0	2	3	4	4	4	4
0	0	0	0	3	4	5	5	5	5
0	0	0	0	4	5	6	6	6	6
0	0	0	0	5	6	7	7	7	7
0	0	0	0	6	7	8	8	8	8
0	0	0	0	7	8	9	9	9	9
0	0	0	0	8	9	0	0	0	0
0	0	0	0	9	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	1	2	2	2	2
0	0	0	0	0	2	3	3	3	3
0	0	0	0	0	3	4	4	4	4
0	0	0	0	0	4	5	5	5	5
0	0	0	0	0	5	6	6	6	6
0	0	0	0	0	6	7	7	7	7
0	0	0	0	0	7	8	8	8	8
0	0	0	0	0	8	9	9	9	9
0	0	0	0	0	9	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	3	3	3	3
0	0	0	0	0	0	4	4	4	4
0	0	0	0	0	0	5	5	5	5
0	0	0	0	0	0	6	6	6	6
0	0	0	0	0	0	7	7	7	7
0	0	0	0	0	0	8	8	8	8
0	0	0	0	0	0	9	9	9	9

3	6	5
6	1	1
9	8	5
1	2	2
1	2	4
1	5	0
1	3	3
1	8	6
2	4	3
2	1	2
2	4	4
2	4	8
2	7	4
5	4	5

$$365 \times 4 = 1460$$

$$365 \times 9 = 3285$$

Met gebruik van rekenstokjes, ziet de vermenigvuldiging van 365 met 4 respectievelijk 9 er uit zoals hiernaast.

Kun je volgen hoe de stokjes helpen om het antwoord van de vermenigvuldiging te vinden?

Nog een voorbeeld, met grotere getallen. Hier wordt 365 vermenigvuldigd met 1615.

Wat is het antwoord?

1	6	1	5
2	1	2	1
3	1	8	3
4	2	4	2
4	4	4	4
5	3	0	5
5	3	6	3
6	3	6	6
7	4	2	7
7	4	8	4
8	4	8	8
8	5	4	4
9	5	4	9

$$1615 \times 3 = 4845$$

$$1615 \times 5 = 8075$$

$$1615 \times 6 = 9690$$

Je kunt gebruik maken van de ijslolliestokjes om mee te rekenen. Maak zelf extra stokjes als je die nodig hebt. Het is ook leuk om je leerlingen de stokjes te laten maken.

Zoals al eerder aangegeven: het zijn oorspronkelijk tien stokjes die elk aan vier kanten beschreven zijn. Napier heeft de verdeling van de stroken over de stokjes naar eigen zeggen geoptimaliseerd:

"The arrangement offers the greatest flexibility. Although other arrangements are possible, none is superior to this, and none can express more number with so few rods."

Opdracht

Gebruik je ervaringen met het uitpluizen van bovenstaande bronnen over rekenen, om vervolgens een ontwerp te maken van een passende activiteit voor je eigen leerlingen.

Het kan zijn dat je de leerlingen juist als eerste met de stokjes wilt laten werken, of misschien wil je ze eerst het systeem laten leren en daarna de stokjes er bij maken. Enz.

Franstalige links over geschiedenis van rekenen, waar ook een aantal plaatjes vandaan komt:

<http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article753>

<http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?article816>

Spaanstalige link over geschiedenis van rekenen, waar ook een aantal plaatjes vandaan komt:

<https://culturacientifica.com/2016/10/05/los-huesos-napier-la-multiplicacion-arabe>

Engelstalige link naar geschiedenis van rekenen en telstokjes, waar ook een aantal plaatjes vandaan komt:

<https://plus.maths.org/content/arithmetical-bones-and-counting>

Engelstalige link naar meer informatie over de Pamiers tekst:

<https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/he-advanced-him-200-lambs-of-gold-the-pamiers-manuscript>

Jeanine Daems legt uit hoe rekenstokjes werken:

<https://www.youtube.com/watch?v=oujdFKX1Kn8>