Vrijdagavondquiz NWD 2018

Stichting Nederlandse Wiskunde Olympiade

vrijdag 2 februari 2018

Presentatie:

Marjolein Kool
Quintijn Puite

Jury:

Birgit van Dalen
Sietske Tacoma

Samenstelling:

Birgit van Dalen
Quintijn Puite

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Voorronde

Spelregels

- Elke vraag is meerkeuze: A of B
- Elke vraag 20 seconden de tijd
- Bordje opsteken zodra de tijd om is
- Wie het fout heeft, legt stembordje onder stoel
- Wie het goed heeft, gaat door
- Ongeveer 8 finalisten

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Vraag 0

Even inkomen

Vraag 0 – Even inkomen

De hoeveelste NWD is dit?

A

de 23e

B

de 24e

Uitwerking vraag 0

- Het is de 24e NWD!

Conclusie: B

Vraag 1

Tweelingen

Vraag 1 – Tweelingen

Bij de gemeente Utrecht kwamen gisteren 15 vaders aangifte doen van een geboorte. In totaal werden er 20 kinderen geregistreerd. Hoeveel procent van de gisteren in Utrecht geboren kinderen is deel van een tweeling? (We gaan ervanuit dat er geen drie- of meerlingen geboren zijn.)

A	B
25%	50%

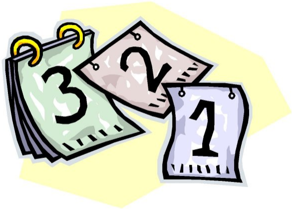
Uitwerking vraag 1

- Er kwamen 15 vaders 20 kinderen aangeven, dus 5 vaders hebben elk 2 kinderen aangegeven.
- Dus zijn er 5 tweelingen; dat zijn samen 10 kinderen.
- Van de 20 kinderen is dat de helft.

Conclusie: B

Vraag 2

Kalender



NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Vraag 2 – Kalender

Op maandag is het de 28^{e} van de maand en in diezelfde week is het op vrijdag de 2^{e} van de maand. Valt deze vrijdag in april of in mei?

A

April

B

Mei

Uitwerking vraag 2

- Op vrijdag is het de 2^e van de maand, dus op donderdag is het de 1^e.
- Op maandag is het de 28^e, dus op dinsdag de 29^e en op woensdag de 30^e.
- De 31^e bestaat dus niet.
- Dus valt de maandag in april (en niet in maart) en de vrijdag daarmee in mei.

Conclusie: B

Vraag 3

Nakijken

Vraag 3 – Nakijken

Een wiskundedocent kijkt een proefwerk na van 26 leerlingen. Hij kijkt eerst opgave 1 na in de volgorde leerling 1, 2, ..., 26; vervolgens opgave 2 in de volgorde leerling 26, 25, ..., 1. Bij opgave 3 begint hij weer bij leerling 1, enzovoorts. Op het moment dat hij de honderdste keer leerlingwerk van de stapel pakt, bij welke leerling is hij dan?

A

4

B

5

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Uitwerking vraag 3

- Er geldt $4 \cdot 26 = 104$, dus als hij voor de 104^{e} keer leerlingwerk pakt, is dat precies de laatste leerling van de vierde opgave.
- Het nakijken van de vierde opgave ging van leerling 26 naar leerling 1, dus de laatste leerling van die opgave is leerling 1.
- De 100^{e} keer is vier leerlingwerken eerder en dat is dus bij leerling 5.

Conclusie: B

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Vraag 4

Horloge

NEDERLANDSE
WISKUNDE
OLYMPIADE

Vraag 4 – Horloge

Nadat Frank om zes uur ’s ochtends is opgestaan en heeft ontbeten, doet hij zijn digitale horloge om zijn pols en poetst hij zijn tanden voor de spiegel. In de spiegel ziet hij de display van zijn horloge op de kop en in spiegelbeeld. Hij ziet deze stand:

Hoe laat is het op dat moment?

A

6:42

B

6:45

Uitwerking vraag 4

- Aan de stand van de 06 in het plaatje kun je zien dat ten ten opzichte van het origineel boven en onder verwisseld zijn, maar links en rechts niet.

- Als we bij het meest rechter cijfer weer boven en onder terugzetten, dan wordt het een 2.
- Je kunt het ook beredeneren: als Frank niet tegenover de spiegel staat, maar tegenover zijn vrouw, dan ziet zijn vrouw zijn horloge op z'n kop (links en rechts verwisseld en ook boven en onder verwisseld). De spiegel wisselt alleen links en rechts, dus al met al zijn juist alleen boven en onder verwisseld.

Conclusie: A

Vraag 5

Grote getallen

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Vraag 5 – Grote getallen

Welke van de volgende getallen is groter?

A

$10^{100^{1000}}$

B

$1000^{100^{10}}$

Uitwerking vraag 5

- Er geldt $1000 = 10^3$, dus $1000^{100^{10}} = (10^3)^{100^{10}} = 10^{3 \cdot 100^{10}}$.
- Links is de exponent van 10 echter 100^{1000} en dat is veel groter dan $3 \cdot 100^{10}$.
- Dus het getal link is groter.

Conclusie: A

Vraag 6

Gemiddelde cijfer

Vraag 6 – Gemiddelde cijfer

Een klas van 30 leerlingen heeft een proefwerk gemaakt, maar één van de 30 leerlingen was ziek. De docent rekent alvast de mogelijke waarden van het gemiddelde uit. Als de zieke leerling een 10 haalt voor het inhaalproefwerk, dan wordt het klassengemiddelde een 7,4. Wat wordt het gemiddelde als de zieke leerling een 1 haalt?

A

7,1

B

7,3

Uitwerking vraag 6

- De zieke leerling draagt in het ene geval 1 en in het andere geval 10 bij aan de totale som van alle cijfers. Die som wordt vervolgens door 30 gedeeld.
- Het verschil tussen het ene en het andere gemiddelde is dus $\frac{10-1}{30} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$.
- Het laagste mogelijke gemiddelde is daarom $7{,}4 - 0{,}3 = 7{,}1$.

Conclusie: A

Finale

Word nu Vriend van de olympiade

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

www.wiskundeolympiade.nl/vrienden

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Spelregels

- Zeskeuzevragen
- Antwoord weergeven met dobbelsteen
- Beschikbare tijd iets langer dan bij voorronde; het muziekje gaat pas later aan
- Aantal punten variabel per vraag
- Totaal 95 punten

NEDERLANDSE
WISKUNDE
OLYMPIADE

Vraag 1

Kleuren

- 15 punten

Vraag 1 – Kleuren

We kleuren elk van de vier vakjes van een 2×2-vierkant blauw of geel, zodat er geen twee blauwe vakjes aan elkaar grenzen (met een zijde). Op hoeveel manieren kan dit?

⚀ 5	⚃ 9
⚁ 7	⚄ 10
⚂ 8	⚅ 12

Uitwerking vraag 1

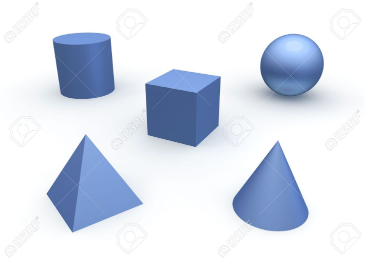
- Er kunnen geen drie of vier blauwe vakjes zijn, want dan grenzen er twee blauwe vakjes aan elkaar.
- Twee blauwe vakjes kan wel, maar alleen als dat linksboven en rechtsonder zijn of juist rechtsboven en linksonder.
- Eén blauw vakje kan ook, op elke positie.
- En nul blauwe vakjes kan ook.
- Dat geef totaal $2 + 4 + 1 = 7$ mogelijkheden.

Conclusie:  7

Vraag 2

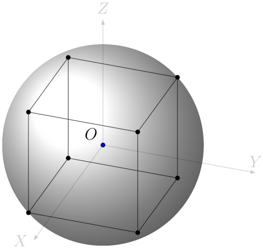
Ruimtelijke figuren

- 21 punten



Vraag 2 – Ruimtelijke figuren

In een bol past precies een kubus met inhoud 8. Wat is de inhoud van de bol?



$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{8}{3}\pi\sqrt{2}$
$\frac{8}{3}\pi$	$\pi\sqrt{3}$
$\frac{4}{3}\pi\sqrt{2}$	$4\pi\sqrt{3}$

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Uitwerking vraag 2

- De kubus heeft zijde 2, dus halve zijde 1.
- Met Pythagoras is de halve diagonaal dan $\sqrt{1+1+1}$ en dat is de straal van de bol.
- De inhoud van een bol is $\frac{4}{3}\pi r^3$, dus in dit geval $\frac{4}{3}\pi \cdot 3\sqrt{3} = 4\pi\sqrt{3}$.

Conclusie: $4\pi\sqrt{3}$

Vraag 3

Danskoppels

- 16 punten

Vraag 3 – Danskoppels

Op een feest danst 30% van de mannen met 50% van de vrouwen. Verder danst 10% van de mannen met een man en 25% van de vrouwen met een vrouw. In totaal zijn er 128 mensen (mannen en vrouwen) op het feest. Hoeveel danskoppels zijn er?

⚀	24	⚃	32
⚁	28	⚄	34
⚂	30	⚅	48

Uitwerking vraag 3

- Omdat 30% van de mannen met 50% van de vrouwen danst, zijn er $\frac{5}{3}$ keer zoveel mannen als vrouwen.
- Het totaal aantal mensen is dus $\frac{8}{3}$ keer zoveel als het aantal vrouwen. Het aantal vrouwen is daarom $\frac{3}{8}$ van 128 en dat is 48.
- Het aantal mannen is dan 80. Hiervan vormen 8 mannen een man-man-koppel; dat zijn dus 4 koppels. En 12 vrouwen vormen een vrouw-vrouw-koppel; dat zijn 6 koppels. Samen met de 24 man-vrouwkoppels geeft dit 34 koppels.

Conclusie:  34

Vraag 4

Treinen

- 18 punten

Vraag 4 – Treinen

Een trein bestaande uit vier identieke treinstellen passeert een trein bestaande uit vijf van diezelfde treinstellen die in de andere richting rijdt. De tijd die verstrijkt van het moment dat de voorkanten elkaar tegenkomen tot het moment dat de achterkanten op gelijke hoogte zijn, is precies 1 minuut. Jan zit in de ene trein precies midden in het tweede treinstel, Jaap zit in de andere trein precies midden in het tweede treinstel. Hoeveel seconden nadat de voorkanten elkaar tegenkomen komen Jan en Jaap elkaar tegen?

⚀	10	⚃	20
⚁	12	⚄	24
⚂	18	⚅	36

NEDERLANDSE WISKUNDE OLYMPIADE

Uitwerking vraag 4

- Als de achterkanten van de treinen op gelijke hoogte zijn, zitten er precies negen treinstellen tussen de twee voorkanten. Per $\frac{1}{9}$ minuut wordt dus de afstand tussen de twee voorkanten één treinstel groter.
- Als Jan en Jaap elkaar tegenkomen, is de afstand tussen de voorkanten $1{,}5 + 1{,}5 = 3$ treinstellen.
- Dat is dus $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ minuut na het begin, dus na 20 seconden.

Conclusie:  20

Vraag 5

Olympiadeteam

- 25 punten

Vraag 5 – Olympiadeteam

In het olympiadeteam van 6 leerlingen liegen sommige (mogelijk alle) leerlingen altijd. De andere leerlingen spreken altijd de waarheid. Als je alle leerlingen vraagt naar hoeveel van de andere 5 liegen, dan krijg je drie keer het antwoord 4 en drie keer het antwoord 5. Hoeveel leugenaars zijn er?

- alleen 3 kan
- alleen 4 kan
- 4 en 5 kunnen allebei
- 4 en 6 kunnen allebei
- 5 en 6 kunnen allebei
- dit kan helemaal niet

Uitwerking vraag 5

- Als iedereen liegt, ziet iedereen vijf leugenaars, dus spreken drie van hen de waarheid; dat kan niet.
- Dus er is iemand die de waarheid spreekt. Die zegt 4 of 5, dus het aantal leugenaars is 4 of 5.
- Als het 5 is, dan ziet zo'n leugenaar 4 andere leugenaars, maar dan mag hij geen 4 zeggen. Echter, drie leerlingen zeggen wel 4 en daar moeten wel leugenaars bij zitten. Dit kan dus niet.
- Met 4 leugenaars kan het wel: twee leerlingen spreken de waarheid en zeggen 4; de anderen zien elk drie leugenaars en zeggen iets anders dan 3.

Conclusie:  alleen 4 kan

Einde