



Universiteit Utrecht



# NWD26

Nationale **Wiskunde** Dagen

## Voorwoord

Voor u ligt het programma van de NWD 2020. Na ons 25-jarig jubileum in de Koningshof, nu weer terug in de Leeuwenhorst. Hoewel we bang waren dat we na deze 25e NWD al ons kruik hadden verschoten, hebben wij ook dit jaar mooie, uitdagende en creatieve bijdragen weten te bemachtigen. Veel dank voor onze enthousiaste programmacommissie: een onuitputtelijke bron van wiskundige inspiratie.

Nelly Litvak zal haar fascinatie voor complexe netwerken met ons delen. Naast haar werk in Twente en Eindhoven schrijft ze bovendien populairwetenschappelijke boeken. Ze stelt zich als doel om wiskunde te vertalen naar een breed publiek, en vooral naar hen voor wie de wiskunde niet altijd heel toegankelijk is of was. Een mooie combinatie van kwaliteiten voor de openingslezing.

De afsluitende lezing wordt verzorgd door Stefan Buijsman. Ook Stefan schrijft voor een groot publiek over het belang van de wiskunde voor het dagelijkse leven. Als filosoof houdt hij zich onder andere bezig met de vraag: nemen computers binnenkort ons werk over? Stefan doorliep een bliksemcarrière: na zijn studie in Leiden promoveerde hij op 20-jarige leeftijd in Zweden. Nu weer terug in Leiden en voor de NWD de jongste plenaire spreker van de afgelopen 26 edities.

David Eelbode heeft een verleden in de stand-upcomedywereld. Het is dan ook geen wonder dat hij als wiskundige aan de Universiteit Antwerpen regelmatig prijzen wint als “beste prof in de faculteit Wetenschappen”. In zijn boek FUNDamental Mathematics, ‘een grappig boek over de fascinerende wereld van de wiskunde’, beschrijft hij alledaagse situaties maar dan wiskundig bekeken. In de vrijdagavondlezing zal hij hier op voortborduren. Wie dan nog niet genoeg heeft, kan na de lezing aanschuiven bij de Mathjam, waar David, als het brein achter de Mathsjam in België, vast ook te zien is. Een mooie start van een avond, die zoals altijd wordt voortgezet met ontspannen wiskunde in spel, film en muziek.

Naast de plenaire lezingen zijn er ook dit jaar weer veel inspirerende en mooie presentaties in parallelsessies en zetten we u weer graag aan het werk in de workshops. Gedurende de dagen is er uiteraard ook volop gelegenheid om in gesprek te komen met collega's en te genieten van de vele activiteiten. Extra dit jaar zijn bij de thema's passende activiteiten, zoals instrumenten van Leonardo da Vinci, wiskundige kunst en jongleurs en een professor die de dansband wiskundig introduceert.



Wij wensen u veel plezier bij de voorbereiding en hopen dat we u niet te veel keuzestress bezorgen bij het selecteren van uw persoonlijke programma.

Saskia Klaasing  
Mariozee Wintermans  
Joke Daemen  
Vera Cortenraede

## Organisatorische mededelingen

De Nationale Wiskunde Dagen vinden plaats in NH De Leeuwenhorst te Noordwijkerhout (Langelaan 3). U bent op vrijdagochtend 31 januari 2020 welkom vanaf 9:00 uur. Vanaf dan kunt u zich aanmelden en uw spullen kwijt in de daartoe aangewezen bagagekamers. Vanaf de lunch kunt u uw kamersleutel ophalen bij de receptie van NH De Leeuwenhorst. Achterin dit boekje vindt u een plattegrond van NH De Leeuwenhorst.

### Busservice

Voor de treinreizigers is er een busservice geregeld. Er rijdt een extra bus naar De Leeuwenhorst. Deze vertrekt om 10:05 uur vanaf station Leiden – uitgang Centrum. Let op: dit is niet de reguliere Leeuwenhorst Express. Zaterdagmiddag na de lunch kunt u met de bus terug naar station Leiden. De buskaart (retour à 5 euro) koopt u in NH Leeuwenhorst bij het secretariaat van de NWD (Boston 10).

### Inschrijving werkgroepen

Voor alle parallelsessies (blok 1 t/m 4) dient u zich van te voren in te schrijven via de link die u ontvangt per email. De voorintekeningen verwerken we in volgorde van binnenkomst. Ook geldt: vol=vol. U heeft hiervoor de tijd t/m maandag 19 januari 2020. Op uw badge, die u bij aankomst op de conferentie ontvangt, kunt u zien of u geplaatst bent in de sessie van uw keuze.

### Lezingen en zalen

Alle plenaire lezingen zijn in het Atrium. De zaalindeling van de parallelsessies vindt u in de conferentietas en vanaf 24 januari in de NWD app.

### NWD secretariaat

De NWD heeft haar secretariaat in Boston 10, vanaf de hoofdingang links. Hier is vrijwel continue iemand aanwezig voor al uw vragen en opmerkingen. De organisatie is te herkennen aan de rode shirts met NWD logo.

### Overige activiteiten en mededelingen

Op de NWD gebeurt veel! Achterin dit boekje geven we u een voorproefje van onze extra activiteiten. Ter plekke ontvangt u hiervan een nog completer overzicht, incl. de bijbehorende tijden en locaties.

Voor de drankjes bij de borrel, het diner en later op de avond kunt u munten kopen vanaf 17:00 uur bij de daarvoor bestemde NH-balie. U kunt daar pinnen en contant betalen. Eventuele overige aankopen (bijv. op de informatiemarkt) dient u contant te betalen (in De Leeuwenhorst is geen geldautomaat).

Ontbijt, lunches en diner vinden plaats in de restaurants. U kunt hier zelf een plekje zoeken.

## Programmaoverzicht NWD26

De NWD heeft drie plenaire lezingen en vier blokken met parallelsessies. In de binnenpagina's van dit boekje beschrijven we alle lezingen en workshops.

### vrijdag 31 januari 2020

09:00 uur	Incheckbalie opent
11:00 uur	Opening
11:30 uur	Plenaire lezing: Nelly Litvak
12:30 uur	lunch
13.45 – 14:30/14:45 uur	blok 1
15:15 – 16:45 uur	blok 2
17:00 – 18:00 uur	Borrel
18:15 uur	Diner
20:15 – 21:00 uur	Plenaire lezing: David Eelbode
21:30 – 0:30 uur	Avondprogramma

### zaterdag 1 februari 2020

7:00 uur	Funrun
7:30 – 9:00 uur	Ontbijt
9:15 – 10:00/10.15 uur	blok 3
10:30 – 11:15 uur	blok 4:Semi-plenair
11.45 – 12.30 uur	Plenaire lezing: Stefan Buijsman
12:30 – 13:00 uur	Sluiting
13:00 uur	Lunch

## Overzicht thema's

Bijna alle lezingen en workshops in blok 1 t/m 4 vallen binnen een thema. Voor de herkenbaarheid heeft elk thema zijn eigen symbooltje. Nu volgt een beschrijving van de thema's, met hun bijbehorende symbool.



### Verkiezingen en democratie

Democratie is één van de eerlijkste staatsvormen die we hebben. Maar wat betekent “eerlijk” precies? Kenneth Arrow won de Nobelprijs voor de Economie door aan te tonen dat geen enkel kiessysteem waar één winnaar uit moet komen, echt helemaal eerlijk is. We geven antwoord op de vraag hoe je, ondanks het resultaat van Arrow, toch zo eerlijk mogelijk een president of burgemeester kan kiezen. Als we niet één winnaar zoeken bij verkiezingen, maar bijvoorbeeld een parlement, spelen er weer andere problemen. Hoe verdeel je de restzetels? En wat weten we eigenlijk over de kiesvoorkeuren van mensen?



### Grafentheorie

Grafen zijn een erg toegankelijk wiskundig onderwerp, het is intuïtief duidelijk voor de leerling waar het om gaat als je een aantal knopen met een aantal kanten verbindt. Toch zijn grafen ook best ingewikkeld, en veel grote netwerken (zoals het internet) worden bestudeerd met moderne grafentheorie. In dit thema gaan we in zowel de (semi) plenaire lezingen als in de workshops kijken hoe je in de klas kan redeneren met grafen, hoe je vermenigvuldiging van matrices en zelfs complexe getallen kunt uitleggen door wandelingen in grafen te tellen, en ook makala-achtige spelletjes bekijken waarbij munten over grafen worden verplaatst volgens bepaalde regels.



### Evenwicht

Het zwaartepunt van een driehoek heeft met zwaartekracht te maken: als je een kartonnen driehoek in dat punt ondersteunt, blijft het in evenwicht balanceren. Zowel Archimedes als Simon Stevin zochten naar zwaartepunten om allerlei figuren in evenwicht te houden. Een ketting die in twee punten is vastgemaakt en in evenwicht hangt onder invloed van de zwaartekracht, neemt de vorm aan van de cosinus-hyperbolicus-grafiek. Je kunt ook met evenwicht knutselen: ‘tensegrities’ zijn een soort ruimtelijke constructies met staafjes en touwtjes die elkaar door trek- en spankrachten in evenwicht houden. Kortom: een evenwichtig programma over evenwicht.



### Wiskunde en verkeer

Filevorming, dienstregelingen, het plannen van routes, rekeningrijden en de aanleg van wegen zijn zo maar een paar voorbeelden van vraagstukken waarbij wiskundige modelvorming en simulatietechnieken worden ingezet. Nederland is een transportland en we zijn dus vertrouwd met allerlei problemen van infrastructurele aard. In dit thema zal een breed spectrum van deze problemen en hun onderliggende wiskundige benaderingen aan de orde komen.

### Ecologie, economie en wiskunde

Zijn economische en ecologische belangen in strijd met elkaar, of kan wiskunde helpen om ze te verzoenen? Hoe maak je met wiskunde de behandeling van plantenziektes minder schadelijk voor de natuur? Kunnen wiskundige modellen voor ecosystemen helpen om financiële crises te voorspellen? Dit is een thema over actuele kwesties als klimaatverandering en bankencrisis in het licht van ons eigen vak, met interactieve workshops waarin je zelf rollen speelt waarbij je moeilijke beslissingen moet nemen. Als special guest: Coen Teulings, voormalig directeur van het Centraal Planbureau.



### Wiskundeprijzen

Hoewel er geen Nobelprijs bestaat voor de wiskunde, kun je als wiskundige wel degelijk een grote prijs binnenhalen. Wiskundigen hebben zelfs minstens twee kansen op eeuwige roem: de Fieldsmedaille en de Abelprijs. De Fieldsmedailles worden elke vier jaar uitgereikt op het Internationale Wiskundecongres aan de meest verdienstelijke wiskundigen onder de veertig jaar. De Abelprijs zet daarentegen een gevestigde naam in het zonnetje, die kan terugkijken op een rijkgevulde carrière.

In dit thema belichten we vier wiskundigen die de voorbije jaren één van deze prijzen in ontvangst mochten nemen. We gaan op zoek naar de vrouwen en mannen achter de formules en we laten jullie een glimp opvangen van de mooie wiskunde die achter hun werk verborgen zit. Een toneelstuk laat je bovendien in de huid kruipen van Abel en zijn tijdsgenoten.



### Wiskunde en sport

Je kunt natuurlijk eindeloos allerlei data verzamelen over spelers en over in het verleden gespeelde wedstrijden, zoals wie het vaakst scoorde in uitwedstrijden, wie het minst aan de bal was in een seizoen, en welke (voetbal)club het meest aanvallend speelde. Maar kun je met die data ook vooruit kijken, en misschien de beste strategie tegen club X bedenken, of de beste trainingssituatie ontwerpen? Aan zulke vragen wordt inmiddels actief gewerkt met behulp van wiskunde. Waar met wiskundige modellen ook aan gewerkt wordt, zijn ranglijsten op basis waarvan de kwalificatie voor toernooien wordt bepaald. Veel van deze onderwerpen komen voor het voetlicht in dit thema.



### Digitale beeldverwerking: met wiskunde verder kijken dan het oog reikt

Gezichten herkennen met lineaire algebra? Het klinkt vreemd, maar het kan echt. Met de komst van computers zijn (digitale) foto's en plaatjes niet langer enkel visuele objecten, maar zijn ze als gestructureerde verzamelingen van bits ook wiskundige objecten geworden. En die kun je bewerken en analyseren met wiskundige technieken, variërend van lineaire algebra en verzamelingleer tot de veel ingewikkelder theorie van functies. Onderzoekers proberen zo veel verder reikende informatie te halen uit de data dan je met het blote oog kunt zien: patronen matchen, vervalsingen signaleren, bijzonderheden opsporen.



### Wiskundig puzzelen

Wat kunnen puzzels en escaperooms betekenen voor de wiskundeles?

Voor de wiskundige die van puzzels houdt (misschien wel iedereen?), is er ook dit jaar weer volop uitdaging en spanning. In de themalijn wiskundig puzzelen gaan we zelf aan de slag met puzzelboxen geïnspireerd op de populaire escaperooms en gaan we aansluitend zelf mogelijkheden verkennen. Daarnaast hebben we één van de breinen achter de Pythagoras-puzzels gevraagd om onze hersenen te doen kraken met verrassende fenomenen uit de wereld van de wiskunde. Als wij het puzzelen als heerlijke uitdaging ervaren, mogen we onze leerlingen dit genot niet onthouden!



### Leonardo da Vinci

Leonardo is als 'homo universalis' het voorbeeld van het renaissance-ideaal: een wetenschappelijke alleskunner. Hij bereikte dit ideaal niet door op zoek te gaan naar nieuwe theorieën, maar vooral door goed kijken, observeren, tekenen, zelf bouwen en het zoeken naar praktische oplossingen, regelmaat en patronen. Hij deed dit niet alleen, maar in samenwerking met vele andere wetenschappers, kunstenaars en ambachtslieden. In dit thema besteden we aandacht aan zijn bijdragen aan la Divina Proportia van Luca Pacioli. We belichten die tijd waarin wiskunde in samenwerking met andere disciplines tot bloei kwam. En ook laten we zien hoe het werk van Leonardo, zijn tekeningen en zijn pogingen om observaties te organiseren, nu nog een inspiratiebron vormen voor onderzoek naar veelvlakken.



### Onderzoekend wiskunde leren

Wiskundeonderwijs wordt vaak ervaren als 'visiting works of mathematicans'. Met andere woorden, wiskunde leren is vooral lezen hoe iemand anders die wiskunde georganiseerd heeft, en vervolgens de gegeven voorbeelden navolgen. Een ander perspectief op het leren van wiskunde is 'inquiring the world around you'. Daarbij staan je eigen vragen over numerieke en meetkundige fenomenen centraal. Als je iets zelf ontdekt, dan begrijp je het. Zelf onderzoeken en ontdekken is ook in de wiskunde mogelijk, en daarbij ontwikkel je eigenaarschap over je ontdekking. Bovendien is het leerzaam om met elkaar op onderzoek te gaan en je vondsten te delen. Kun je zo'n benadering ook gebruiken in het wiskundeonderwijs? Welke ontdekkingen liggen binnen het bereik van leerlingen en hoe kun je als docent daarop voortbouwen? Binnen dit thema is aandacht voor manieren om onderzoekend leren in te zetten. Daarbij speelt zowel de schoolcontext een rol, als verschillende wetenschappelijke kaders en activiteiten om deze aanpak in je lespraktijk vorm te geven.



### Goniometrie door de eeuwen heen

Bij goniometrie ("hoekmeetkunde") denk je tegenwoordig aan sinus, cosinus, periodieke functies, formules en soscastoa, maar het onderwerp heeft in 2000 jaar geschiedenis diverse verschijningsvormen gehad. Sterrenkunde was altijd een belangrijke drijfveer, want wie dat beoefende, moest op grote schaal sinussen kunnen uitrekenen. Die sinussen vroegen niet alleen om meetkunde maar ook om zestigtalig rekenen, worteltrekken,

en soms tweede- en derdegraadsvergelijkingen en reeksen. Daarom werden er slimme methodes ontwikkeld om het rekenen in de praktijk te vereenvoudigen of zelfs te vermijden.

In deze themalijn gaan we van de hoeken, bogen en koorden in het oude Griekenland, via gezongen sinussen uit India, en instrumenten uit Islamitisch Spanje, naar de functies en formules in 17e en 18e-eeuws Europa. Met in ons achterhoofd de ultieme vraag: is wiskunde universeel of eerder cultureel bepaald?



### Promovendi in wiskunde-onderwijs

Steeds meer docenten krijgen de kans en grijpen de kans om een promotieonderzoek in wiskundendidactiek te doen. Een ervaring die leidt tot professionalisering van leraren op meerdere gebieden. Het stelt de leraar zelf in staat om te reflecteren op de eigen onderwijspraktijk én om hun eigen onderwijs op basis van systematisch gegenereerde kennis te verbeteren. Daarnaast ontwikkelen ze nieuwe inzichten die ook voor andere leraren interessant zijn. In deze themalijn hebben we drie promovendi gevraagd om iets over hun eigen onderzoek te vertellen.



### WisEbrief docentenworkshop

De WiskundeE-brief sponsort de mogelijkheid voor docenten om zelf op de NWD een workshop te geven. Uit alle inzendingen zijn drie docenten(teams) verkozen tot winnaar: Jos Hoevenaars; Sjaak Kamerling en Pieter van Engelen samen met Inez van de Wolfshaar.

8



### Moeilijke lezing

Is er gevorderde wiskunde uit de bovenbouw of begin van het vervolgonderwijs nodig voor het volgen van de lezing/workshop, dan geven we dit aan met het hiernaast afgebeelde icoon.

④5 Duur workshop/lezing: 45 minuten

⑥0 Duur workshop/lezing: 60 minuten

⑨0 Duur workshop/lezing: 90 minuten

### Hoe slim/dom is kunstmatige intelligentie?

**Stefan Buijsman** | Institute for Futures Studies, Stockholm

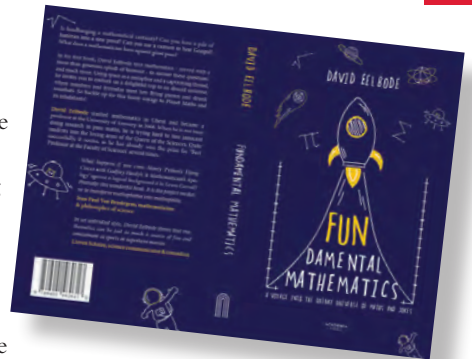
Je komt het steeds meer tegen: algoritmisch nepnieuws, deepfakes, gezichtsherkenning. Kunstmatige intelligentie, met andere woorden. En laat die kunstmatige intelligentie nu eens draaien op wiskunde. Wiskunde die een (bovenbouw)docent niet onbekend voor zal komen.

Dus gaan we op ontdekkingsreis door de algoritmes van vandaag de dag. Hoe kiest Tinder uit welke mensen je te zien krijgt? Hoe kan een computer portretfoto's maken van mensen die helemaal niet bestaan, en filmpjes produceren van interviews die nooit plaats hebben gevonden? En waar gaat het heen met kunstmatige intelligentie? Nemen computers binnenkort de wereld over? Of, op iets kleinere schaal, onze banen? Zo hard gaat het gelukkig nog niet, onder andere omdat de wiskunde hierachter ook zo zijn beperkingen heeft. Met een goede dosis filosofie gaan we een aantal (komische) denkfouten van algoritmes aan het licht brengen.

### Bewijs eens iets met pingpongballen

**David Eelbode** | Universiteit van Antwerpen

Wiskunde, onze Koningin van de Wetenschappen: sommigen kunnen niet meer zonder, anderen vinden haar moeilijk en lopen er liever in een wijde boog omheen. Maar wat maakt wiskunde dan zo interessant en moeilijk tegelijkertijd? In deze lezing proberen we een antwoord te formuleren op die vraag, door te vertrekken van de elementaire bouwstenen: de getallen. We gaan op zoek naar interessante en minder boeiende getallen, naar gekende en minder gekende exemplaren, en naar de becijferde superhelden waar je altijd op kan rekenen. Waarschuwing: deze lezing bevat humor, sporen van pinda en wiskundig verantwoorde onzin.



## Fascinerende netwerken en hoe wiskunde ons helpt ze te begrijpen

Nelly Litvak | Universiteit Twente & TU Eindhoven

Netwerken zijn overal. Steden zijn met elkaar verbonden per spoor, snelweg en stroomnetwerken. Onze hersenen zijn een netwerk van biljoenen neuronen verbonden door synapsen. In een online sociaal netwerk verbinden 'likes', 'comments' en 'volgers' mensen met elkaar. De wiskundige eigenschappen van netwerken bestuderen we om belangrijke gebeurtenissen in de buitenwereld beter te begrijpen. Denk aan: kettingreacties van storingen, verspreiding van epidemieën en fake news. Hoewel je het niet zou verwachten, delen netwerken die op het eerste gezicht niks gemeen hebben vaak fascinerende wiskundige eigenschappen. Zo hebben de meeste netwerken meerdere knooppunten met enorme aantallen verbindingen, bijvoorbeeld beroemdheden op Twitter. In deze lezing bekijken we deze fenomenen met een wiskundige bril en hoe zulk onderzoek ons helpt om informatie uit netwerkdata te verkrijgen, zelfs als een netwerk heel groot is en de toegang tot data zeer beperkt.

**Blok 1** vrijdag 13:45 –14.30/14.45 uur



## Waarom de sinus pas na tweeduizend jaar een functie werd

Viktor Blasjo | Universiteit Utrecht

45

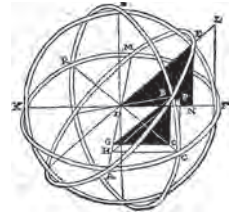
Goniometrische tabellen zijn sinds de oudheid een veelgebruikt wiskundig hulpmiddel. Maar verrassend genoeg duurde het lang voordat  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$  en  $\tan(x)$  werden gezien als functies in de context van de infinitesimaalrekening. Het was Euler die deze stap nam toen de infinitesimaalrekening al ruim een halve eeuw oud was.

Waarom kwamen de goniometrische functies vijftig jaar later de infinitesimaalrekening binnen dan logaritmische en exponentiële functies?

Waarom vonden de makers van de infinitesimaalrekening ze niet nodig? Wat hebben ze in plaats ervan gebruikt? Wat waren de voordelen van dit ouderwetse gezichtspunt?

Hebben we sindsdien meetkundige inzicht verloren bij de overgang naar formules?

Welke voorbeelden of problemen hebben Euler er uiteindelijk van overtuigd dat goniometrische functies toch wel in de infinitesimaalrekening thuishoorden?



## Statistiek: waarom leerlingen geen snars van histogrammen begrijpen

Lonneke Boels | Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

11

60

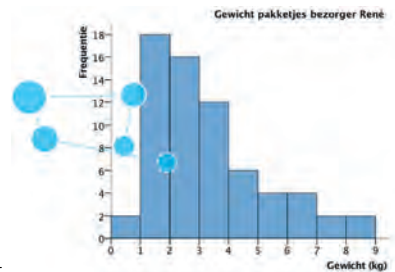
Goede grafieken kunnen letterlijk levens redden.

De polaire grafiek van de eerste vrouwelijke statisticus - Florence Nightingale - is daar een voorbeeld van.

In deze presentatie komen verschillende historische voorbeelden langs. Maar dan moet je die grafieken wel goed kunnen begrijpen en dat is bij histogrammen nou juist een probleem. Afschaffen dan maar? Dat gaat helaas niet helpen, want het is niet (alleen) het histogram zelf dat

lastig te interpreteren is, het zijn vooral de onderliggende statistische begrippen zoals data (bijvoorbeeld meetniveau en aantal variabelen) en verdeling (bijvoorbeeld centrummaten en variatie) die leerlingen niet goed begrijpen.

U krijgt oogbewegingen van leerlingen te zien die naar histogrammen en andere statistische grafieken kijken en u gaat kort zelf aan de slag met verschillende statistische grafieken. Onder voorbehoud vindt ook een live demonstratie van het oogbewegingen-onderzoek plaats. De vraag wat je eraan kunt doen, is nog niet beantwoord maar ik deel wel enkele mogelijke antwoorden.





## Grafen en matrices: van wandelingen tot complexe getallen

Gunther Cornelissen | Universiteit Utrecht



45

Een graaf is een verzameling knopen en kanten. Je kan een tabel maken waarbij de rijen en kolommen corresponderen met de knopen, en waarin een 1 of 0 staat afhankelijk van het feit of er in de graaf een kant tussen de twee knopen is of niet. Ik zal laten zien hoe met deze tabel (een matrix) uit te rekenen is hoeveel rondwandelingen er in de graaf bestaan van een gegeven lengte. Hiervoor moeten we de tabel manipuleren, en dat blijkt precies de machtsverheffing van de matrix te zijn. Dit levert een natuurlijke interpretatie op van matrixvermenigvuldiging, en op die manier kan je dan ook de complexe getallen invoeren, want er is een matrix met kwadraat  $-1$ .



## Vervolg op Leonardo de wiskundige

Antonella Foligno | Universiteit van Urbino

45

In deze bijdrage staat de wiskunde van Leonardo Da Vinci (1452-1519) centraal. Welbekend is het verhaal van Da Vinci als een van de meest briljante geleerden uit de Renaissance, die zijn interesse toonde voor allerlei disciplines met zowel een theoretische blik als met oog voor de praktische toepassingen. In deze presentatie zal ik daarentegen juist een bescheiden poging doen om het cliché van de ‘geniale Leonardo’ te ontcrachten.

12

Er zijn minstens twee aan elkaar verwante omstandigheden die Leonardo (en zijn ‘wetenschappelijke’ successen) in het zadel geholpen hebben. 1) De Renaissance maakte een einde aan het idee dat wiskunde iets magisch was, van enkel symbolische betekenis, door de toegenomen waardering van technische toepassingen van wiskunde. 2) Tegelijkertijd stonden kunstenaars in die tijd te boek als veelzijdige talenten die door rijkelui ingezet konden worden voor het leren van praktische technieken, maar ook voor het oplossen van abstracte problemen. Beide trends legden Leonardo geen windeieren. Inzoomend op Leonardo’s werk, zien we echter ook methodologische inconsistenties en theoretische beperkingen. Zijn briljante geest kwam vooral tot uiting in zijn verbluffende intuïtieve ingevingen. Daarnaast bekijken we ook een aantal wiskundige raadsels en problemen uit Leonardo’s tijd – die inmiddels in op te lossen zijn met basale wiskunde.

*Let op: deze lezing is in het Engels.*



## Bolcoördinaten en het instrument van Azarquiel

Wilfred de Graaf en Tom Reijngoudt | Universiteit Utrecht/Jordan Montessori Lyceum Utrecht

60

In de 11<sup>e</sup> eeuw werd in islamitisch Spanje een meetkundig instrument ontwikkeld onder anderen door al-Zarqalluh (Toledo, ca. 1050), die in het Spaans bekend was als Azarquiel.

Het instrument berust op stereografische projectie en kan gebruikt worden om allerlei problemen met bolcoördinaten op te lossen zonder te rekenen. Het antwoord was namelijk direct af te lezen. Hetzelfde instrument werd in middeleeuws Europa bekend als 'astrolabium catholicum' en tot in de 17<sup>e</sup> eeuw werden nog exemplaren gemaakt.

Als deelnemer aan deze workshop ga je aan de slag met een model van het instrument. We gebruiken het model om de lengte van de dag te bepalen en de richting van Mekka vanuit alle plaatsen op aarde. Het instrument kan ook als meetkundige achtergrond van allerlei trigonometrische formules worden gebruikt.



## De onweerstaanbare combinatie van politiek en statistiek

Armen Hakhverdian | Universiteit van Amsterdam

45

Van peilingen in verkiezingstijd tot algoritmes om sociale media te analyseren, we leven in gouden tijden voor kwantitatieve politicologen. In deze korte workshop geef ik een aantal voorbeelden van politicologisch onderzoek dat zich bij uitstek leent voor statistieklessen in het middelbaar onderwijs. De gehele empirische cyclus komt aan bod, van het formuleren van een onderzoeksvraag tot het verzamelen, verwerken en presenteren van de data. Deelnemers aan de workshop zullen hopelijk inspiratie kunnen opdoen om hun eigen onderwijs te verrijken met de schat aan politieke data die inmiddels voorhanden is.

13



## Een tekeninstrument van Leonardo Da Vinci om weerspiegelpunten te vinden

Henk Hietbrink | Hermann Wesselink College

60

Het onderwerp reflectie van licht in spiegelende oppervlakken is een eeuwenoud onderwerp, dat soms in een modern jasje terugkomt. In het tijdschrift Euclides wordt het rond 1977 behandeld als het vraagstuk van biljarten op een ronde biljarttafel. In de optica wordt het wel het probleem van Ibn al Haytam genoemd. Ook Christiaan Huygens heeft hierover nagedacht.

Gegeven de positie van het oog en de positie van het licht: waar is op een cirkelvormig object het reflectiepunt? Of bij de positie van twee biljartballen: waar moet de eerste bal de rand raken om de tweede bal te stoten?



De wiskunde hierachter is niet zo eenvoudig, maar met GeoGebra wel inzichtelijk te maken. Leonardo Da Vinci zou een verbluffende oplossing bedacht hebben met een even eenvoudig als geniaal instrument. Na een korte historische inleiding wordt vanzelf duidelijk wat Leonardo Da Vinci zelf deed en wat anderen hem later hebben toegedicht.

Wat Leonardo zelf gedaan heeft, kunnen we terugvinden op de website <http://www.leonardodigitale.com/index> in de Codex Atlanticus. Wie een beetje Italiaans kent, kan gewoon zelf lezen wat Leonardo precies bedoelde.

Na deze serieuze probleemverkenning mogen de deelnemers kiezen:

- Knutselroute: zelf het instrument maken van karton om met dat instrument op een bol-, ellipsvormig of anders-zins gebogen object zelf reflectiepunten (meervoud) te vinden.
- Wiskunderoute: onderzoek naar de meetkundige plaats van de weerspiegelingspunten.



## Gouwe Ouwe en Nieuwe

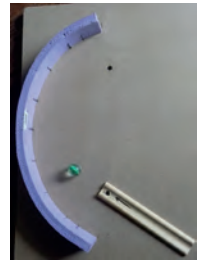
Hans van Lint en Jeanne Breeman

60

In deze workshop gaan we in kleine groepjes zelfstandig werken aan een aantal opdrachten uit de afgelopen 25 NWD's en aan nieuwe problemen. Daarbij is wiskunde nodig om oplossingen te vinden van problemen die ontstaan bij het spelen met allerlei concrete materialen. Knikkers schieten tegen parabolische of elliptische wanden, het vouwen van blaadjes papier of een punt van een cirkel volgen terwijl die cirkel om een andere cirkel draait.

Ook hebben we een aantal eenvoudige reken- en meetkundeopdrachten waarbij je moet ontdekken hoe je op een logische manier te werk moet gaan. Wat is er waar en belangrijk aan de gulden snede? Verder gaan we de isoperimetrische eigenschap met een proefje met zeepvliesen zien en proberen wiskundig te verklaren. En ook doen we nog leuke strategische puzzels en ach kom maar mee doen!

Er zijn eenvoudige en ook moeilijkere onderdelen. Veel opdrachten zijn in de klas, onderbouw en bovenbouw, ook te behandelen.



14



## Met een hamer een schroef bevestigen, kun je beter niet doen

Farran Mackay | Stedelijk College Eindhoven / TU Eindhoven

60

We kennen allemaal leerlingen die proberen om de stelling van Pythagoras in een niet-rechthoekige driehoek te gebruiken, of de abc-formule in een derdegraadsvergelijking toe te passen. Deze leerlingen gebruiken wiskundig gereedschap op de verkeerde manier of kiezen het verkeerde gereedschap. Helaas hebben veel leerlingen gereedschapskisten die minder compleet of georganiseerd zijn dan docenten zouden willen. Het doel van deze praktische workshop, voor zowel bovenbouw- als onderbouwdocenten, is docenten te helpen bij het begeleiden van leerlingen bij het leggen van verbanden tussen wiskundige gereedschap en wiskunde activiteit.

In de workshop bekijken we strategieën om de volgende vragen te tackelen: 1) hoe krijg ik leerlingen zover dat ze hun gereedschapskist effectief gebruiken? en 2) hoe ondersteun



ik mijn leerlingen als ze nieuw gereedschap nodig hebben voor nieuwe wiskundige begrippen? Tijdens de workshop zullen we in groepjes de onderwijsstrategieën toepassen en daarna ervaringen uitwisselen. We werken met bestaande voorbeelden uit de leerboeken.



## De wiskunde achter de bijsturing van treinverstoringen

**Gabor Maroti** | Prestatieregie & Innovatie, Nederlandse Spoorwegen

45

Een efficiënt spoorwegsysteem is onmisbaar voor de Nederlandse samenleving. Een frequente en betrouwbare treindienst biedt iedere dag een milieuvriendelijke manier van reizen voor honderdduizenden mensen. De treinen spelen een cruciale rol in de bereikbaarheid van de grote steden.

Nederlandse Spoorwegen (NS) laat meer dan 5.000 treinen op een dag rijden, en vervoert 1,3 miljoen reizigers. Zo'n complex vervoersysteem leidt tot grote logistieke uitdagingen, en kan niet zonder zorgvuldige planning uitgevoerd worden. De drie grote puzzels betreffen het maken van de dienstregeling, de materieelinzet en de personeelsinzet.

De uitvoering van de treindienst wordt vaak door kleine en grote verstoringen beïnvloed. Een lichte vertraging van een trein vergt geen actieve bijsturing.

Veel ingrijpender zijn de gevolgen van een defecte wissel, een gestrande trein of een aanrijding, waardoor soms meerdere uren lang geen treinen op een stuk spoor kunnen rijden. Het materieel en het personeel moeten dan bijgestuurd worden. NS moet gemiddeld drie ernstige verstoringen per dag afhandelen. De grootste uitdaging is om de plannen snel aan te passen en ondanks de verstoring toch de best mogelijke service aan te bieden.

In de afgelopen jaren heeft NS veel onderzoek gedaan naar optimalisatietools voor de bijsturing. In deze lezing geven we een overzicht van de wiskundige technieken die de basis vormen van deze tools. De tools worden succesvol ingezet om beslissingen te nemen bij grootschalige verstoringen. Met handmatige bijsturing zijn dergelijke stremmingen niet oplosbaar.

15



## Op weg naar de Formule 1 op Circuit Zandvoort

**Niek Oude Luttikhuis** | Track manager Circuit Zandvoort

45

In het voorjaar van 2019 werd bekend dat het Circuit Zandvoort in 2020 onderdeel mag zijn van het grootste evenement in de Formule 1: de internationale Grand Prix. Onlangs zijn bovendien de laatste vergunningen verleend die nodig waren voor belangrijke en noodzakelijke verbouwingen. Een aantal van die verbouwingen betreffen het circuit zelf voor de grotere en snellere Formule 1-wagens.

De gewenste aanpassingen betreffen o.a. de mogelijkheden voor inhalen en het geven van voldoende ruimte om af te remmen voor bochten met behoud van de veiligheid van



de coureurs. Deze aanpassingen lijken uitbreidingen van het circuit te vragen, maar dat was niet mogelijk omdat het midden in een beschermd duingebied ligt. De uiteindelijke oplossingen zijn gebaseerd op natuurkundige en wiskundige inzichten, maar maken ook gebruik van een flinke dosis praktijkervaring.



## Curriculum anders

Margot Rijnierse | Cartesius2

45

“Wat jammer dat leerlingen afstromen naar de havo als ze eigenlijk slim genoeg zijn... Hoe kan ik met een deel van de klas verdieping doen en ze daarvoor belonen... Wat zou het leuk zijn om eens uitgebreid puzzels en raadsels te doen met een geïnteresseerde groep leerlingen...”



Ben je op zoek of het ‘anders’ kan? Op het Cartesius2 doen we het anders. Havo en VWO blijven bij elkaar. De leerlingen werken in een les aan hetzelfde onderwerp, maar op hun eigen niveau. Hoe hoger het niveau, des te meer aandacht voor het ontrafelen van situaties en het zoeken van patronen. Bij voorkeur geven we interdisciplinaire lessen, wiskunde met natuurkunde, wiskunde met informatica, wiskunde met economie.

We kunnen dit doen doordat we grote groepen hebben met twee docenten voor de klas, waardoor opdelen in niveaus en de combinatie van vakken uitvoerbaar is. En dan de kers op de taart: per periode volgen de leerlingen twee keuzemodules die variëren van cryptografie of forensische chemie tot stijldans of filosofie. Daar kan je als leerling en als docent je ei kwijt! Avontuur! Maar wel met het curriculum scherp in het vizier.

16



## Cosh: een ketting in topvorm

Michel Roelens | Maria Boodschaplyceum Brussel /UC Leuven Limburg



45

De vorm van een ketting of kabel die, in twee punten bevestigd, in het zwaartekrachtsveld hangt, is die van de grafiek van de *cosh*-functie, de cosinus hyperbolicus. Onlangs trok deze kettinglijn mijn aandacht en die van mijn leerlingen door een fout in een handboek. Zullen jullie deze fout



opmerken? Ik zal van de gelegenheid gebruik maken om ook een bewijs te geven van de vorm van de ketting onder invloed van de zwaartekracht. Wat is precies het verschil met de parabool? En vanwaar de verbazende gelijkenissen tussen het rekenen met hyperbolische functies en met goniometrische functies?



## De (max,+)-algebra

Gerardo Soto y Koelemeijer | Stedelijk Gymnasium Leiden



45

De symbolen  $+$  en  $\times$  zijn bedacht door mensen. Maar wat als we die symbolen nu een andere betekenis geven? Wat als de keer een optelling wordt en de plus het maximum van twee getallen? Kunnen we dan nog wiskunde bedrijven of raakt de wiskunde dan ontspoord? Het blijkt dat we op deze manier een nieuwe algebra hebben ontwikkeld, waarin alles net wat anders werkt dan in de gewone algebra. En met deze nieuwe algebra, de (max,+)-algebra, kunnen we, met behulp van matrices, een dienstregeling ontwerpen voor bijvoorbeeld een treinnetwerk. Ga je mee op reis? In deze workshop gaan we opnieuw leren rekenen. Dit kan direct in de klas worden toegepast!

De lezing is gebaseerd op het boekje *De (max,+)-algebra en het ontwerpen van een dienstregeling voor de Nederlandse Spoorwegen* dat vorig jaar in de Zebra-reeks verscheen.



## Het plannen van een voetbalcompetitie: do's, don'ts, and don't knows

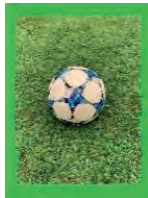
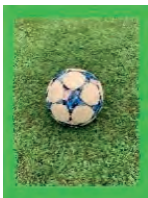
Frits Spijksma | Technische Universiteit Eindhoven

45

Elke voetbalcompetitie heeft een planning nodig: wie speelt tegen wie, waar, en wanneer? Die planning heeft invloed op de belangen van de betrokken partijen (betaald voetbalorganisaties, zendgemachtigden, politie, fans), en zelfs op de uitkomst van de competitie.

17

We laten zien hoe een planning de uitkomst van een competitie kan beïnvloeden. Verder bespreken we onze ervaringen bij het modelmatig plannen van de hoogste klassen van het Belgisch professionele voetbal. We gaan in op de precieze manier waarop we voetbalkalenders opstellen, en bespreken de wiskundige eigenschappen van zogenaamde thuis-uit patronen. We sluiten af met een vraagstuk inzake penaltyseries, meer concreet: ABBAABBAAB – eerlijk of niet?

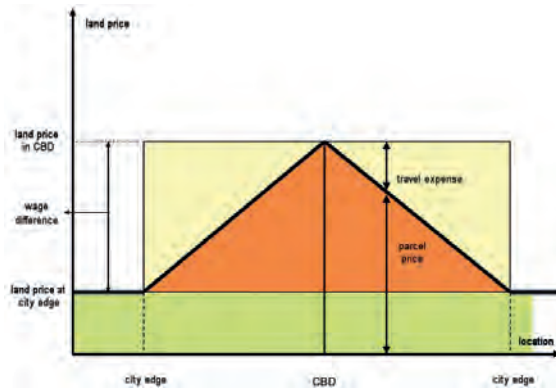


## De prijs van de stad

Coen Teulings | Universiteit Utrecht

45

Coen Teulings gaat in op de economische betekenis van de stad. Grond is veel duurder in de stad dan op het platteland. De duurste vierkante meters in Nederland (de grachten-gordel in Amsterdam) zijn een factor 200 duurder dan de goedkoopste (Bellingwedde in Noordoost-Groningen). Met een eenvoudig model van een monocentrische stad verklaart Teulings deze grondprijzverschillen en analyseert hij het maatschappelijk rendement van collectieve goederen, zoals de meer-waarde van stations. Aan de hand van deze theorie gaat Teulings ook in op de oorzaken van de scherpe stijging van de huizenprijzen en wat daaraan gedaan kan worden.

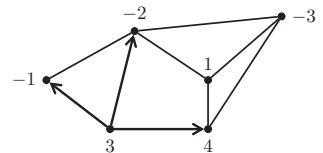


## Spelen met grafen

Marieke van der Wegen | Universiteit Utrecht

60

In deze workshop gaan we een spelletje spelen op grafen. We beschouwen een graaf als een groep mensen. Elk persoon heeft een hoeveelheid geld. Volgens bepaalde regels kunnen personen geld geven aan of krijgen van hun vrienden. Het doel is om te zorgen dat niemand schulden heeft (niemand heeft een negatieve hoeveelheid geld). Wanneer is dit mogelijk? En hoe moet je het geld dan herverdelen? Behalve dat zo'n spelletje leuk en toegankelijk is, verschijnen variaties op dit spel ook op verschillende plekken in actueel onderzoek.





## Wiskunde kan een computer leren om gezichten te herkennen

**Martijn Anthonissen** | Technische Universiteit Eindhoven



90 Je hoeft tegenwoordig geen wachtwoorden meer te onthouden en je betaalpasje mag je ook thuislaten. Allemaal omdat onze computers en telefoons steeds beter worden in het herkennen van gezichten. Hoe werkt dat eigenlijk? In deze workshop gaan we kijken hoe je een computer kunt leren om mensen te herkennen op een foto.

In het platte vlak of in de ruimte kunnen we makkelijk de afstand uitrekenen tussen twee punten. Het blijkt dat je foto's van gezichten kunt zien als punten in een ruimte met een veel hogere dimensie. Als je eenmaal zo'n wiskundige beschrijving van een foto hebt, dan kun je aan de slag. Je kunt afstanden tussen foto's uitrekenen, foto's bij elkaar optellen, gemiddelde gezichten bepalen en nog veel meer. Alle gereedschappen uit de (numerieke) lineaire algebra staan tot je beschikking!

We bekijken een aantal methoden voor gezichtsherkenning. De meest geavanceerde methode bepaalt voor elke persoon een gezichtenruimte en kijkt voor een nieuwe foto in welke gezichtenruimte hij het beste past. De wiskunde die we hiervoor gebruiken is de singulierewaardenontbinding van een matrix. Tijdens de workshop kun je zelf spelen met een programma voor gezichtsherkenning en uitzoeken op welke celebrity je het meeste lijkt! Dit programma is geschreven door Esmée Stijns als deel van haar bacheloreindproject aan de TU Eindhoven.

*Bij deze workshop komt een laptop van pas. We verzoeken deelnemers om een laptop mee te nemen.*



## Hoe maak je een gps met geluid?

**Raf Bocklandt** | Universiteit van Amsterdam

90 In deze workshop leggen we de wiskundige principes uit achter het gps-systeem. Daarna gaan we zelf aan de slag en maken we buiten een gps-systeem dat werkt op basis van geluid. Als ontvangers gebruiken mobieltjes en de plaatsbepaling doen we met behulp van een paperclip, touw, potlood en papier.

*Voor deze workshop gaan we naar buiten. Houd je jas dus bij de hand.*



## Zo veel ideeën.....

**Desiree van den Bogaart, Lidy Wesker-Elzinga, Peter Lanser, Joke Daemen & Mariozee Wintermans** | Hogeschool van Amsterdam / Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

90

In deze workshop staat Niels Henrik Abel (1802-1829) centraal. Abel was een Noorse wiskundige die baanbrekend werk deed in de algebra en de analyse. Om hem beter te leren kennen gaan we op theaterlijke wijze te werk, gebruikmakend van historische personages en gebeurtenissen, waardoor de menselijke context en het drama dat soms het bedrijven van wiskunde kan omringen, voor het voetlicht komt.

Na een korte introductie over de werkwijze worden de deelnemers uitgenodigd zelf een bijdrage te leveren aan de encensering van het toneelscript “Zo veel ideeën...” van Gavin Hitchcock, waarin het leven en werk van Abel de aandacht krijgen die het verdient. Het script bevat dialogen, regieaanwijzingen en kleine rollen van onder andere Euler, Gauss en Lagrange.

Na het uitvoeren van het script gaan we met elkaar het gesprek aan over wat deze bijzondere werkvorm heeft opgeleverd aan kennis over Abel en welke mogelijkheden deze werkvorm nog meer biedt.



20

## PQRS-Q 6<sup>e</sup> keer

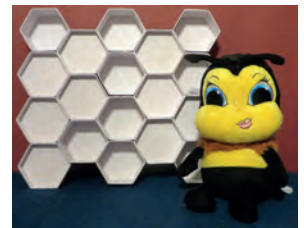
**Odette De Meulemeester & Matthijs Coster** | Pythagoras



90

De workshop, het zesde deel van puzzels, raadsels en spelletjes is een echte workshop. Je werkt in tweetallen aan een afwisselende serie opdrachten die verschillend zijn van de voorgaande keren. Je speelt spelletjes tegen elkaar, je maakt puzzels met spinnen en varkens en deze keer zijn er een aantal puzzels met een honingraat. Er is een keur aan raadsels om op te lossen en er is een opgave met vlakvullingen vol met verschuivingen om ‘het jaar van de translatie 2020’ te vieren. Zoals gewoonlijk is er concreet materiaal. Bij veel vraagstukken kun je zelf nadien veel variaties bedenken door bijvoorbeeld de spelregels iets te veranderen. Dit kan je dan ook aan je leerlingen vragen en dan kunnen ze hun zelf uitgevonden puzzels onderzoeken.

De wiskundige voorkennis van alle deelnemers van NWD is voldoende om van onze workshop te genieten. Om een oplossing te vinden is een doortastende, frisse geest vereist. De meeste opdrachten zijn ook zeer geschikt om in de klas te doen en de werkvorm is dat zeker ook. Aan het eind neem je een hand-out mee met alle opdrachten en krijg je ook de antwoorden. Zoals de voorgaande keren kunnen de deelnemers het gebruikte materiaal onder elkaar verdelen en zijn er leuke prijzen voor de deelnemers die de opdrachten goed vervuld hebben (soms heb je ook de factor geluk nodig).





## Formeel Denken, het denken ontrafeld

Pieter van Engelen en Inez van de Wolfshaar | SG Het Rhedens Rozendaal

- 60 Kritisch denken, probleemoplossend vermogen, creativiteit en leren formuleren. Dat zijn allemaal onderwerpen waar we ook graag in onze wiskundelessen aandacht aan besteden. Docenten geven vaak aan dat bij wiskunde een manier van denken aangeleerd wordt, die bij andere vakken ook handig te gebruiken is. We ervaren dat leerlingen dit lang niet altijd zo zien. Op Het Rhedens hebben wij de kans gekregen om een nieuw vak voor leerjaar 1 en 2 op te zetten: Formeel Denken. In dit vak besteden wij aandacht aan de vaardigheden die nodig zijn om problemen aan te pakken. Welke strategieën kunnen gebruikt worden en hoe formuleer je de oplossing, zodat een ander ook begrijpt wat je bedoelt. Dit doen we met actieve werkvormen, zodat leerlingen ervaren wat werkt en wat niet. Wij willen bereiken dat leerlingen deze algemene vaardigheden herkennen en leren in te zetten bij de verschillende schoolvakken. Inhoudelijk gezien zit het vak op het snijvlak tussen de vakken wiskunde, Nederlands en filosofie. Het stellen van een vraag (filosofie), het ontrafelen (wiskunde) en het formuleren van het antwoord (Nederlands). In deze workshop delen we onze ervaringen met het vak Formeel Denken. Jullie gaan zeker zelf aan de slag met een tweetal werkvormen, afkomstig uit de lessen!

## Wiskunde op het witte doek

Ekaterina Eremenko | Technische Universiteit Berlijn

21

- 90 Sinds 2012 werkt Ekaterina Eremenko aan nieuwe manieren om met film wiskunde onder de aandacht te brengen van een breed publiek. In deze presentatie toont Eremenko stukjes van haar films en deelt ze haar ervaringen als filmproducent van ‘The Discrete Charm of Geometry’ en ‘Math Circles Around the World’ (nog in de maak). In ‘The Discrete Charm of Geometry’ werkt een team van wiskundigen aan een groot project. Van dichtbij ziet de kijker hun vreugde, hoop, teleurstelling en onderlinge competitiedrang. Behalve de wiskundige kant van het project behandelt de film persoonlijke vragen: is er een grens tussen enerzijds de wiskundige en anderzijds het leven daarbuiten? En hoeveel zijn de teamleden bereid om op te geven? ‘Math Circles Around the World’ gaat over de honderden kinderen in steden over heel de wereld die wekelijks bij elkaar komen om complexe wiskundige problemen op te lossen. Wie zij zijn, waarom ze doen wat ze doen, en hoe, toont deze film.

*Let op: deze lezing is in het Engels.*

‘s Avonds toont Eremenko tevens haar film “Colors of Math”.



## De wiskunde achter Photoshopfilters

**Tom Goris en Henk van der Vorst** | Fontys Lerarenopleiding Tilburg en Universiteit Utrecht



90

Wellicht herken je deze afbeelding van de NWD-poster van 2019. Tijdens het maken van deze poster vroegen we onszelf voortdurend af: wat doen die Photoshop-vervormingsfilters nu precies? Die filters heten bijvoorbeeld ‘poolcoördinaten’, ‘bol’ of ‘golf’. Dat moeten dus wel wiskundige transformaties zijn van het platte vlak. Maar welke dan?

In deze workshop gaan we dat stap voor stap uitzoeken door geschikte coördinatenstelsels te vervormen en te kijken wat er precies gebeurt. Ieder antwoord levert daarbij weer nieuwe vragen op, waardoor de sprekers waarschijnlijk net zo veel gaan leren als de deelnemers. Met de verworven inzichten die dit proces oplevert kun je zelf uiteindelijk aan de slag om dit soort patronen te maken.

Enige ervaring met Photoshop of vergelijkbare beeldbewerkingssoftware (met name het werken in verschillende lagen) is een voordeel.

*Heb je een laptop met Photoshop, dan verzoeken we deelnemers vriendelijk om deze mee te nemen.*

22

## Op weg naar betrokken leerlingen met wiskunde in de buurt

**Martha Hoebens en Trudy van der Kolk** | Driestar hogeschool/ Bedrijf in de Klas



- Hoe kan de dienstregeling opgesteld worden, zodat de tram vaak bij deze halte stopt?
- Wat helpt een vrachtwagenchauffeur om zijn spiegels goed af te stellen?
- Hoe kunnen de verkeerslichten op dit kruispunt optimaal worden afgesteld?

90

Dit is zomaar een greep uit vragen-rondom-vervoer die iedereen kent. Wellicht heb je antwoorden gevonden, of ben je er nog naar op zoek. Hoe dan ook, je maakt gebruik van je (wiskunde)kennis en inzichten. Door leerlingen te laten zien waar de wiskunde zit bij deze alledaagse vraagstukken, geef je antwoord op de vraag: ‘Mevrouw, waarom heb ik dit nodig?’

Ken je deze vraag ook? En zoek je nog naar antwoorden?

Tijdens deze workshop leggen we de verbinding tussen de onderwerpen uit het leerboek en hun toepassing in werkelijke situaties gerelateerd aan transport in de directe omgeving van huis en school. Je krijgt dus handvatten voor praktische, bruikbare en betekenisvolle toepassingen bij elke gewone wiskundeles. De manier van verbinding leggen is overdraagbaar naar andere thema's. Je verzamelt vanuit verschillende invalshoeken contexten om leerlingen (nog) meer te betrekken bij wiskunde.



*Let op: Neem voor een goede opbrengst van deze workshop de methodedelen van het leerjaar/niveau mee waarop je je bij voorkeur richt.*

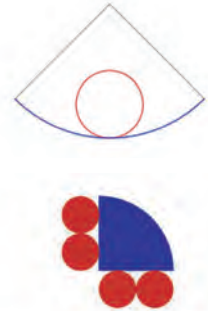


## Maak je eigen Sangaku

Jos Hoevenaars | Mgr. Frenckencollege

90

Een Sangaku is een Japanse meetkundepuzzel zonder tekst, formules of symbolen. Je probeert zelf de vraag te formuleren en het bedoelde bewijs te vinden. Het is een leuke bezigheid om een Sangaku op te lossen. De meeste bekende Sangaku's zijn te ingewikkeld om leerlingen aan te bieden. Maar als je zelf een Sangaku bedenkt, heb je invloed op de moeilijkheidsgraad en daarmee kun je een inspirerende wiskundige denkactiviteit vormgeven voor leerlingen vanaf klas 3 HAVO en VWO. In deze workshop leer je wat een Sangaku is, hoe je een Sangaku oplost en hoe je zelf een Sangaku kunt bedenken en uitwerken. Na de workshop heb je een eigen Sangaku die je in de les kan gebruiken.



*Deelnemers worden verzocht om een laptop mee te nemen, met bij voorkeur GeoGebra daarop geïnstalleerd.*



## De sinusreeks in Sanskrietverzen uit de 15<sup>e</sup> eeuw

Jan Hogendijk | Universiteit Utrecht

90

In Europa werd in de 17<sup>e</sup> eeuw ontdekt dat de sinus van een hoek (in radialen) kan worden berekend als som van een Taylorreeks. Twee eeuwen eerder was dezelfde berekening in Zuid-India al gevonden, maar wel in een heel andere vorm.

We beginnen met het ophalen van de kennis van de Taylorreeks voor de sinus. Daarna zullen we de 15<sup>e</sup>-eeuwse Sanskrietverzen reciteren waarin de berekening werd vastgelegd. Met de vertaling ga je zelf aan de slag. We maken ook kennis met een ingenieus systeem om getallen in dichtvorm vast te leggen. Aan het eind gaan we kort in op de manier waarop de Indiërs tot de berekening kwamen. Deze workshop is oorspronkelijk ontwikkeld voor eerstejaarsstudenten aan de universiteit, als voorbeeld van wiskunde van hoog niveau op een andere manier dan wij gewend zijn.

23

निहत्य चापवर्गेण चापं तत्तत्फलानि च ।  
हरेत् समूलयुग्मवर्गैस्त्रिज्यावर्गहृतेः क्रमात् ॥ ४५  
चापं फलानि चाघोऽघो न्यस्योपर्युपरि त्यजेत् ।  
जीवापर्यै, संग्रहोस्यैव 'विद्वान्' इत्यादिना कृतः

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} - \frac{x^{11}}{11!} + \dots$$



## Zoek het lekker zelf uit!

**Floortje Holten, Margot Rijnierse en Carolien Bos-Reus** | Cartesius2/Utrechts Stedelijk Gymnasium

90 Die arme leerlingen worden er doodmoe van dat alle stof voor ze wordt voorgekauwd. Of laat u ze wel eens zelf iets uitzoeken? Hoe doe je dat op een goede gestructureerde manier, waarbij leer-lingen de verantwoordelijkheid voor het leerproces in eigen hand nemen zonder meteen vast te lopen op het eerste obstakel? En kost dat tijd of win je er tijd mee?

Afgelopen drie jaar boog een groep van onderzoekers en docenten uit vier landen zich over deze vragen als onderdeel van hun gezamenlijk project MERIA. Ze ontwikkelden een framework en les-scenario's als handreiking naar docenten om met onderzoekend wiskunde leren aan de slag te gaan en daarmee leerlingen te laten ervaren hoe relevant, interessant en toepasbaar wiskunde is.

In deze workshop introduceren drie docenten de MERIA-materialen op basis van hun positieve ervaringen. Ook krijgt u een inkijkje in de theorie waarop de scenario's gebaseerd zijn. Maar het gaat er natuurlijk echt om dat u het de volgende dag al kunt implementeren in uw eigen klas. Ervaar daartoe hoe het voor een onder- of bovenbouw-leerling is om de ontwikkelde lessen te krijgen. Vervolgens is er voldoende tijd voor discussie, reflectie en praktische vragen.

24

U gaat naar huis met een concrete lesplannen, algemene inzichten en enthousiasme (gegarand-deerd) voor lesactiviteiten die onderzoekend leren faciliteren. Kom, leer en onderzoek of onder-zoekend leren ook iets voor uw klassen is!

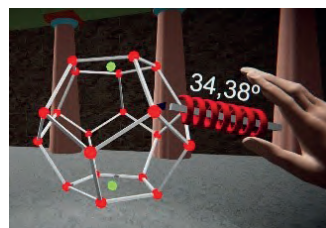


## Euclides gaat virtueel: Virtual Reality in de klas

**Sjaak Kamerling** | CSG Willem de Zwijger Schoonhoven

90 Welkom in een virtuele wereld met onder andere de volgende mogelijkheden:

- bouw, bewerk en bestudeer 3D-objecten op interactieve wijze (zowel ruimtelijk als in projecties).
- beoefen vlakke meetkunde (bijvoorbeeld ontwerpen van tegelpatronen).



Tijdens deze workshop laten we eerst een aantal mogelijkheden zien om met behulp van Virtual Reality (VR) en Augmented Reality (AR) 3D- en 2D-meetkunde in het klaslokaal te bedrijven.

We zoomen in op een softwareproject van Universidad de Almería. Medewerkers van deze Spaanse universiteit ontwikkelen en onderzoeken de (didactische) mogelijkheden van de Virtual Reality omgeving NeoTrie VR.

Er zijn twee proefopstellingen met NeoTrie VR beschikbaar. Hiermee demonstreren leerlingen enkele mogelijkheden van het pakket aan de hand van opdrachten die ze in 2019 tijdens de wiskundelessen hebben uitgevoerd.

Vervolgens tonen we lesmateriaal bij NeoTrie VR dat door Spaanse en Poolse docenten is ontwikkeld. We gaan kort in op enkele didactische en technische aspecten.

In het tweede deel van de workshop is er onder begeleiding van de leerlingen gelegenheid om met de twee VR-brillen en bijbehorende controllers zelf een virtuele blik in de wereld van Euclides te werpen. Kijk en denk mee met de virtuele activiteiten.

Daarnaast bestaat de mogelijkheid met Augmented Reality 3D-objecten te verkennen op een smartphone met de Android app AR Platonic Solids. Neem bijvoorbeeld een AR-duik in de Spons van Menger.

## Vervolg verkenning nieuwe correctievoorschriften

Ger Limpens en Ruud Stolwijk | Cito



60

Waar vroeger in correctievoorschriften formuleringen als ‘voor het juiste antwoord 7 punten’ te vinden waren, zien we tegenwoordig soms heel gedetailleerde nakijk-instructies. En dat gebeurt bij wiskunde en bijvoorbeeld natuurkunde absoluut niet op dezelfde manier. De toetsdeskundigen van Cito zijn zich hiervan bewust en onderzoeken al enige tijd of het ook anders zou kunnen. En inmiddels zijn er meer mensen die zich hierover buigen – denk bijvoorbeeld aan publicaties in de WiskundeBrief (nummer 849, 23 juni 2019 – Gerard Koolstra) en in Euclides (nummer 95-1, september 2019 – Maarten Muller). In deze workshop geven twee toetsdeskundigen van Cito een vervolg aan de workshop die vorig jaar op de NWD bij te wonen was. Toen zijn enige gedachten en ideeën over een mogelijke aanpassing van de opzet van de correctievoorschriften bij de centrale eindexamens getoond en besproken. Maar, in vervolg op vorig jaar, is er nu leerlingwerk beschikbaar om met zowel het ‘oude’ als het ‘nieuwe’ correctievoorschrift te beoordelen. De bedoeling is om er achter te komen of de nieuwe ideeën voor correctievoorschriften ook echt in de praktijk zouden kunnen werken. Een echte ‘workshop’ dus!

25

1	<b>maximumscore 3</b>	
	voorbeeld van een berekening:	
	Er moet opgelost worden $1,05^t = 2$ dus $t = 14,2$ . Dus na 15 jaar is er sprake van verdubbeling	
	<ul style="list-style-type: none"><li>• Het inzicht dat bij een stijgingspercentage van 5% een groefactor 1,05 hoort</li><li>• Het inzicht dat de exponentiële vergelijking <math>1,05^t = 2</math> moet worden opgesteld</li><li>• Het completeren van de berekening</li></ul>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>



## Kiessystemen & Zetelverdelingen: de wiskundige motor achter verkiezingen

Filip Moons | Universiteit Antwerpen/FWO Vlaanderen



90

Hillary Clinton verloor van Donald Trump, ondanks dat ze ruim 2,5 miljoen stemmen extra achter haar naam kon plaatsen; in Nederland zit standaard een veel bonter allegaartje van partijen in de Tweede Kamer dan in

vergelijkbare assemblees in de buurlanden en in België hebben Franstaligen veel minder stemmen nodig voor een zetel in het federaal parlement dan Vlamingen. Zelfs het Eurovisiesongfestival, dat in essentie ook een verkiezing is, blijft niet gespaard van wiskundige ongemakken: soms wint een land dat met exact dezelfde uitslag, maar een ander kiessysteem, de beker aan zich zou moeten laten voorbijgaan. Verklaringen voor al deze fenomenen: pure wiskunde. Elk kiessysteem is een prachtig staaltje wiskunde die de uitslag hoe dan ook op een bepaalde manier zal vertekenen. Uit Arrow's stelling der onmogelijkheid weten we bijvoorbeeld dat het nooit helemaal zal lukken om de verkiezingsuitslag perfect te laten weerspiegelen in zijtes in de Tweede Kamer. In deze sessie houden we onze eigen verkiezingen. Met de kiesuitslag gaan we interactief aan de slag en testen we verschillende veelgebruikte zetelverdelingssystemen uit. Uit de bijhorende wiskundige algoritmes destilleren we inzichtelijk de eigenschappen van elk verdelingssysteem. Na deze sessie zal geen enkele verkiezing meer hetzelfde zijn en zet je spontaan je wiskundige bril op bij kiesuitslagen.



## Wiskunde, daar komt wat uit!

**Rob van Oord en Marjan Botke** | Erasmiaans Gymnasium Rotterdam/TU Delft en NVvW

90

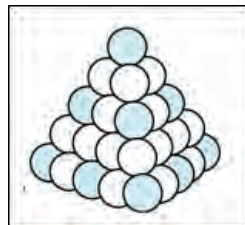
26

Vorig jaar hebben we laten zien dat er veel zit in wiskunde. Dit jaar willen we met jullie kijken naar wat er uit komt. Iedereen kent de negenproef, waarom kun je daarmee zeker weten dat een getal deelbaar door 9?

Of een oneindig voortlopende deling

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{1 + \dots}\right)}\right)}$$

wat komt hier uit?



Wanneer je een recept hebt om een regelmatige vijfhoek te vouwen, hoe weet je dan dat die vijfhoek echt regelmatig is?

Als je een vouwblaadje vier keer dubbelvouwt, en je knipt een hoekje eraf, wat krijg je dan? Wanneer je vijf kubussen in een uitgespaard hoekpunt in een kringetje strak in elkaar steekt, dan lijken ze met elkaar een regelmatige vijfhoek te vormen.

Hoe zeker weet je dat?

Als je tennisballen gaat stapelen, hoe hoog wordt dan je stapel met 100 ballen? Maar ook letterlijk, wat komt er uit een kubus? Meestal sla je aan het rekenen, en kijk je wat er uit komt. In de workshop bekijken we verschillende van dit soort problemen en hoe je het kunt aanpakken om ze op te lossen. Naast vouwen, knippen en plakken komt er ook wat rekenwerk om de hoek. Er zitten vast leuke dingen bij die je in je lessen kunt gebruiken.



## Tensegrity

**Marcelo Pars** | Tensegrities-hobbyist



90

Tensegrities zijn wonderlijke bouwwerken van houtjes en touwtjes. De driedimensionale vorm en de altijd scheef staande stokjes maken de wiskunde lastig. Waar een simpel touwtje altijd weet wanneer het strak moet staan moeten wij ons suf puzzelen om dat voor elkaar te krijgen. Maar dan krijg je ook een leuk kunstwerkje en er zitten gelukkig ook een paar eenvoudige sommen bij.

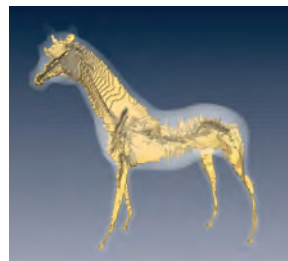
Toevallig heeft de tensegrity ook een aardige ontstaansgeschiedenis en is er enthousiast mee geëxperimenteerd in de architectuur. Ook zijn er op brede schaal theorieën dat de biologie bol staat van tensegrities: ons lichaam bijvoorbeeld met zijn botten en spieren, maar ook iedere eenvoudige cel in ons lichaam.

We gaan het allemaal bespreken en tot slot voor wie wil, de handen uit de mouwen om zo'n tensegrity in elkaar te zetten.



## Wiskundige morfologie van digitale beelden

**Prof. dr. Jos Roerdink** | Rijksuniversiteit Groningen



90

Sinds de introductie van de computer heeft de digitale beeldverwerking een hoge vlucht genomen. Denk bijvoorbeeld aan ruisonderdrukking, opscherping, restauratie of codering van beelden, maar ook aan frequentie-analyse, multischaal-analyse, segmentatie, vormbeschrijving, enz. Een speciale aanpak binnen de beeldbewerking is gebaseerd op de zogenaamde mathematische morfologie, die in het meest eenvoudige geval van tweedimensionale zwart-wit beelden werkt met elementaire wiskundige bouwstenen zoals verzamelingen en transformaties van het platte vlak.

In mijn voordracht zal ik een schets geven van de basiselementen van de mathematische morfologie. Dan zal ik een algoritme bespreken voor het berekenen van een morfologisch "skelet" van een zwart-wit beeld, dat onder andere gebruikt kan worden voor efficiënte beeldcodering.

Diverse toepassingen van de mathematische morfologie zullen de revue passeren, in gebieden zoals de medische beeldanalyse, de sterrenkunde, of de digitale tekstbewerking.



## Maryam Mirzakhani: meetkunde van krommen

**Loek Spitz** | Universitaire Pabo van Amsterdam/Universiteit van Amsterdam



90

De Iraanse Maryam Mirzakhani was de eerste vrouwelijke winnaar van de Fieldsmedaille, de hoogste onderscheiding in de wiskunde. Zij ontving de prijs voor haar werk op het gebied van de meetkunde van krommen. Om precies te kunnen begrijpen wat ze gedaan heeft, is een verhaal van drie kwartier te kort (een studie van vier jaar komt meer in de buurt!); toch zullen we bij deze voordracht proberen wat dieper in het werk van Mirzakhani te duiken. Lijkt het je leuk een blik te werpen op meetkundig onderzoek zoals dat ook nu op het scherpst van de snede wordt uitgevoerd en hou je van het proberen begrijpen van abstracte wiskundige concepten? Dan is deze voordracht wat voor jou! Ik zal beginnen met een korte introductie op de bijzondere levensloop van Mirzakhani, en daarna de overstap maken naar de wiskunde waar zij zich mee bezig heeft gehouden. Ik ga proberen daarin niet alleen zelf aan het woord te zijn, maar jullie ook aan het denken te zetten met gerelateerde wiskundige vraagstukken.

28

## Kleine problemen met grafen: groot puzzelplezier!

**Els Vanlommel** | Heilig Hart van Maria Berlaar



90

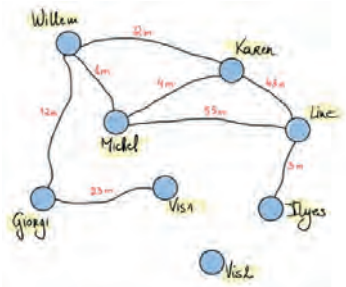
Met grafen kun je complexe situaties modelleren die heel relevant zijn in onze maatschappij. Zeker de laatste jaren zien we een enorme toename van toepassingen. Maar al sinds Euler in de 18de eeuw de grafentheorie op de kaart zette met een artikel over de zeven bruggen van Königsberg, werden grafen gewoon ook gebruikt om te puzzelen.

En wie vindt dat nu niet plezierig?

Grafentheorie is wiskundig heel rijk, maar is tegelijk erg toegankelijk. Met een klein beetje basiskennis kun je al snel mooie redeneeroefeningen maken en net dat maakt het een interessant onderwerp voor in de klas.

Ook leerlingen die niet vaardig zijn in algebra, kunnen met grafen snel tot echt wiskundige denkactiviteiten komen.

Je vindt vaak veel en mooi lesmateriaal rond de grotere gekende problemen en algoritmen zoals de bruggen van Königsberg, het vierkleurenprobleem, het algoritme van Dijkstra... Daar kiezen we in deze workshop bewust niet voor. We presenteren hier een reeks kleinere uitdagende probleempjes met grafen, soms met een context maar soms ook gewoon zonder, waarmee je rechtstreeks en zonder al te veel theoretische inleiding naar de klas kunt. Puzzelplezier verzekerd!



## Spelen op de rand van de afgrond: Een experiment over strijdige belangen en een dreigende milieu-catastrofe

Florian Wagener | Universiteit van Amsterdam



90

Het terugdringen van milieuvervuiling is een lastig probleem. Dit heeft een dynamische en een strategische reden. De dynamische is dat vervuilende stoffen vaak een lange levensduur hebben; de strategische is dat de vervuiler zelf de baten van de vervuiling opstrijkt, maar de kosten van de vervuiling over iedereen verdeelt. Als er nou een catastrofe plaatsvindt als de vervuiling niet stopt? Dan reageren beleids-makers toch verstandiger?

In deze workshop ga ik hier met de deelnemers theoretisch en praktisch naar kijken. In de theoretische gedeelten vertel ik over de ecologische, economische en wiskundige achtergronden van dit probleem uit de dynamische speltheorie. Deze worden afgewisseld met een aantal praktische gedeelten, waar groepen van vier deelnemers zelf een dynamische beleidsregel opstellen. Steeds twee groepen spelen daarbij het dynamische vervuilingsspel tegen elkaar: als ze weinig vervuilen kunnen ze ook maar weinig produceren; als ze veel vervuilen, moeten ze rekening houden met een milieucatastrofe. Gaat het ze lukken mettertijd een gulden middenweg te vinden?

**Blok 3** zaterdag 09:15 –10:00/10.15 uur



## Een glimp van Martin Hairer's wonderlijke machine

Sonja Cox | Universiteit van Amsterdam

45

In 2011 stelde Martin Hairer zijn artikel "Solving the KPZ equation" via het online platform 'arXiv' beschikbaar. Dat leidde meteen tot grote reuring: de Kardar-Parisi-Zhang (KPZ) vergelijking is een niet-lineaire stochastische partiële differentiaalvergelijking (SPDV) waarvoor voorheen niemand een wiskundig sluitende oplossing kon geven. Tevens is het een belangrijke vergelijking: het is een – in een zekere zin universeel – model om evoluerende oppervlakken (smeltend ijs, brandend papier) te beschrijven. Om deze en soortgelijke niet-lineaire SPDV's op te lossen bouwde Hairer een hele nieuwe gereedschapskist onder de naam 'regularity structures'. In een 200 pagina tellend artikel, dat ook weer via arXiv te verkrijgen is, beschreef hij deze gereedschapskist in 2013. Beide artikelen van Hairer belandden uiteindelijk uiteraard in wiskundige toptijdschriften, en in 2014 kreeg Hairer voor zijn werk de Fieldsmedaille (de hoogste onderscheiding in de wiskunde). Sonja Cox zal in haar voordracht uitleggen waarom de KPZ vergelijking interessant is en waarom het zo moeilijk is om er een oplossing voor te vinden. Ook probeert ze een tipje van de sluier op te lichten van de nieuwe insteek van Hairer.



Foto: Vesta Kroese

30



## Escape Boxes voor voortgezet onderwijs

Joke Daemen | Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

60

4-3-2-1-0! roept de hele klas. Vervolgens zijn er alleen achterhoofden te zien. Alle leerlingen zijn diep gebogen over de werkbladen en voorwerpen die op tafel liggen. Er heerst een koortsachtige bedrijvigheid. Steeds wordt er op de klok gekeken. Hoeveel tijd is er nog?

Escape rooms zijn een wereldwijde hype. In een escape room (of 'escape game') lost een groep mensen een raadsel op of proberen te ontsnappen uit een kamer door het oplossen van puzzels, fysieke uitdagingen en zoeken naar hints. De laatste jaren verschijnen ook in het onderwijs escape rooms door enthousiaste docenten en initiatieven zoals [www.escapetheclassroom.nl](http://www.escapetheclassroom.nl)



Wat vinden leerlingen en docenten van Escape Rooms in de les? Wat triggert leerlingen om actief te zijn en te blijven? Wat leren leerlingen ervan? Voor welke leerdoelen kunnen escape games worden toegepast? Kortom, wat is de educatieve potentie van Escape Rooms in de les?

Deze workshop start met een (ingekorte) escape room. Na deze ervaring bespreken we de do's en dont's van het gebruik van Escape activiteiten in het onderwijs en vullen dit aan met wat we weten uit onderzoek en literatuur.



## Wiskunde bij FC Groningen: hoe spelen wij het spel?

**Wouter Frencken** | FC Groningen



- 60 Wordt er een nieuwe Arjen Robben geboren in Groningen? Had die splijtende pass niet gegeven kunnen worden als de verdediger één stap opzij gezet had? Kunnen we een prestatiedip aan zien komen bij een speler? Met welke organisatiestructuur halen we het meeste rendement uit onze opleiding?

Antwoorden op deze vragen houden FC Groningen dagelijks bezig. Daarom verzamelen wij met sensortechnologie en vragenlijsten op dagelijkse basis zo systematisch en objectief mogelijk informatie van spelers en teams. Voorbeelden daarvan zijn acties aan de bal zoals passes, acties zonder bal zoals het aantal sprints en informatie over welbevinden. Het verzamelen van die data leidt tot databases van waaruit analyses gemaakt worden met als belangrijkste doelen 1) het identificeren en selecteren van spelers, 2) het optimaliseren van begeleiding van spelers in trainingen en wedstrijden en 3) het onderbouwen van managementbeslissingen. De wiskunde speelt in dit geheel een cruciale rol. Tijdens de workshop wordt onder meer aan de hand van eerdergenoemde praktijkvoorbeelden de rol van wiskunde bij FC Groningen bediscussieerd. Deelgebieden als systeemtheorie, kansberekening en geometrie komen voorbij. En wellicht lukt het zelfs om uw eigen voorspellende gave op voetbalgebied te verbeteren!

31



## Na 500 jaar eindelijk in het Nederlands: 'Divina Proportione' van Luca Pacioli

**Dirk Huylebrouck** | KU Leuven

- 60 Dat er niet eerder een vertaling verschenen is, mag verbazen: het werk was internationaal bekend en rijk geïllustreerd met afbeeldingen die zijn gebaseerd op tekeningen van Leonardo da Vinci, de enige die ooit officieel in een boek werden gepubliceerd. De aanleiding voor de vertaling was de ontdekking van onjuistheden in Leonardo's bijdragen. Dat de onthulling daarvan een storm van kritiek bij Leonardo-liefhebbers veroorzaakte, wees op het nut van een



geïllustreerde en becommentarieerde vertaling die de tekst inzichtelijk maakt. De ‘Goddelijke Verhouding’ bevorderde de renaissance van de interesse voor veelvlakken, zodat uiteindelijk de zogenaamde Archimedische lichamen werden herontdekt, duizendvijfhonderd jaar na hun beschrijving door de Grieken. Dit leidde dan weer tot de ontdekking van nieuwe regelmatige veelvlakken, tot op vandaag. Ongewild versterkte het werk echter ook de mythe dat iets slechts mooi is door de aanwezigheid van die ‘goddelijke verhouding’ of ‘gulden snede’ of ‘ $\phi = 1,618\dots$ ’. Om die mythe te ontcrachten werd ook Pacioli’s traktaat ‘Over de Architectuur’ opgenomen, dat samen met de ‘Divina Proportione’ verscheen.

Deze vertaling van de vijftiende-eeuwse Italiaanse tekst door literatuurwetenschapper Dr. Emma Grootveld (Universiteit Leiden) werd geïllustreerd door kunstenaar Rinus Roelofs (Hengelo). Ze zal elke leraar, wetenschapsliefhebber, wis- en scheikundige, architect en kunstenaar zich meer gefundeerd laten inspireren door wat Pacioli en Leonardo respectievelijk hebben beweerd en getekend.



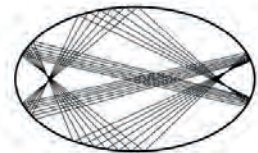
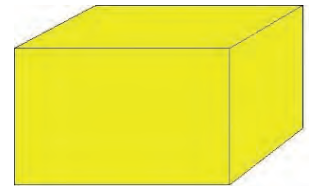
### Het 3D-A4tje en andere wiskundige puzzels

Jaap Klouwen | Hogeschool van Amsterdam

45

32

Het rechthoekige A4-formaat heeft de welbekende eigenschap dat, bij gelijke verdeling op de lange zijde, twee rechthoeken ontstaan met dezelfde verhoudingen. We zouden deze vorm – net als alle andere A-formaten – een ‘2-rep-tile’ kunnen noemen. Hoeveel typen 2-rep-tiles zijn er eigenlijk in de 2-dimensionale Euclidische ruimte? Dat blijken er slechts zes te zijn, en daar zitten onverwachte vormen tussen! We bekijken ook n-rep-tiles en een dimensie verder: 3D-rep-tiles, waaronder een aantal recent ontdekte.



In deze lezing worden verder nog een aantal andere onderwerpen aangesneden die vanuit eenvoudige waarnemingen interessante wiskundige puzzels genereren, zoals de 16 soorten eilandliggingen van vijf eilanden met betrekking tot hun onderlinge zichtbaarheid; gestapelde dominostenen en de Euler-Mascheroni-constante; spatieloze Morse-woorden en hun relatie tot een variant op de Fibonaccireeks; een digitale klok die op speelse wijze (kinderen) laat oefenen met rekenen; fraaie en bijzondere banen op een elliptisch biljart; en het lichtwerend vierkant!



### Aardappels

Janne Kool | Wageningen Universiteit

60

Aardappels zijn lekker, voedzaam en kwetsbaar. Bovendien is het een onuitputtelijke bron van wiskundige inspiratie. Wat de kwetsbaarheid betreft, staat de honger in Ierland in de 19de eeuw nog vers in het geheugen gegrift. Los van de politiek had dit ook alles

te maken met de schimmel *Phytophthora infestans*. Tegenwoordig wordt *Phytophthora* chemisch bestreden. Het is echter de wens om niet meer of minder te gaan spuiten. Daarom willen we geïnfecteerde aardappels in een vroeg stadium herkennen en daar komt de wiskunde om de hoek kijken. Deze, en allicht nog meer op aardappels geïnspireerde wiskunde, komt aan bod bij deze presentatie.

## De wiskunde van het jongleren

Harm van der Laan | Tall Tales



- 60 In de jaren tachtig ontketenden wiskundigen een revolutie in de jongleerwereld. Siteswap, een notatiesysteem voor jongleerpatronen maakte het niet alleen mogelijk om als jongleurs met elkaar te communiceren - “531” in plaats van “een hoge bal van links naar rechts, een iets minder hoge bal van rechts naar links en een bal die je doorgeeft van links naar rechts”, maar zorgde er ook voor dat jongleerpatronen konden worden berekend en begrepen. Het gevolg: tienduizenden nieuwe patronen en technieken die het jongleren voor altijd zouden veranderen.

In deze hands-on workshop gaat jongleur Harm van der Laan in op de wiskundige principes achter dit notatiesysteem, maar gaat u vooral ook zelf aan de slag met het gooien en vangen van wiskundige structuren. De schoonheid van getal patronen komt voor uw eigen ogen tot leven. Ervaring of een bovengemiddelde oog-handcoördinatie zijn geen vereiste.

33



## Wiskunde voor leerlingen die niet met hun ogen zien

Annemiek van Leendert | Universiteit Utrecht/Visio

$$y = -3(2 - (7 + 5))$$

$$y = -3(2 \cdot (7 + 5))$$

*P is een punt van de parabool  $y = x^2$ . De middelloodlijn van  $OP$  snijdt de  $y$ -as in punt  $Q$ . Wat gebeurt er met punt  $Q$  als  $P$  over de parabool naar de oorsprong toe loopt?*

- 60 Het is lastig om de bovenstaande omschrijving, zonder een plaatje van de grafiek, te begrijpen en te onthouden. Dat is een zeer herkenbare situatie voor leerlingen die niet of heel weinig kunnen zien. Zij kunnen alleen afbeeldingen lezen die voelbaar of hoorbaar zijn gemaakt. Zij kunnen alleen met behulp van braille of spraak expressies lezen en begrijpen. Deze hulpmiddelen beïnvloeden het leren en onderwijzen van wiskunde.

Tijdens de workshop ervaart u hoe het is om expressies of grafieken op de tast of met het gehoor waar te nemen. Dat is niet gemakkelijk. Als je kunt zien heb je vaak, in één oogopslag, een overzicht over een expressie of grafiek. Dat is niet mogelijk wanneer je

op de tast of met het gehoor waarneemt. Wat betekent dat voor het leren en onderwijzen van wiskunde aan leerlingen met een visuele beperking? Wat kunnen we hiervan leren voor het onderwijs aan leerlingen die wel goed kunnen zien? In deze workshop gaan we met deze twee vragen aan de slag.



### Caucher Birkar, de prijswinnende migrant-wiskundige

**Diletta Martinelli** | Universiteit van Edinburgh

45

Volg wiskundige Diletta Martinelli op een reis die begint in een boerendorp in Koerdisch West-Iran, waar Caucher Birkar geboren werd in 1978, en die leidt naar het internationale wiskundigencongres in Rio de Janeiro in 2018, waar Birkar zijn Fields-medaille ontving. (Bestaat er een grotere eer voor een wiskundige?) De tussenliggende jaren voeren ons langs de islamitische revolutie en de achtjarige oorlog met Irak. Vervolgens gaan we naar Engeland, waar Birkar orde schiep in de meetkunde van algebraïsche vergelijkingen.



*Let op: deze lezing is in het Engels.*

34

### Simon Stevins evenwichtsstudies brengen de integraalrekening op gang

**Ad Meskens** | Artesis Plantijn Hogeschool



45

Simon Stevin (1548–1620) was een veelzijdig wis- en natuurkundige. In de eerste plaats is hij gekend voor de Nederlandse wiskundeterminologie die hij populariseerde en voor zijn pleidooien voor decimalisatie. Stevin was echter veel mee dan dat. We besteden aandacht aan zijn werk in de mechanica (de “clootcrans”) en de hydrostatica (de “wet van Stevin-Pascal”), maar ook aan zijn wiskundig werk. Op de snijlijn van wiskunde en natuurkunde vinden we nieuwe ideeën in verband met het bepalen van het zwaartepunt van een driehoek en een paraboolsegment. Voor ons lijken zijn inzichten vanzelfsprekend, maar dat waren ze rond 1600 absoluut niet. De pioniers van de integraalrekening in de Lage Landen vonden in zijn werk inspiratie om hun eigen ideeën uit te werken.



### Stemmen tellen: ‘hoe’ doet er toe!

**Vincent van der Noort** | Nederlands kankerinstituut/Antoni van Leeuwenhoek

45

Bij de Amerikaanse verkiezingen van 2016 werd Donald Trump president, terwijl er in totaal meer stemmen werden uitgebracht op



Hillary Clinton. De reden is niet fraude, een telfout of een compromis in het parlement maar het 'kiessysteem': de manier waarop, bij alle Amerikaanse presidentsverkiezingen, de stemmen geteld worden om tot een uitslag te komen.

In de lezing ervaren we live hoe dezelfde stemmen bij verschillende, in het echt gebruikte kiessystemen tot totaal verschillende uitslagen kunnen leiden tijdens de verkiezing van de Groente van het Jaar. Ook gaan we (een beetje) in op de wiskunde achter de vraag 'maar waarom gebruikt iedereen dan niet gewoon het beste kiessysteem?'



## Wiskunde begrijpen, zoals je fietsen leert

**Anna Shvarts** | Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht



45

Als kinderen leren fietsen, ervaren ze succes of falen direct door de leeromgeving: je slaagt erin op de fiets te blijven zitten of je valt. Zodra ze kunnen fietsen, voelen kinderen zich er vertrouwd mee en verliezen ze die vaardigheid maar zelden, zelfs al fietsen ze lange tijd niet. Hoewel er bij wiskunde ook fysieke taken zijn, zoals meten of tekenen, leren we wiskunde heel anders dan fietsen. In plaats van hun eigen routines te ontwikkelen, krijgen leerlingen opgedragen hoe ze wiskunde moeten beoefenen. 'Embodied design' voor wiskunde-onderwijs met interactieve technologie kan het leren fietsen nabootsen. Leerlingen krijgen daarbij motorische opdrachten, waarop ze direct feedback krijgen van een interactief computersysteem, waardoor ze wiskundige patronen ontdekken. Zo kom je via je eigen fysieke ervaring (en de reflectie daarop) tot het ontwikkelen van wiskunde concepten.

In mijn bijdrage ga ik kort in op de theorie achter 'embodied design' voor wiskunde. Daarna laat ik een paar opdrachten zien over de oppervlakte van een vierkant, trigonometrische functies en parabola.

*Let op: deze lezing is in het Engels.*

35



## De Matrix van Olympisch Schaatsgoud

**Gerard Sierksma** | Rijksuniversiteit Groningen



60

In aanloop naar de Olympische Winterspelen heette het de Prestatiematrix en van meet af aan hing er een sfeer van gerespecteerde geheimzinnigheid om die matrix. Geheimzinnig misschien vanwege de 'hogere' statistiek en wiskunde die erachter werden bevroed, en gerespecteerd vanwege welzeker het succes ervan. Toch was en is die matrix niks meer en niks minder dan een ranglijstje van alle te rijden Olympische afstanden met bovenaan de afstand waarop 'we' de hoogste kans op goud hebben en onderaan de minste. Zo'n ranglijst is er zowel voor de vrouwen als de

mannen. Die kansen zijn berekend op basis van een matrix (sic!), die voor alle potentiële schaats(st)ers de kansen op mooie medailles bevat op alle te rijden afstanden.

Nou ja, zo ongeveer. Hoe precies dat ga ik u vertellen. Naast de statistiek (simulatie) en de wiskunde (lineaire optimalisatie), vertel ik over de samenwerking met de KNSB die ervoor heeft gezorgd, en dat was onze grootste zorg, om iedereen –van atleet tot coach– achter de prestatiematrix te krijgen. Ja en natuurlijk ga ik vertellen waarom we zo ‘moeilijk’ doen en niet gewoon de beste schaats(st)ers kunnen nemen van het Olympisch Kwalificatie Toernooi, dat in december voor de Spelen, wordt gehouden.



## Hoe een president/burgemeester/voorzitter te kiezen?

Harrie de Swart | Tilburg Universiteit/Erasmus Universiteit Rotterdam

60

Uit de literatuur is al lang bekend dat de meest bekende en meest gebruikte kiesregels een aantal onacceptabele eigenschappen hebben. De hoop op een kiesregel die alleen fraaie eigenschappen heeft leek door de onmogelijkheidsstelling van Arrow (1951) ijdel te zijn. Echter in 2010 maakten Balinski en Laraki (Parijs) duidelijk dat, door de kiezers te vragen naar hun waarderingen van de kandidaten in plaats van naar hun volgorde van voorkeur over de kandidaten, wel een kiesregel mogelijk is met fraaie eigenschappen: het Meerderheids-Oordeel (Majority Judgment). Majority Judgment neemt de mediaan van de waarderingen die een kandidaat van zijn kiezers krijgt als de uiteindelijke waardering van de kandidaat door het electoraat. Balinski en Laraki laten aan de hand van presidentsverkiezingen zien hoe slecht de huidige kiesregels uitpakken in de USA en in Frankrijk en hoe Majority Judgment tot andere en betere resultaten zou leiden.

36



## Goniometrie in de Almagest van Ptolemaeus

Steven Wepster | Universiteit Utrecht



45

De eerste en lange tijd de enige gebruikers van goniometrie waren de astronomen, en de Almagest is één van de meest invloedrijke vroege astronomische handboeken. Het boek dateert uit de tweede eeuw van onze jaartelling. Goniometrie zag er toen heel anders uit dan nu. We zullen de verschillen belichten en we bekijken hoe Ptolemaeus een goniometrische tabel opstelde. Als er tijd is zullen we nog kijken naar de manier waarop de goniometrie functioneerde in zijn astronomie.





## Het 6E-model: wiskundelessen met een prominente rol voor leerling én docent

prof. dr. Bart Windels | Vrije Universiteit Brussel

- 60 Ben je een wiskundedocent die in de klas de touwtjes graag strak in handen houdt, maar ook aandacht wil besteden aan het ontdekkend leren door de leerlingen? Of laat je je leerlingen hun eigen weg zoeken, maar wil je een aantal leerprocessen toch van dichterbij begeleiden? Dan past constructivistische instructie bij jouw perspectief op wiskundeonderwijs. Het 6E-model, een instructiemodel voor wiskunde in het voortgezet onderwijs, biedt je een handvat om lessen met constructivistische instructie te ontwerpen. Verschillende lerarenopleidingen in Nederland en Vlaanderen maken gebruik van dit model.

Tijdens deze presentatie maak je theoretisch en praktijkgericht kennis met het 6E-model, dat je kan ondersteunen om effectieve instructie te realiseren met veel ruimte voor zelfsturing door de leerlingen. We bespreken het 6E-model aan de hand van praktijkvoorbeelden. We motiveren het 6E-model ook vanuit wetenschappelijke literatuur.



## De Abelprijs voor Karen Uhlenbeck: zeepfilms en ijktheorie

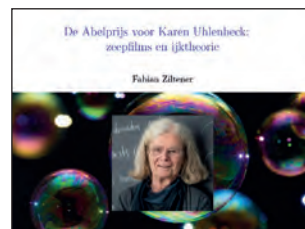
Fabian Ziltener | Universiteit Utrecht

37

- 60 In 2019 werd de Abelprijs (de 'Nobelprijs' wiskunde) aan Karen Uhlenbeck toegekend, onder andere voor 'haar baanbrekende prestaties in geometrische partiële differentiaalvergelijkingen'. Een van deze vergelijkingen beschrijft zeepfilms. Deze corresponderen met minima van het functionaal (=functie) dat aan elk oppervlak in de euclidische ruimte zijn oppervlakte toekent.

Een nauw verwant ander functionaal dat Uhlenbeck ook heeft onderzocht beschrijft ijktheorie. Deze theorie speelt een fundamentele rol in de elektrodynamica en de kwantumfysica.

Het doel van mijn voordracht is om een indruk te geven van het werk waarvoor Uhlenbeck de Abelprijs heeft gewonnen, zonder op de details in te gaan. NB. In mijn lezing maak ik slechts gebruik van de exponentiële functie en de afgeleide van een functie van een reële variabele.



**Blok 4** zaterdag 10:30 –11:15 uur

## Meetkundige modellen in gips, draad en beeldscherm

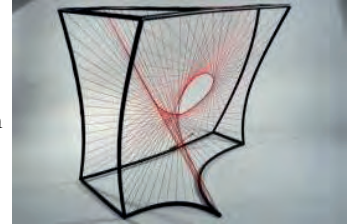
**Frits Beukers** | Universiteit Utrecht

In de 19e eeuw nam de meetkunde een enorme vlucht, van de klassieke kegelsneden (ellips, hyperbool, parabool) naar classificatie van algebraïsche oppervlakken. Dit bracht met zich mee dat men steeds meer met formules werkte zonder echte visualisatie van de bijbehorende meetkunde.

Op initiatief van Felix Klein begon men rond 1900 aan de productie van aanschouwelijke gips- en draadmodellen, vooral met het oog op het (universitaire) onderwijs in de meetkunde.

In deze voordracht zullen we kort iets vertellen over deze geschiedenis, samen met wat voorbeelden.

Tegenwoordig, met behulp van de computer, zijn dit soort modellen niet alleen voorbehouden aan de universiteiten, maar liggen zeker binnen het bereik van de middelbare scholier en docent. Ook hiervan zullen we een aantal illustraties geven.



38

## Een beeld zegt meer dan 1000 woorden

**Prof. Dr. Ann Dooms** | Vrije Universiteit Brussel



We nemen dagelijks digitale foto's met onze smartphone en bekijken filmpjes op de sociale media. Heb je je echter ooit al vragen gesteld over de authenticiteit van zulke digitale beelden of video? Is wat we zien ook wat het lijkt?

Digitale bestanden worden namelijk bijna altijd gemanipuleerd, zij het voor praktische redenen of met opzet. Het is echter een zeer uitdagende opdracht om de uitgevoerde operaties op foto of video-bestanden te traceren of de weg die ze hebben afgelegd te reconstrueren. In deze lezing belicht ik enkele wiskundige technieken die we gebruiken in ons digitaal forensisch onderzoek dat zeer uiteenlopende en verrassende toepassingen kent.



## Spiralen in Uniforme Veelvlakken

**Rinus Roelofs** | KU Leuven

De manier waarop de meeste mensen de veelvlakken kennen is door het bekijken van modellen en niet vanuit de wiskundige beschrijving. Visuele presentatie van de veelvlakken lijkt zeer geschikt te zijn voor het begrip van de objecten in stukje wiskunde. Misschien belangrijker dan de echte driedimensionale modellen zijn de tweedimensionale



afbeeldingen van deze vormen. Op sommige punten in de geschiedenis kwamen juist kunstenaars met nieuwe ideeën om veelvlakken zo te laten zien dat bepaalde eigenschappen goed naar voren komen. Leonardo da Vinci maakte duidelijke tekeningen van de veelvlakken zoals die beschreven door Luca Pacioli in het boek *Divina Proportione*, Albrecht Dürer legde in zijn tekeningen uit hoe veelvlakken kunnen worden gemaakt van 2D-bouwplaten en M.C. Escher heeft leuke manieren gevonden om de complexe stervormige veelvlakken van Kepler te presenteren. Al deze 2D-afbeeldingen hielpen mee om bepaalde eigenschappen van de veelvlakken duidelijk te kunnen maken. In mijn verhaal wil ik laten zien hoe de spiraal kan worden gebruikt om de complexe uniforme veelvlakken met in de meeste gevallen elkaar snijdende vlakken te verduidelijken. Beginnend met de Poinsoot-veelvlakken, die ik wil laten zien met behulp van een transformatie die ik “helixatie” heb genoemd. Animatie is dan een goede manier om deze beweging te toen, en zodoende wordt middels helixatie, de structuur van complexe veelvlakken inzichtelijk. Met deze techniek kunnen we ook zaken als dualiteit meer inzichtelijk maken.

39



## Aan vier kleuren genoeg

Robin Wilson | Open University & Gresham College

De geschiedenis en de oplossing van het vierkleurenprobleem staan centraal in Robin Wilsons presentatie. Samen verdiepen we ons in de vraag: heb je aan vier kleuren genoeg voor een topografische kaart als buurlanden elk een andere kleur moeten hebben? ‘Ja zeker!’, weet men na 124 jaar en 1200 computeruren. Maar wat was ervoor nodig om tot de oplossing te komen? En is het werkelijk bewezen?

*Let op: deze lezing is in het Engels.*

## Buiten het programma

Op de NWD heeft u alle gelegenheid elkaar te ontmoeten. Natuurlijk kan dat in de pauzes, maar er is meer ...!

Voor de activiteiten die hier beschreven zijn hoeft u zich niet vooraf op te geven. Voel u vrij om aan te sluiten!

17:00 - 18:00 uur	Happy Hour en bezoek informatiemarkt (incl. korte pitches)
Vanaf 18:15 uur	Diner
21.30 - 22.00 uur	Wiskundequiz
Vanaf 21.30 uur	Muziek
Vanaf 21.30 uur	Spelletjesavond
21.30 uur start	Filmvertoning "Colors of Math" van Ekaterina Eremenko
22.15 - 24.00 uur	Mathsjam

### Wiskundequiz

Doe mee met de wiskundequiz! Met de hele zaal spelen we een spannende voorronde: een afvalrace met tweekeuzevragen (petje op, petje af, maar dan met stembordjes).

De opgaven van de quiz vereisen weinig wiskundige voorkennis, maar doen wel een beroep op uw creativiteit!

Zorg dat u er ruim op tijd bent, want het aantal plaatsen is beperkt.

De quiz wordt georganiseerd door Birgit van Dalen en Quintijn Puite en gepresenteerd door Marjolein Kool.

### NWD2019 - MathsJam

Wat in 2008 begon in Londen als een informele bijeenkomst van leraren wiskunde, liefhebbers van het betere raadsel, academici en mensen uit de industrie (onder impuls van de Australische comedian Matt Parker. Heeft u zijn boek *Things to make and do in the fourth dimension* nog niet gelezen? Een aanrader) is intussen uitgegroeid tot een mondiaal begrip. Er zijn nu MathsJams o.a. in Auckland, Berlijn, Cambridge, Lagos en Sydney, en dichterbij ook in Gent en Antwerpen, maar vreemd genoeg nergens verder in Nederland. In navolging van de afgelopen jaren, dit jaar de derde MathsJam van de NWD onder leiding van Rudi Penne en Paul Levrie!

### Muziek

Schelpen, spiralen, snaren & gitaren: een muzikaal college, met dansen toe.

De vraag is simpel: wat hebben de fraaie tonen van de gitaar te maken met de schone vormen van schelpen? Het trio: Lucky Luke en de Professor zal het uit de doekjes doen. Deze mengeling van wetenschap, muziek en enige humor was het afgelopen jaar een

populair evenement in Katwijk waar het al zeven keer werd uitgevoerd. Tijd om de wijde wereld in te trekken: op naar Noordwijkerhout. Voor de kenners: Jan de Lange presenteert, Willem Kuijt en Luuk de Haar musiceren. En de voordracht loopt naadloos over in muziek van de Expired Faces: na intensief luisteren gaan we heel dynamisch dansen.

### ***De expired faces***

De Katwijkse band the Expired Faces zijn: Willem Kuijt, Jan Hazenoot, Dirk Plugge, Peter Winters en Volker van Hameren. Dit muzikale gezelschap is in het najaar van 2014 ontstaan op initiatief van Willem Kuijt en Jan Hazenoot. In deze formatie spelen louter ervaren muzikanten die hun sporen ruimschoots verdiend hebben in de muziekscene van Katwijk en omstreken. Het repertoire van the Expired Faces bestaat grotendeels uit songs van de jaren 60, 70, 80 & 90 en laat zich omschrijven als een reis door de geschiedenis van de popmuziek, kortom een opeenvolging van soul-, pop- en rockklassiekers met een twist uit vervlogen tijden. Op dit moment worden zij veel gevraagd zowel op grotere festivals als feesten. U zult ervaren waarom.



### **Funrun**

Een vast onderdeel van de Nationale Wiskunde Dagen is de funrun op zaterdagochtend. We lopen weer het bekende rondje van precies 6 km. Deelname is gratis en als beloning krijgt u na afloop een t-shirt. Voor de snelste dame en heer is er een echte wisselbeker. In 2019 waren dit respectievelijk Anneke Weedage en Jelle Neeft. Vanaf 6:30 uur staan koffie, thee en bananen klaar in de lobby. De start van de funrun is stipt om 7 uur 's ochtends, voor de ingang van NH Leeuwenhorst.

Wandelen mag trouwens ook, maar dan adviseren we u het halve rondje van 3 km te doen en wat eerder te vertrekken. U kunt de funrun ook skeeleren. Er is geen tijdslimiet, maar u wordt vriendelijk verzocht voor de lunch terug te zijn.

## Informatiemarkt

Organisatie	Website
4TU.AMI	<a href="https://www.4tu.nl/ami/en/">https://www.4tu.nl/ami/en/</a>
bettermarks	<a href="https://nl.bettermarks.com/">https://nl.bettermarks.com/</a>
Boom Voortgezet Onderwijs	<a href="http://www.boomvo.nl">www.boomvo.nl</a>
Casio Benelux bv	<a href="https://www.casio-educatie.nl/">https://www.casio-educatie.nl/</a>
Dedact	<a href="http://www.learnbeat.nl">www.learnbeat.nl</a>
Eduhint B.V.	<a href="http://www.smartwiskunde.nl">www.smartwiskunde.nl</a>
Epsilon Uitgaven	<a href="http://www.epsilon-uitgaven.nl">www.epsilon-uitgaven.nl</a>
HP/De Rekenwinkel	<a href="http://www.derekenwinkel.nl">www.derekenwinkel.nl</a>
itsacademy	<a href="https://www.betapartners.nl/">https://www.betapartners.nl/</a>
Muiswerk	<a href="http://www.muiswerk.nl">www.muiswerk.nl</a> / <a href="http://www.numo.nl">www.numo.nl</a>
Nederlandse Wiskunde Olympiade	<a href="http://www.wiskundeolympiade.nl">www.wiskundeolympiade.nl</a>
Networks	<a href="http://www.networkpages.nl">www.networkpages.nl</a>
Noordhoff Uitgevers, Getal en Ruimte	<a href="http://noordhoff.getalenuimte.nl">noordhoff.getalenuimte.nl</a>
Noordhoff Uitgevers, Moderne Wiskunde	<a href="http://noordhoff.modernewiskunde.nl">noordhoff.modernewiskunde.nl</a>
Numworx	<a href="http://www.numworx.nl">www.numworx.nl</a>
NVvW	<a href="http://www.nvww.nl">www.nvww.nl</a>
Optische Fenomenen	<a href="http://www.optischefenomenen.nl">www.optischefenomenen.nl</a>
Prowise	<a href="http://www.prowise.com">www.prowise.com</a>
Pythagoras	<a href="http://www.pyth.eu">www.pyth.eu</a>
Rijksmuseum Boerhaave	<a href="http://rijksmuseumboerhaave.nl">http://rijksmuseumboerhaave.nl</a>
Stichting de Wageningse Methode	<a href="http://www.wageningse-methode.nl">www.wageningse-methode.nl</a>
Stichting Math4all	<a href="http://www.math4all.nl">www.math4all.nl</a>
Stichting Wiskunde Kangoeroe	<a href="http://www.w4kangoeroe.nl">www.w4kangoeroe.nl</a>
Studyflow Rekenen	<a href="http://www.studyflow.nl">www.studyflow.nl</a>
Texas Instruments	<a href="https://education.ti.com/nl">https://education.ti.com/nl</a>
Vierkant voor Wiskunde	<a href="http://www.vierkantvoorwiskunde.nl">www.vierkantvoorwiskunde.nl</a>
Wereldwiskunde Fonds	<a href="http://www.nvww.nl/werkgroepen/wereldwiskunde-fonds/">www.nvww.nl/werkgroepen/wereldwiskunde-fonds/</a>
Wim Zwaan	

### De openingstijden van de informatiemarkt zijn:

Vrijdag 10:00 - 11:00 uur

12:00 - 18:30 uur

Zaterdag 08:30 - 11:45 uur

## Nationale Wiskunde Dagen 2019

De zevenentwintigste NWD is op 29 en 30 januari 2021. Uw opmerkingen op het evaluatieformulier van dit jaar zijn daarbij zeer nuttig.

### Organisatie:

Joke Daemen  
Vera Cortenraede  
Mariozee Wintermans  
Saskia Klaasing (momenteel met zwangerschapsverlof)

Programmacommissie		Uitvoerend comité	
Raf Bocklandt	Relinde Jurrius	Mieke Abels	Sietske Tacoma
Gunther Cornelissen	Marjolein Kool	Sylvia van Borkulo	Wim van Velthoven
Jeanine Daems	Michel Roelens	Rogier Bos	Liesbeth Walther
Michiel Doorman	Dirk Siersma	Tom Goris	Monica Wijers
Paul Drijvers	Jeroen Spandaw	Dédé de Haan	
Swier Garst	Hans Sterk	Ank van der Heiden	
Tom Goris	Melanie Steentjes	Florine Meijer	
Job van de Groep	Lidy Wesker	Amy Mol	

43

### Nationale Wiskunde Dagen

De Nationale Wiskunde Dagen worden georganiseerd door het Freudenthal Instituut van de Universiteit Utrecht.

Freudenthal Instituut

Postbus 85170, 3508 AD Utrecht

tel. 030-253 5697

e-mail [nwd@uu.nl](mailto:nwd@uu.nl)

website <https://www.uu.nl/onderwijs/nationale-wiskunde-dagen>

twitter [@nwdconf](https://twitter.com/nwdconf)

Facebook [/nwdconf](https://www.facebook.com/nwdconf)

Deze gids is ook beschikbaar in pdf op onze website. Of, download de app NWD 2020 vanaf 24 januari.

De zesentwintigste NWD wordt gesteund door bijdragen van Casio en de WiskundEbrief



CASIO

## Overzicht sprekers en thema's

Vrijdag 31 januari

Blok 1: 13.45-14.30/14.45 uur

Viktor Blasjo	Goniometrie door de eeuwen heen
Lonneke Boels	Promovendi in wiskunde-onderwijs
Gunter Cornelissen	Grafentheorie
Antonella Foligno	Leonardo da Vinci
Wilfred de Graaf en Tom Reijngoudt	Goniometrie door de eeuwen heen
Armen Hakhverdian	Verkiezingen en democratie
Henk Hietbrink	Leonardo da Vinci
Hans van Lint & Jeanne Breeman	Wiskundig puzzelen
Farran Mackay	Promovendi in wiskunde-onderwijs
Gabor Maroti	Wiskunde en verkeer
Niek Oude Luttikhuis	Wiskunde en verkeer
Margot Rijnierse	Onderzoekend wiskunde leren
Michel Roelens	Evenwicht
Gerardo Soto y Koelemeijer	Wiskunde en verkeer
Frits Spieksma	Wiskunde en sport
Coen Teulings	Ecologie, economie en wiskunde
Marieke van der Wegen	Grafentheorie

## Vrijdag 31 januari

### Blok 2: 15:15 – 16:45 uur

Martijn Anthonissen	Digitale beeldverwerking
Raf Bocklandt	Wiskunde en verkeer
Desiree van den Bogaart, Lidy Wesker-Elzinga, Peter Lanser, Joke Daemen & Mariozee Wintermans	Wiskundeprijzen
Odette De Meulenmeester & Matthijs Coster	Wiskundig puzzelen
Pieter van Engelen & Inez van de Wolfshaar	WisEbrief docentenprijs
Ekaterina Eremenko	Varia
Tom Goris & Henk van der Vorst	Digitale beeldverwerking
Martha Hoebens & Trudy van der Kolk	Wiskunde en verkeer
Jos Hoevenaars	WisEbrief docentenprijs
Jan Hogendijk	Goniometrie door de eeuwen heen
Floortje Holten, Margot Rijnierse & Caroliene Bos- Reus	Onderzoekend wiskunde leren
Sjaak Kamerling	WisEbrief docentenprijs
Ger Limpens & Ruud Stolwijk	Varia
Filip Moons	Verkiezingen en democratie
Rob van Oord & Marjan Botke	Wiskundig puzzelen
Marcelo Pars	Evenwicht
Jos Roerdink	Digitale beeldverwerking
Loek Spitz	Wiskundeprijzen
Els Vanlommel	Grafentheorie
Florian Wagener	Ecologie, economie en wiskunde

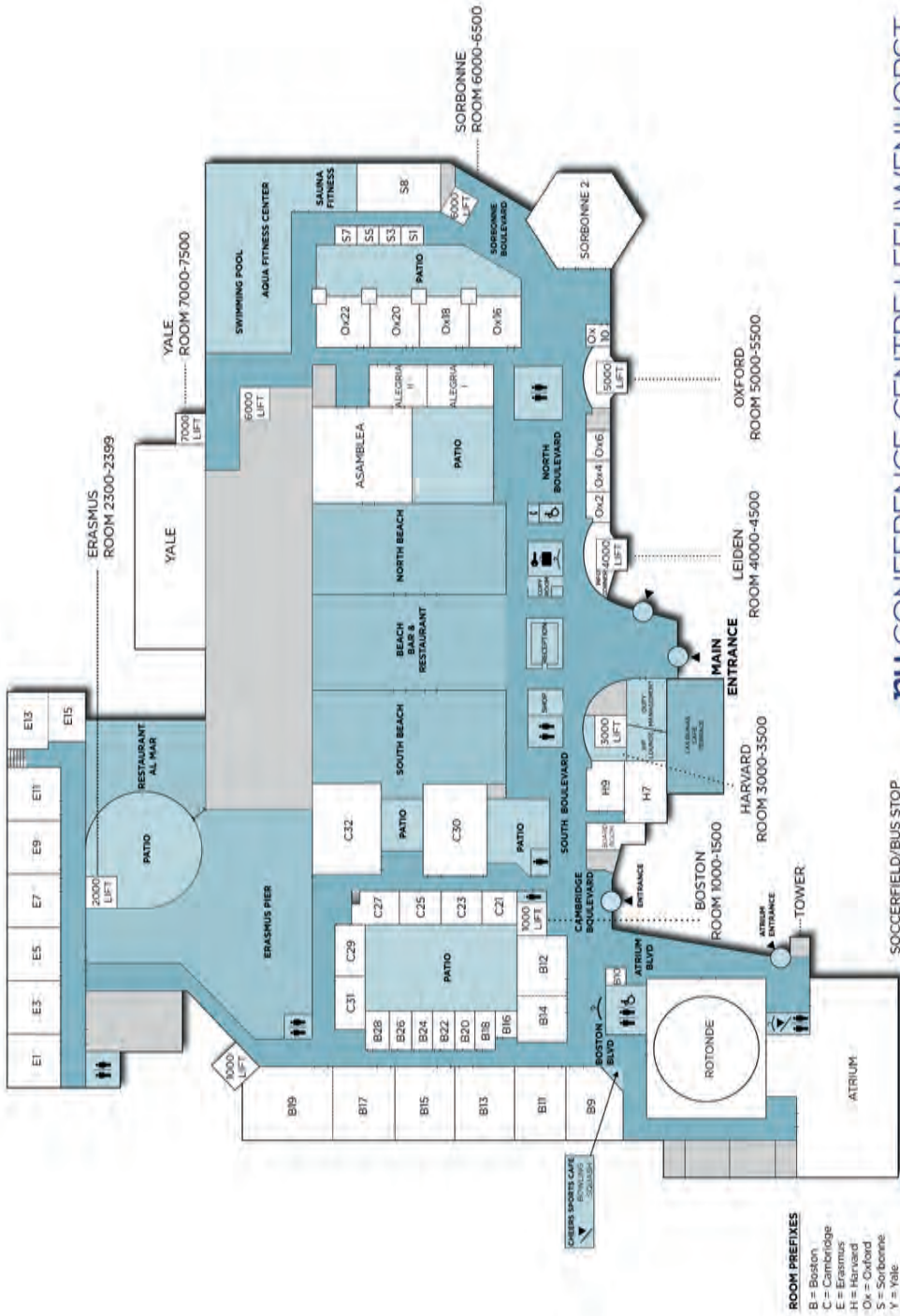
## Zaterdag 1 februari

### Blok 3 9:15 – 10:00/10:15 uur

Sonja Cox	Wiskundeprizen
Joke Daemen	Wiskundig puzzelen
Wouter Frencken	Wiskunde en sport
Dirk Huylebrouck	Leonardo da Vinci
Jaap Klouwen	Wiskundig puzzelen
Janne Kool	Ecologie, economie en wiskunde
Harm van der Laan	Varia
Annemiek van Leendert	Promovendi in wiskunde-onderwijs
Diletta Martinelli	Wiskundeprizen
Ad Meskens	Evenwicht
Vincent van der Noort	Verkiezingen en democratie
Anna Shvarts	Onderzoekend wiskunde leren
Gerard Sierksma	Wiskunde en sport
Harrie de Swart	Verkiezingen en democratie
Steven Wepster	Goniometrie door de eeuwen heen
Bart Windels	Onderzoekend wiskunde leren
Fabian Ziltener	Wiskundeprizen

### Blok 4 10:30 – 11:15 uur

Frits Beukers	Varia
Ann Dooms	Digitale beeldverwerking
Rinus Roelofs	Leonardo da Vinci
Robin Wilson	Grafentheorie



- ROOM PREFIXES**
- B = Boston
  - C = Cambridge
  - E = Erasmus
  - H = Harvard
  - Ox = Oxford
  - S = Sorbonne
  - Y = Yale

# T.H. CONFERENCE CENTRE LEEUWENHORST

SOCCERFIELD/BUS STOP





Universiteit Utrecht

# Freudenthal Instituut

Draagt bij aan  
hoogwaardig  
onderwijs in wiskunde  
en natuurwetenschappen  
via scholing, onderzoek  
en valorisatie

## Onderzoek

- Bètaonderwijs
- Formeel en informeel leren
- Leermiddelen, o.a. ICT-tools
- Scientific literacy



## Onderwijs

- Olympiades voor leerlingen
- Professionalisering
- Bachelor en master lerarenopleiding
- Integriteit



## Teaching & Learning Lab

- Ontmoeten
- Inspireren
- Innoveren



## U-Talent

- Verdieping en verrijking
- Voor havo / vwo leerlingen en docenten

Scientific and mathematical literacy for life

[www.freudenthalinstituut.nl](http://www.freudenthalinstituut.nl)  
[www.teachinglearninglab.nl](http://www.teachinglearninglab.nl)  
[www.u-talent.nl](http://www.u-talent.nl)



[www.uu.nl/onderwijs/nationale-wiskunde-dagen](http://www.uu.nl/onderwijs/nationale-wiskunde-dagen)