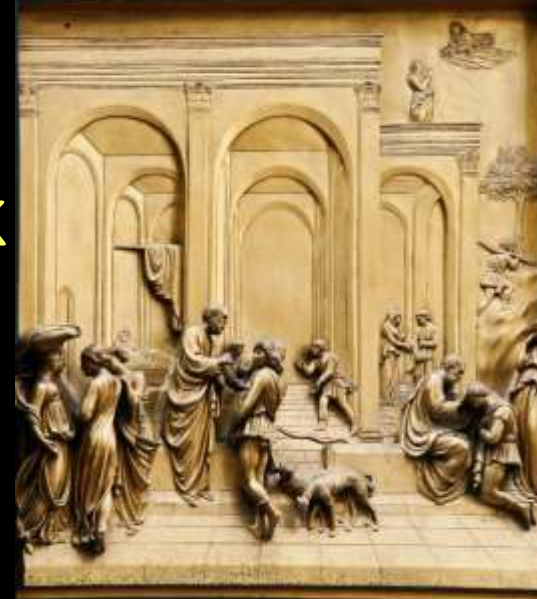




Diepte in een plat vlak

Michiel Doorman
(& Aad Goddijn)









perspectief in de Italiaanse renaissance





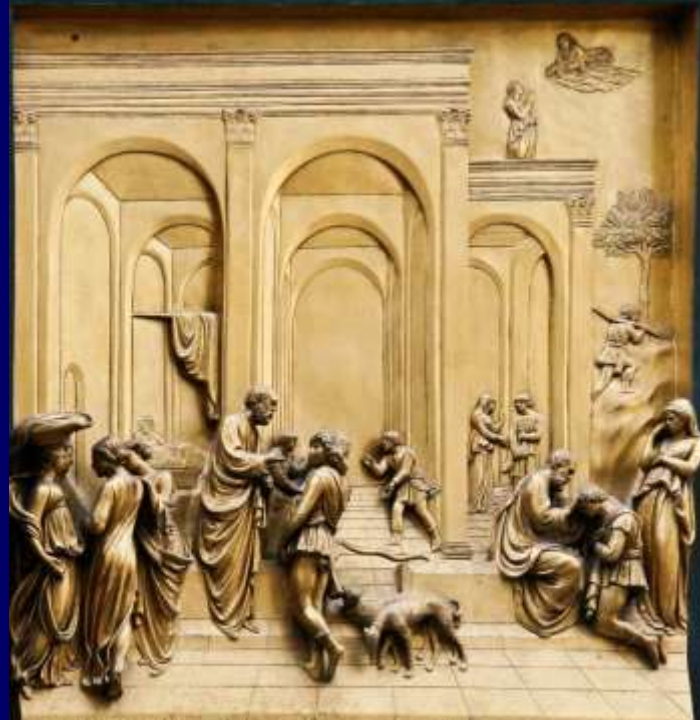
Prijsvraag in 1401: offer van Isaac
Brunelleschi versus Ghiberti



Ghiberti
1424



Ghiberti
1452



Pisano 1336

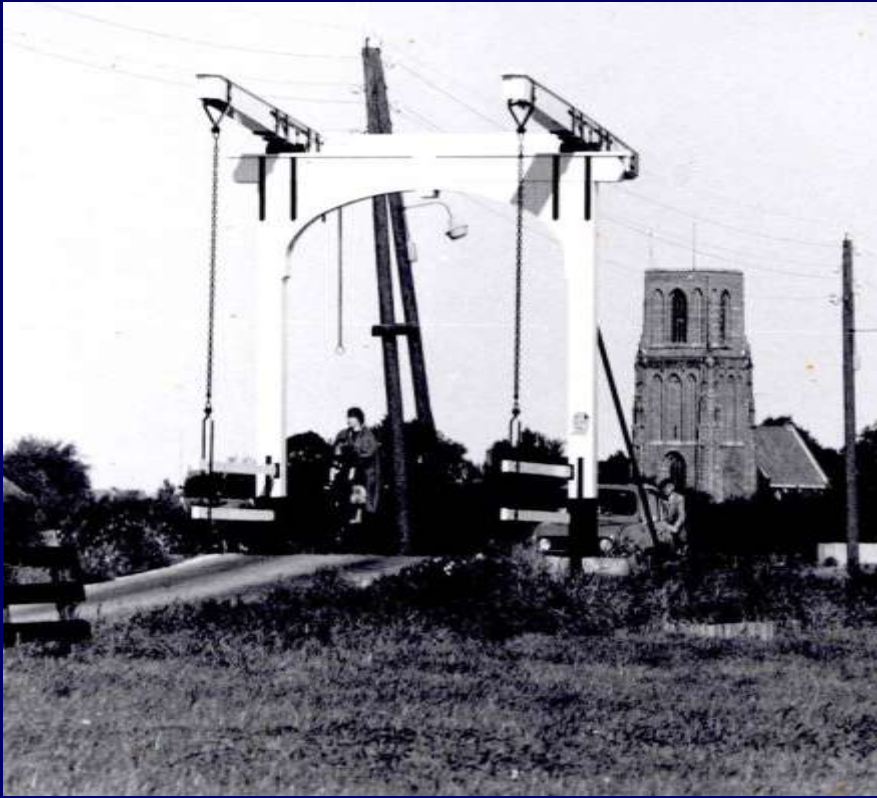


Vasari over de Paradijsdeur (ca 1550)

“Uit dit werk, zowel uit het geheel als uit de details, kan men opmaken wat het talent en de inspanning van een geschoold beeldenmaker vermag als het gaat om figuren, wanneer hij vindingrijk is in zijn figuurschikking, oorspronkelijk in de houdingen van de mannelijke en de vrouwelijke figuren, wanneer hij gebouwen in perspectivische verscheidenheid weergeeft en hij in het hele werk decorum bewaart waar het bij de bekoorlijkheden van beide seksen betreft: bij ouden van dagen de ernst en bij jeugdigen de lieftalligheid en de gratie; en onmiskenbaar is dit werkstuk in ieder opzicht volmaakt, en is het mooiste ter wereld, zoals men nooit eerder heeft gezien, bij de ouden noch bij de modernen.”

Oefening 1
schijnverhoudingen
verklaren

Wat is hoger, toren of brug?



Verklaar dit fenomeen met een schets

Basis van de verklaring

- De schijnbare *verhoudingen* hangen af van de *positie* van de waarnemer
- Informatie van het object komt naar waarnemer toe via rechte (*kijk*)lijnen
- Het is pas te begrijpen:

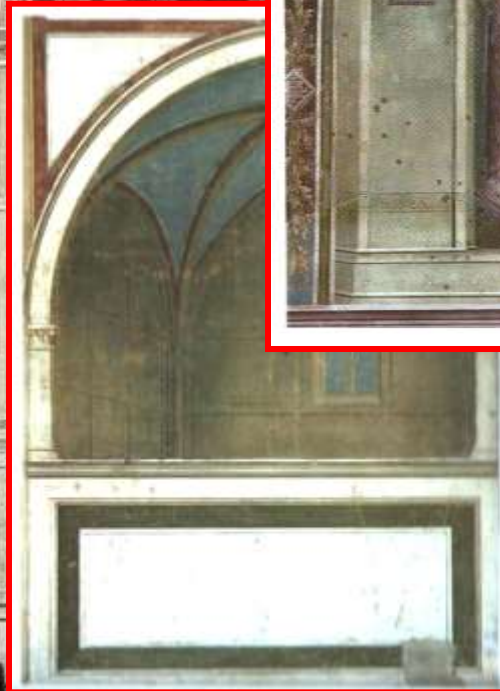
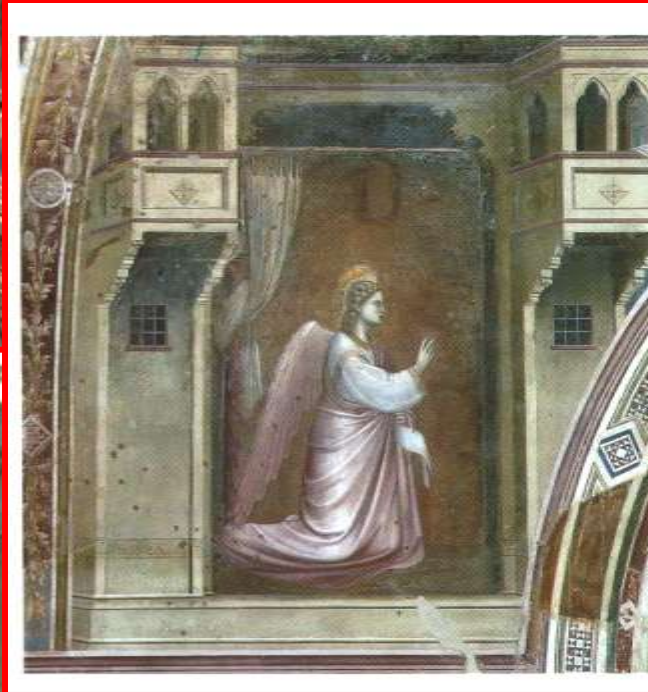
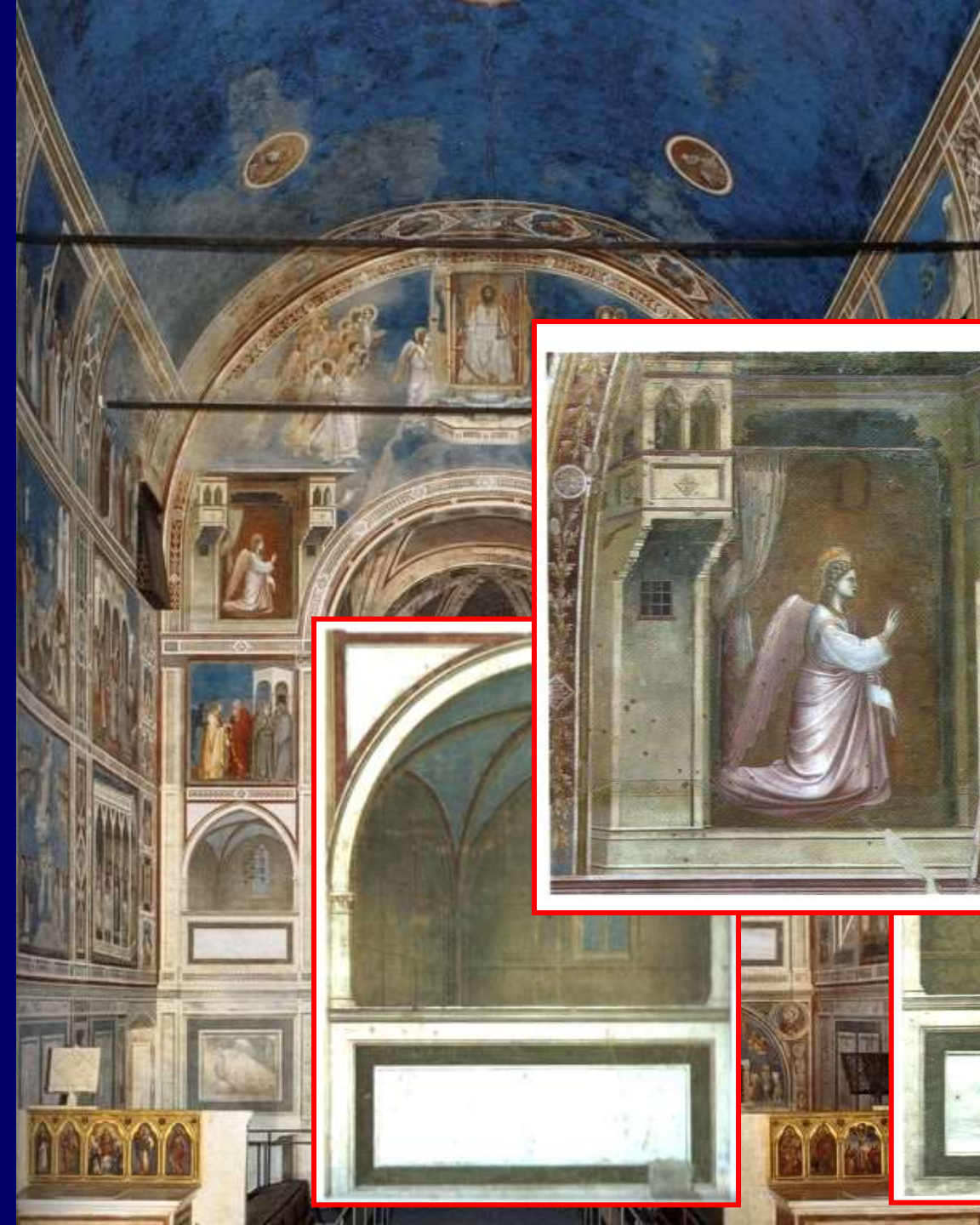
Als je *brug + toren + waarnemer(s)*
als 1 systeem beschouwt,

dat je van buitenaf bekijkt door een *aanzicht* te tekenen

Perspectief tekenen: eerste pogingen

Giotto (1266 - 1337)

Giotto, 1305
Scrovegni-kapel,
Padua

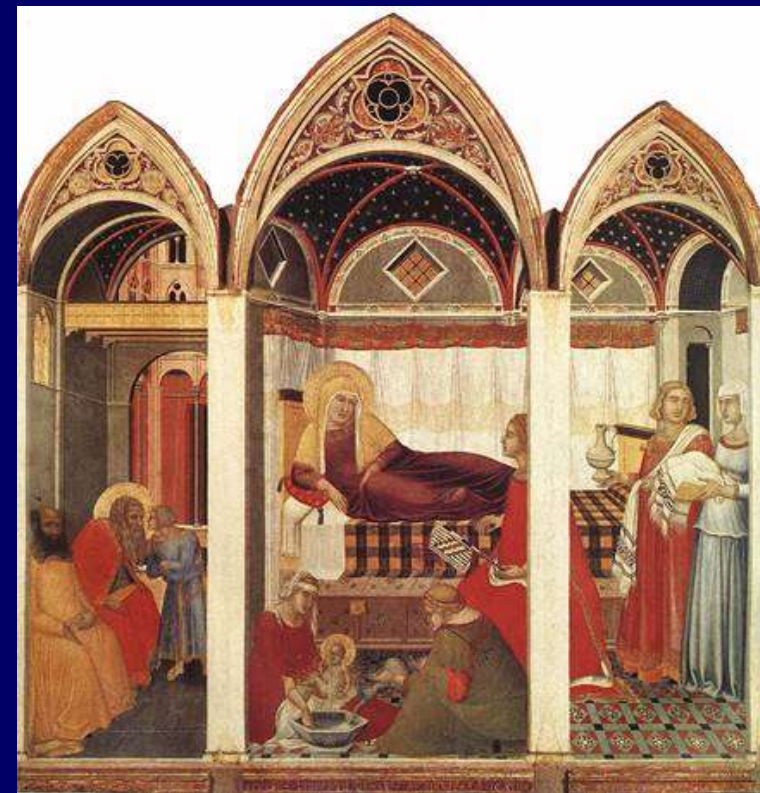




- Lijnen boven oog-niveau schuin omlaag en lijnen onder oog-niveau schuin omhoog
- Een indruk van een horizon
- Wekt indruk van 'convergentiepunt' van evenwijdige lijnen

Perspectief tekenen: eerste pogingen

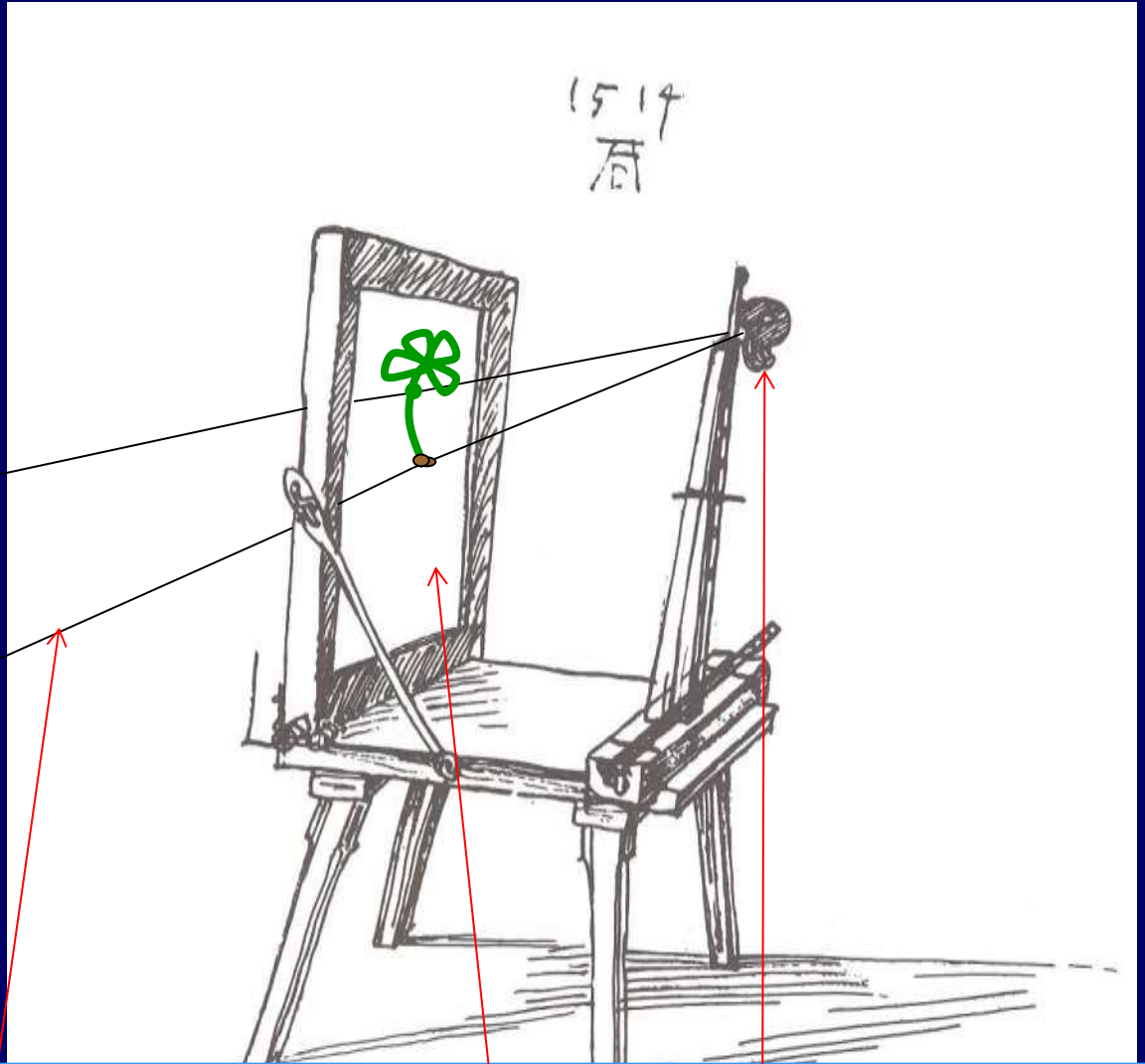
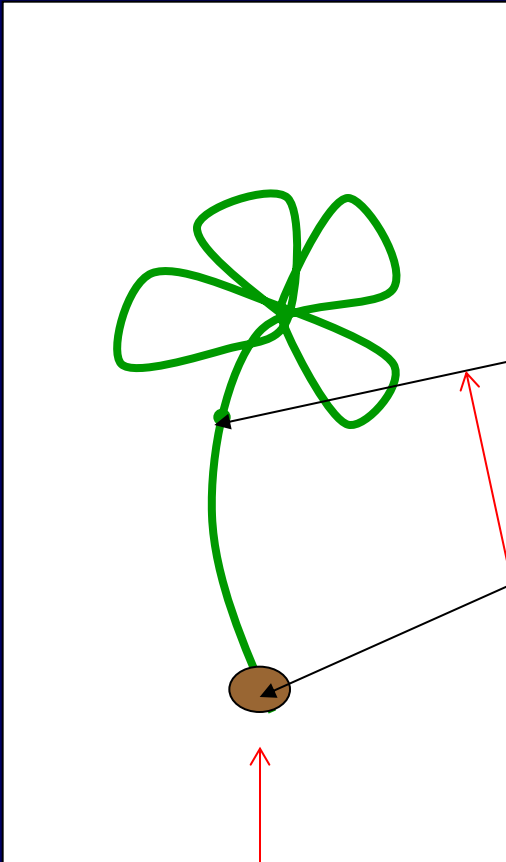
- Geen theoretische beschouwingen
- Wel: van willekeur naar een meer systematische aanpak





Portret tekenen
volgens
Albrecht Dürer,
anno 1525

De kern



*Voor het oog is er geen verschil
tussen de werkelijke bloem en de getekende bloem*

OBJECT,
punten van object

KIJKLIJNEN

TAFEREEL,
beeldpunten

OOGPUNT

Het oog van de tekenaar blijft impliciet aanwezig

*Voor het oog is er géén verschil
tussen de werkelijke bloem en de getekende bloem*

*Dit geldt alléén als het oog dat de tekening bekijkt, ten
opzichte van de tekening op exact dezelfde plek is,
als waar het oog van de tekenaar was.*

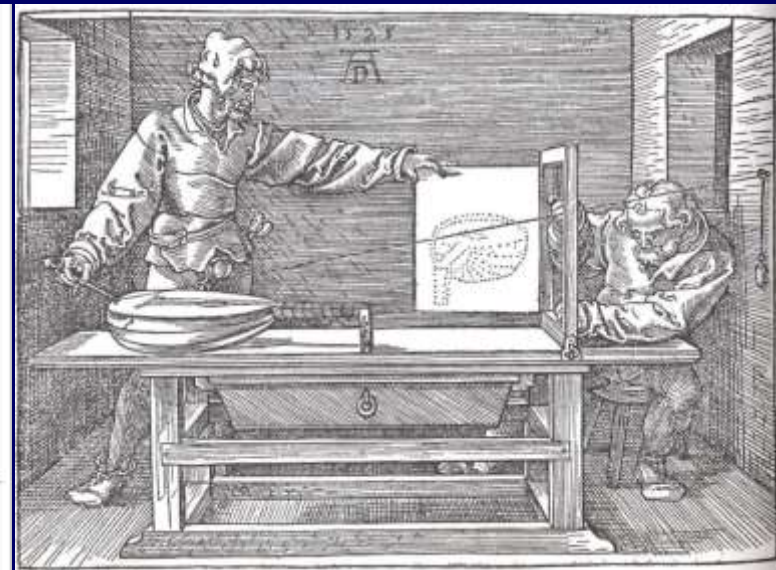
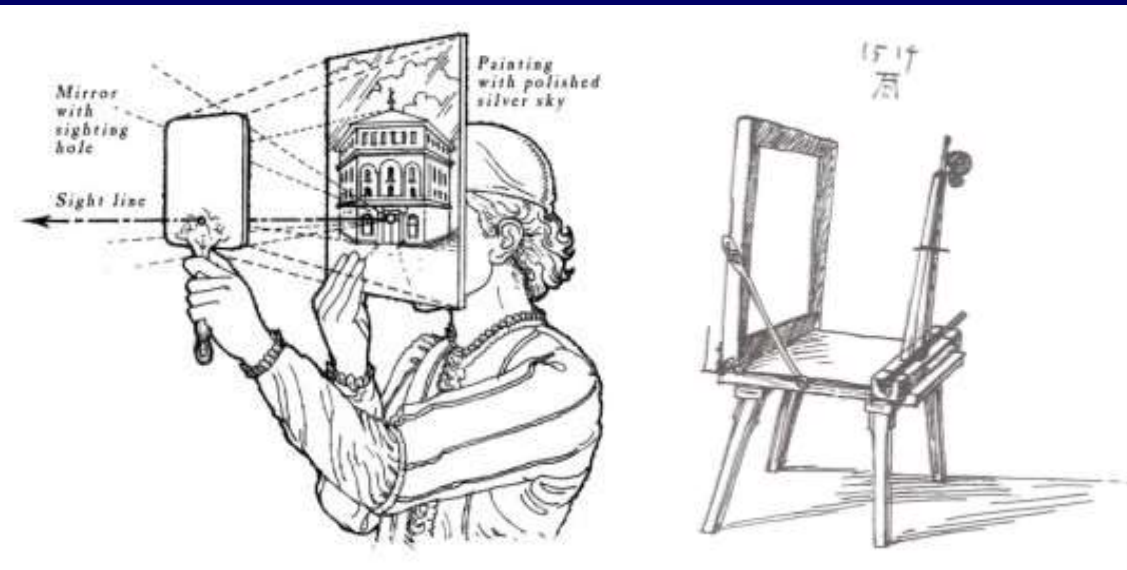
Perspectief

voorlopige omschrijving

Een object zó op een scherm (..papier, fresco, doek, straat, fotoafdruk) afbeelden, dat het lijkt alsof je 'door het scherm heen' het echte object ziet ...

... met ÉÉN oog

Perspectief instrumenten



Problemen en oplossing

- De technische uitvoering met glas, spiegel en touw is behoorlijk onpraktisch
- En wat te doen als de getekende ruimte niet 'echt' bestaat?
- Wiskundige hulpmiddelen bij perspectief tekenen zijn ontwikkeld tijdens renaissance in Italië
 - Oudste (fragmentarisch) gedocumenteerd: Brunelleschi, 1425
 - Beschrijving van de theorie: Alberti, 1436
 - Perfectionering: Piero della Francesca, 1487
- Zeker niet overal direct overgenomen
 - Albrecht Dürer (Neurenberg) reist 2 x naar Italië (1494 en 1505), (*Underweysung der Messung mit dem Zirckel und Richtscheyt*, 1525)

Nis in de muur

Massacio, 1426

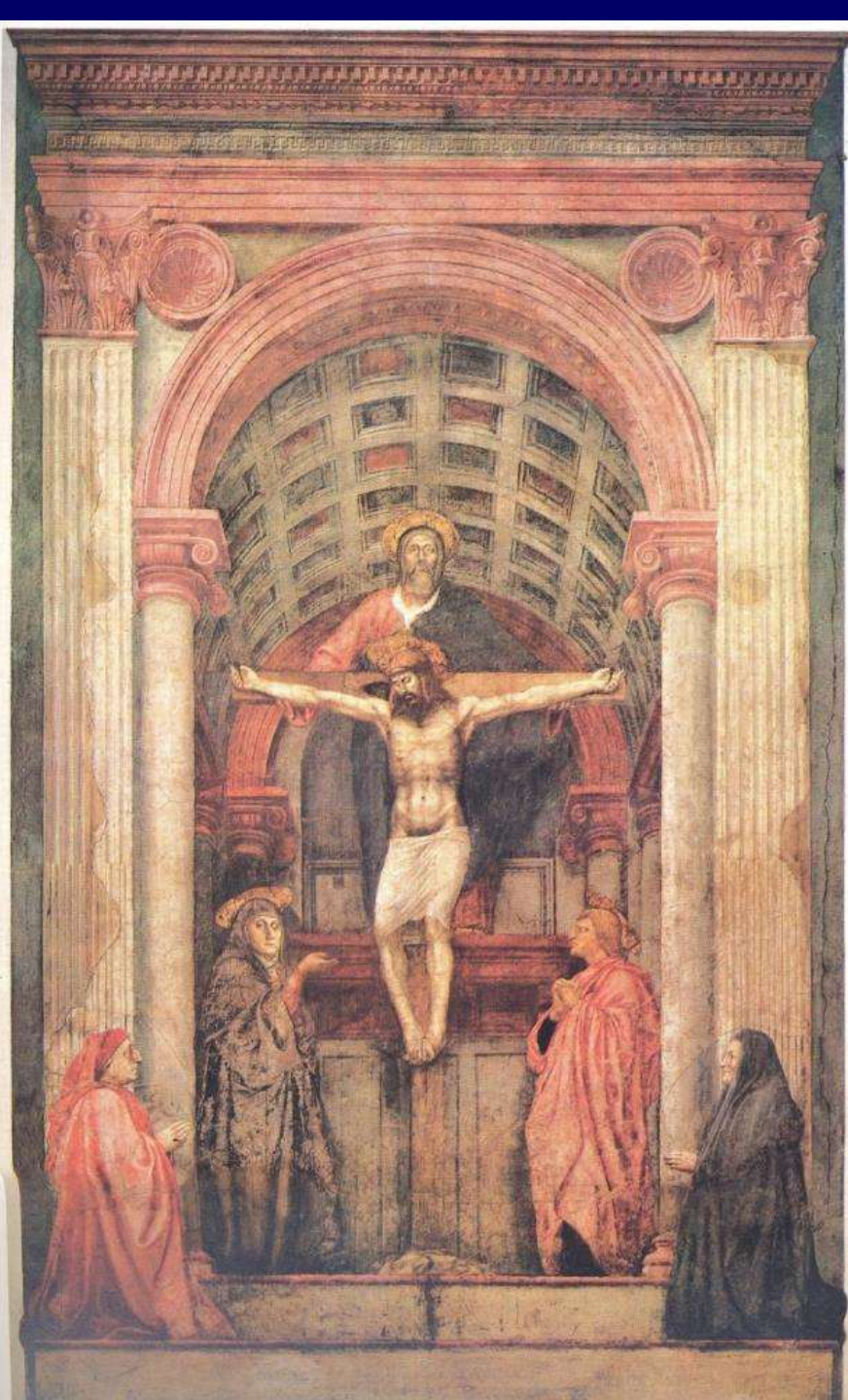
Massacio, Triniteits-fresco, 1426
Santa Maria Novella, Florence

Vermoedelijk samengewerkt met
Brunelleschi

Belangrijk bij transitie van empirie,
natekenen naar synthetische,
systematische constructie

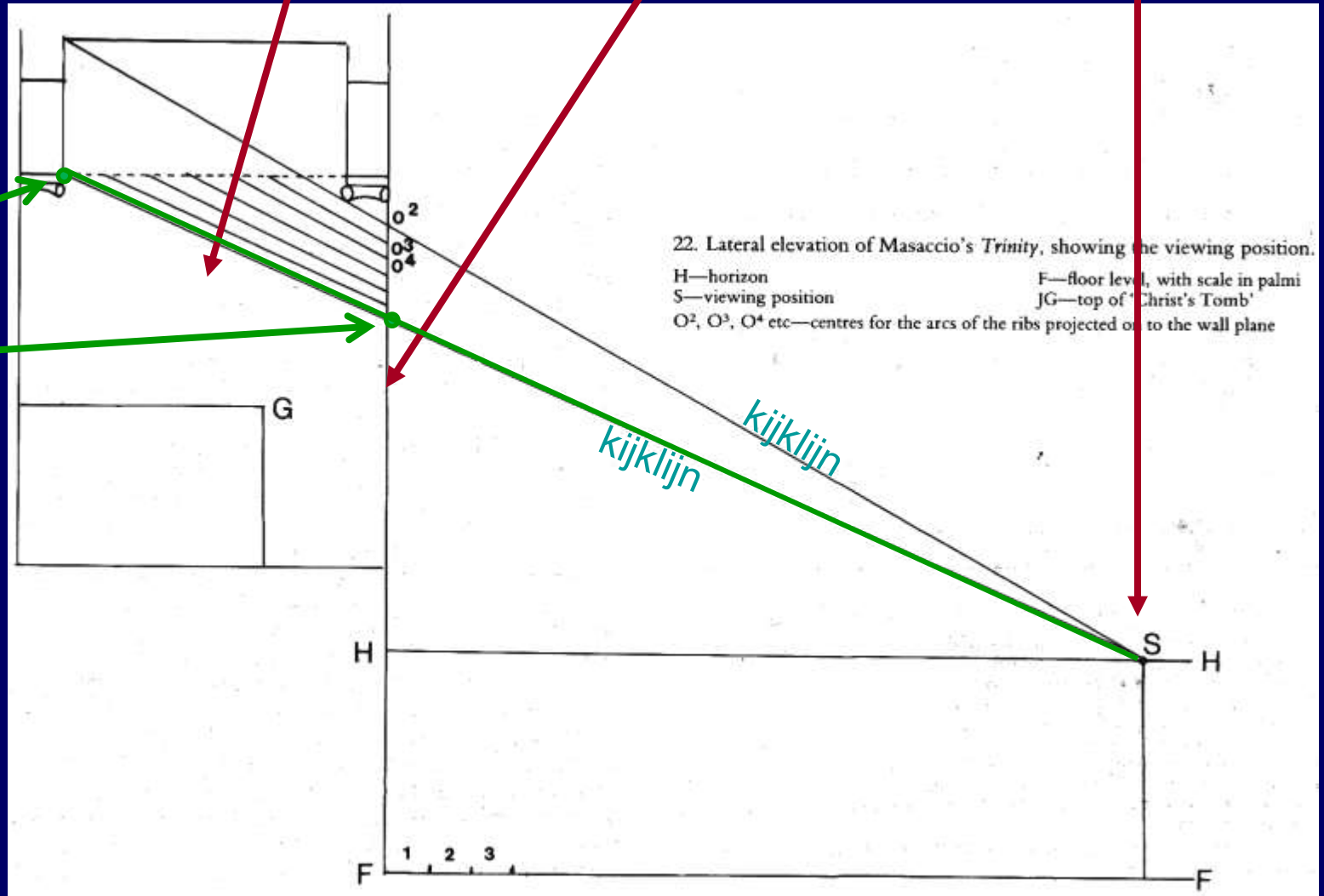
Commentaar toeschouwers bij
onthulling:

Er is een nis gemaakt in de muur!



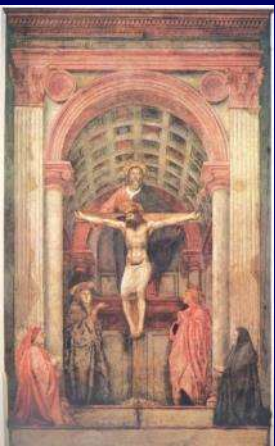
ZIJ-AANZICHT

'gecreëerde' ruimte – tafereel – beschouwend oog
(= het fresco zelf)



Werkelijk punt

Afgebeeld punt

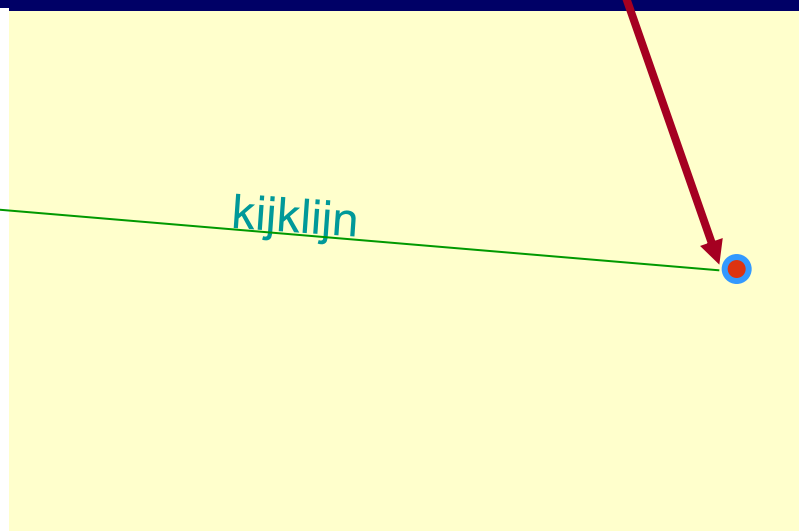
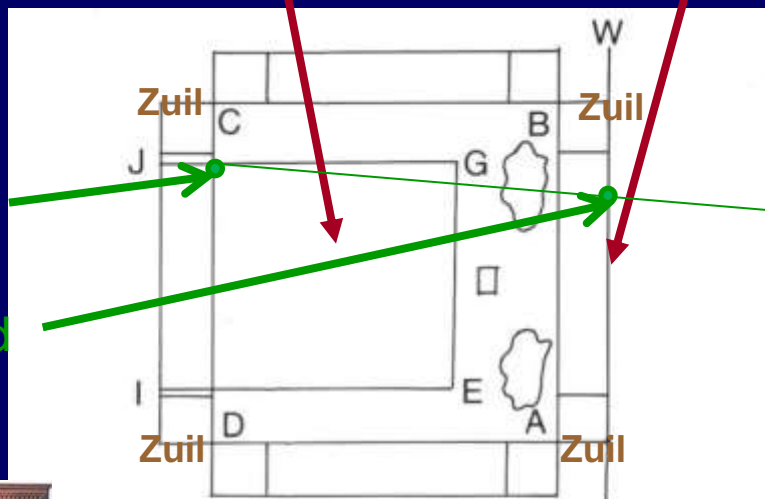


BOVEN-AANZICHT

'gecreëerde' ruimte – tafereel – beschouwend oog
(= het fresco zelf)

Werkelijk
punt

Afgebeeld
punt



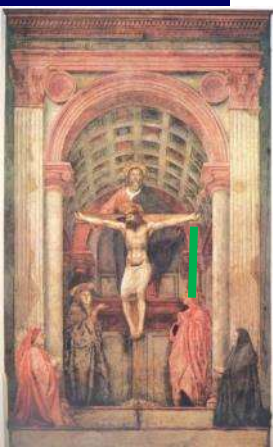
20. Hypothetical plan of the architecture in Masaccio's *Trinity*.

ABCD—square plan of the area covered by the vault

EGJI—presumed plan of 'Christ's Tomb'

W—plane of wall

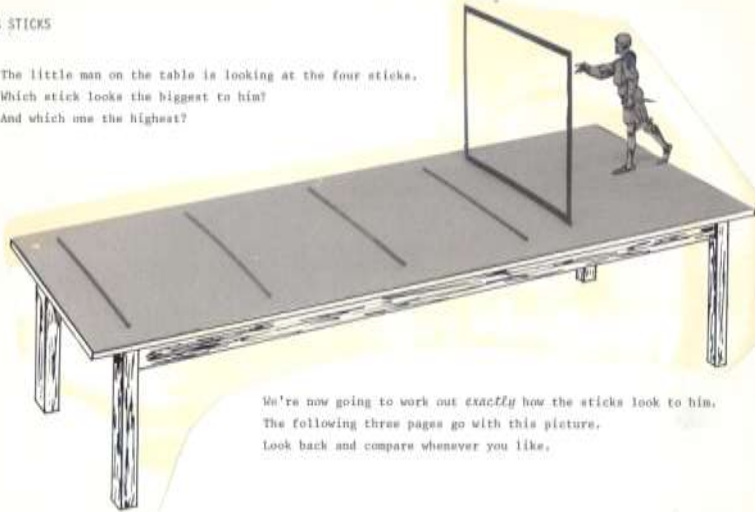
Note: the elements in front of the wall plane are excluded, because no mechanical construction is possible.



Oefening 2: Vier stokken in perspectief, methode Brunelleschi

DRAWING STICKS

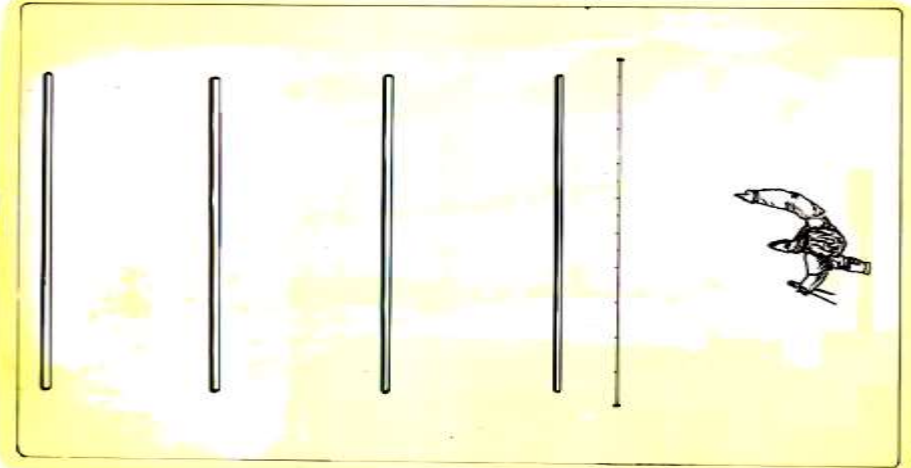
► 108. The little man on the table is looking at the four sticks.
Which stick looks the biggest to him?
And which one the highest?



We're now going to work out *exactly* how the sticks look to him.
The following three pages go with this picture.
Look back and compare whenever you like.

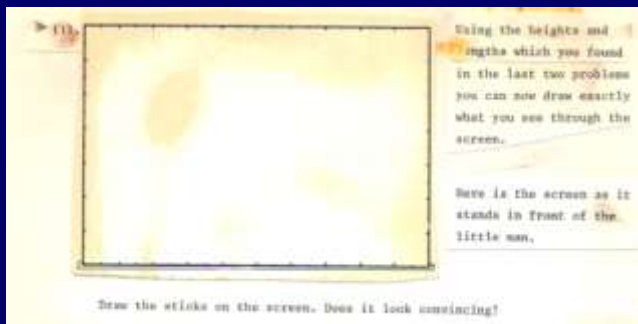
plattegrond

► 110. A top-view of the same thing. Find just where the man's eye is.
How long do the sticks appear on the screen?



Nearest stick appears: long. Third stick appears long.
Second stick appears: long. Furthest stick appears long.

tafereel

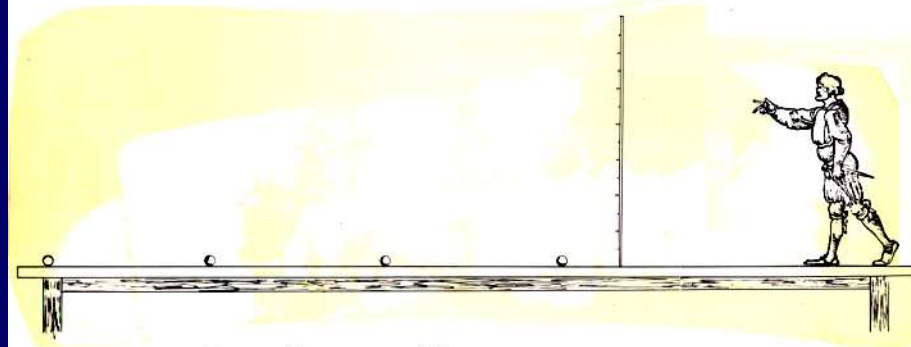


Using the heights and lengths which you found in the last two problems you can now draw exactly what you see through the screen.

Here is the screen as it stands in front of the little man.

Draw the sticks on the screen. Does it look convincing?

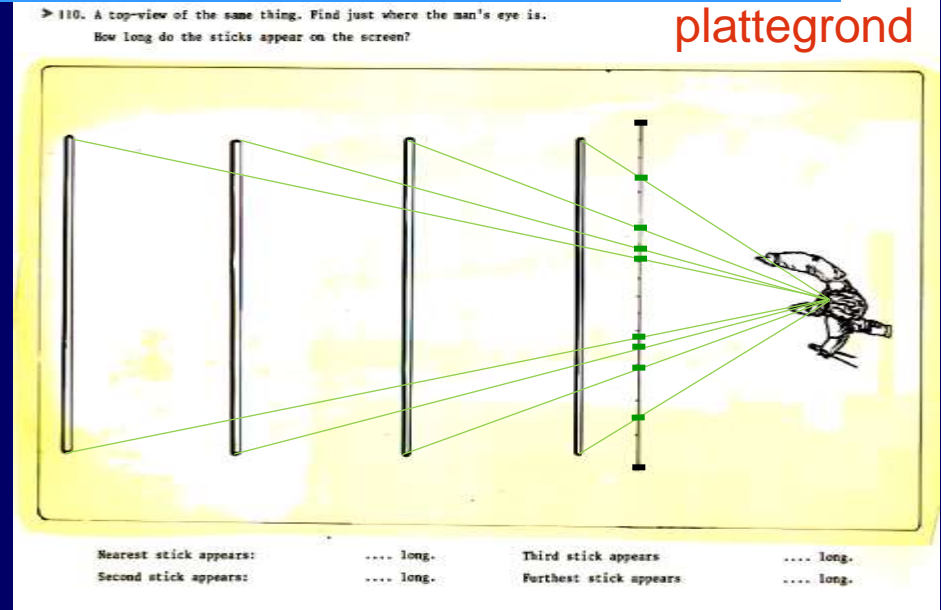
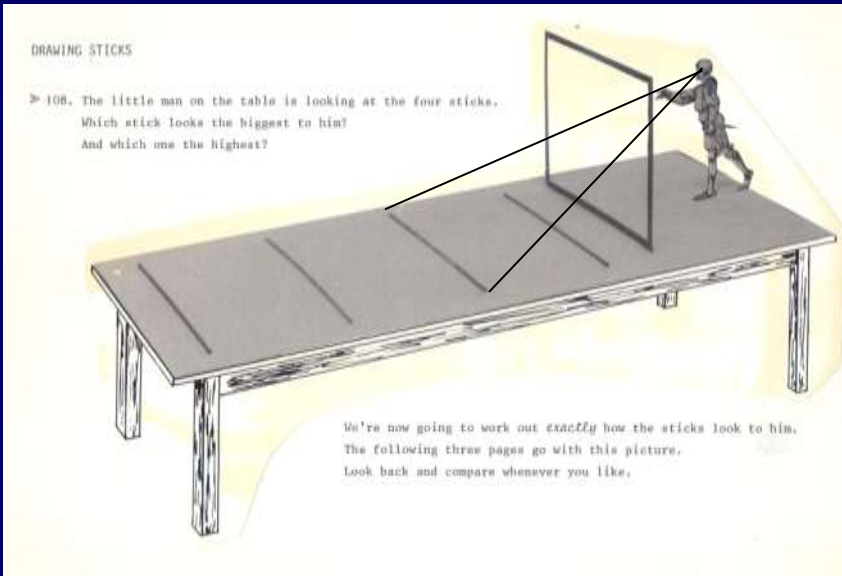
► 109. Here is a side-view. How high above the table should the sticks be drawn on the screen? Draw the lines you need to find this out.



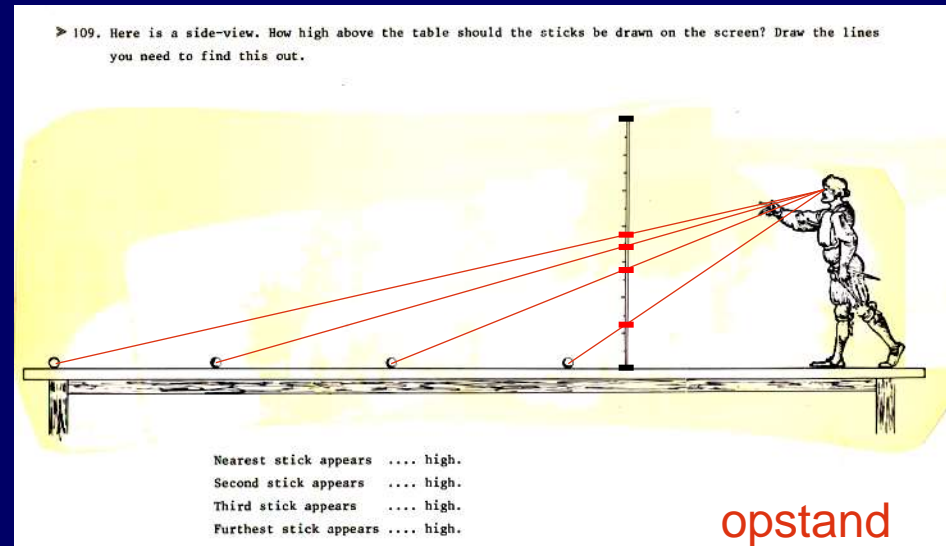
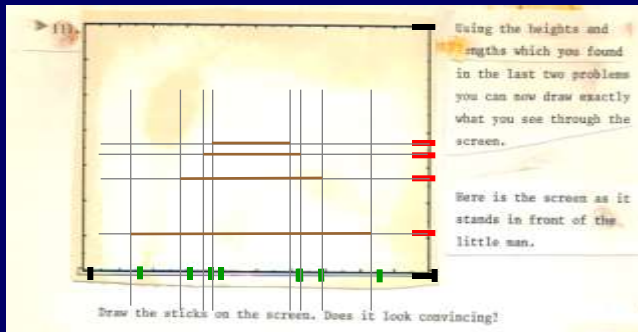
Nearest stick appears high.
Second stick appears high.
Third stick appears high.
Furthest stick appears high.

opstand

Uitwerking: Constructie via Plattegrond en Opstand.



tafereel



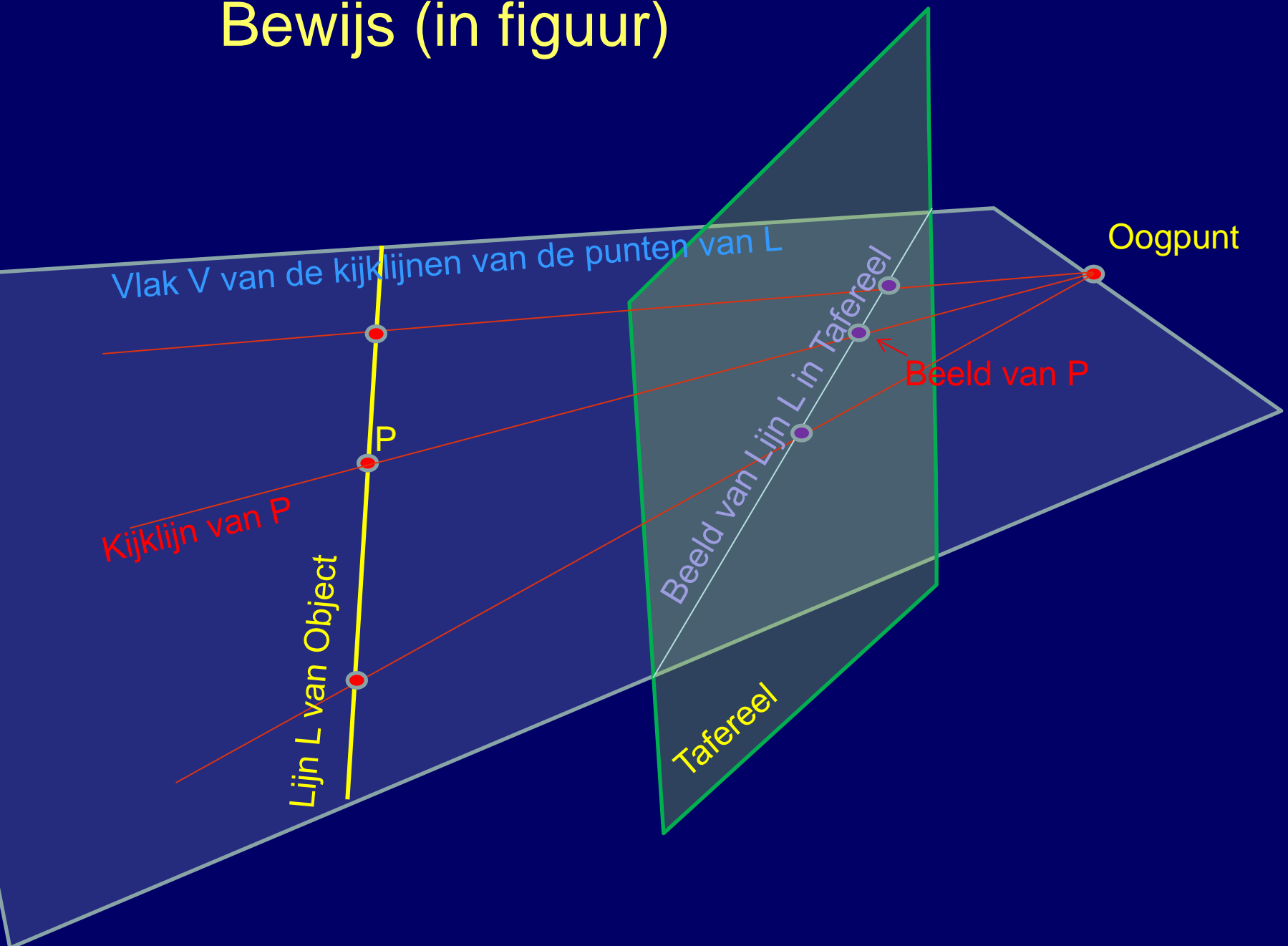
Hoofdstelling van perspectief

- (Stukken van) Rechte lijnen van het object worden afgebeeld als (stukken van) rechte lijnen in het tafereel
- Waarneming: dat heb je gebruikt en gezien in het voorbeeld met de stokken

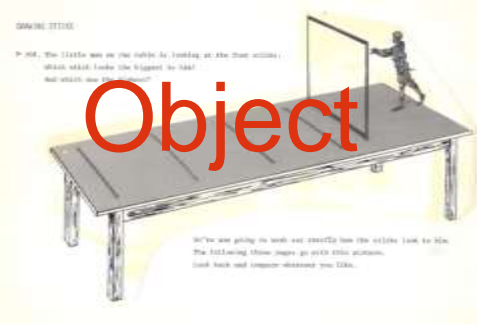
Bewijs (in woorden)

- (Stukken van) Rechte lijnen van het object worden afgebeeld als (stukken van) rechte lijnen in het tafereel.
- **Bewijs:**
 - Noem de lijn in het object even L .
Bij elke punt P van L hoort een kijklijn door P EN het Oogpunt .
Die kijklijn snijdt het tafereel T in het beeldpunt van P .
 - De kijklijnen samen vormen een plat vlak V .
 - De snijpunten van vlak V en vlak T zijn de beeldpunten van de punten van L . Het beeld van L is dus de *snijlijn* van V en T .

Bewijs (in figuur)



Constructies
op het
Tafereel zelf



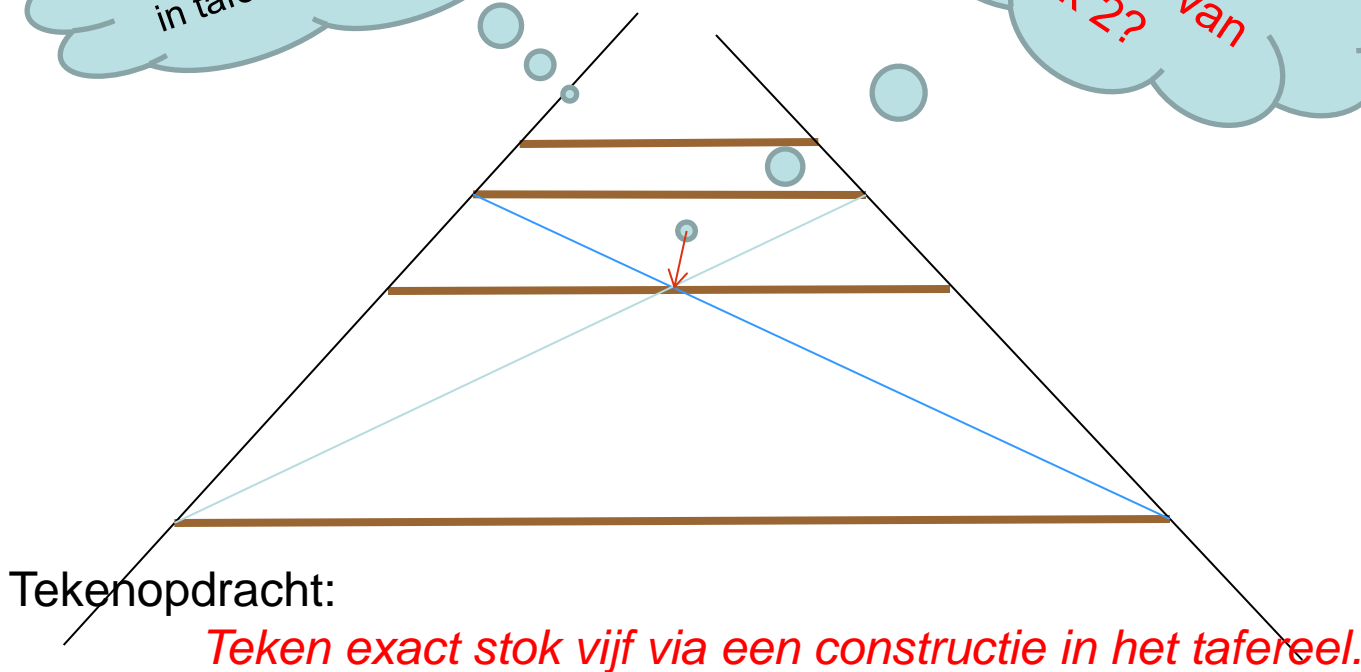
Constructies: Oefening 3

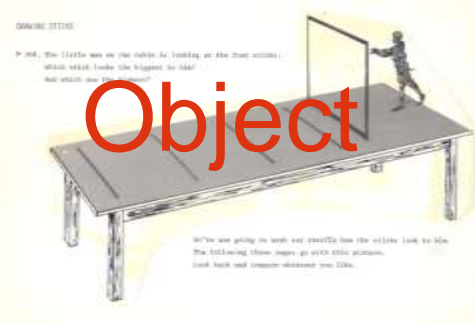
- op het Tafereel zelf
- m.b.v. kennis van het object

Tafereel

Was een lijn in object.
Dus nu ook een rechte lijn
in tafereel (Hoofdstelling)

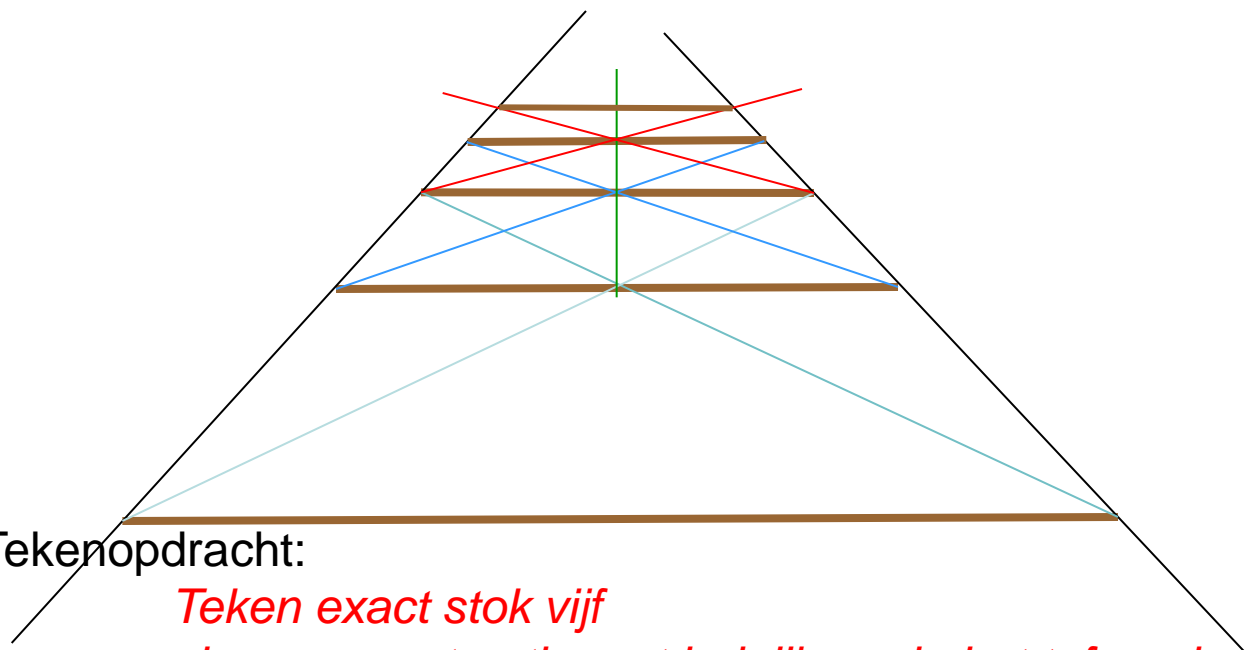
Waarom is dit
het beeld van
het midden van
stok 2?





Zelf stok 5 toe voegen

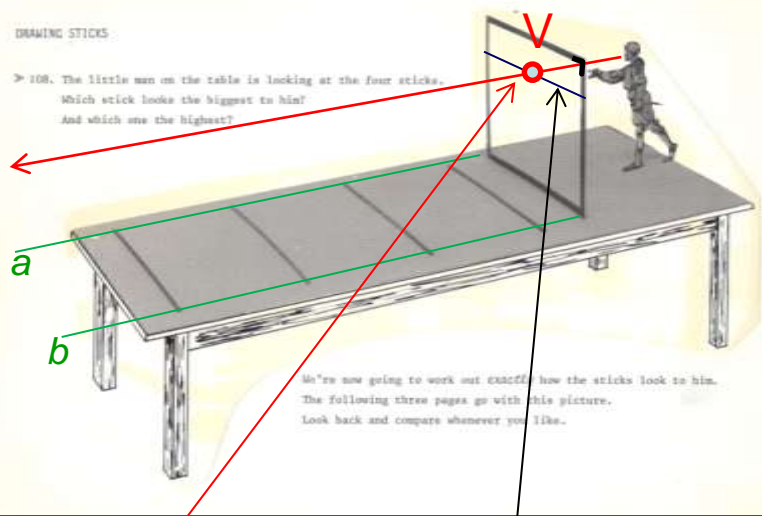
Tafereel



Tekenopdracht:

*Teken exact stok vijf
via een constructie met hulplijnen in het tafereel.*

> 108. The little man on the table is looking at the four sticks.
Which stick looks the biggest to him?
And which are the highest?



We're now going to work out **exactly** how the sticks look to him.
The following three pages go with this picture.
Look back and compare whenever you like.

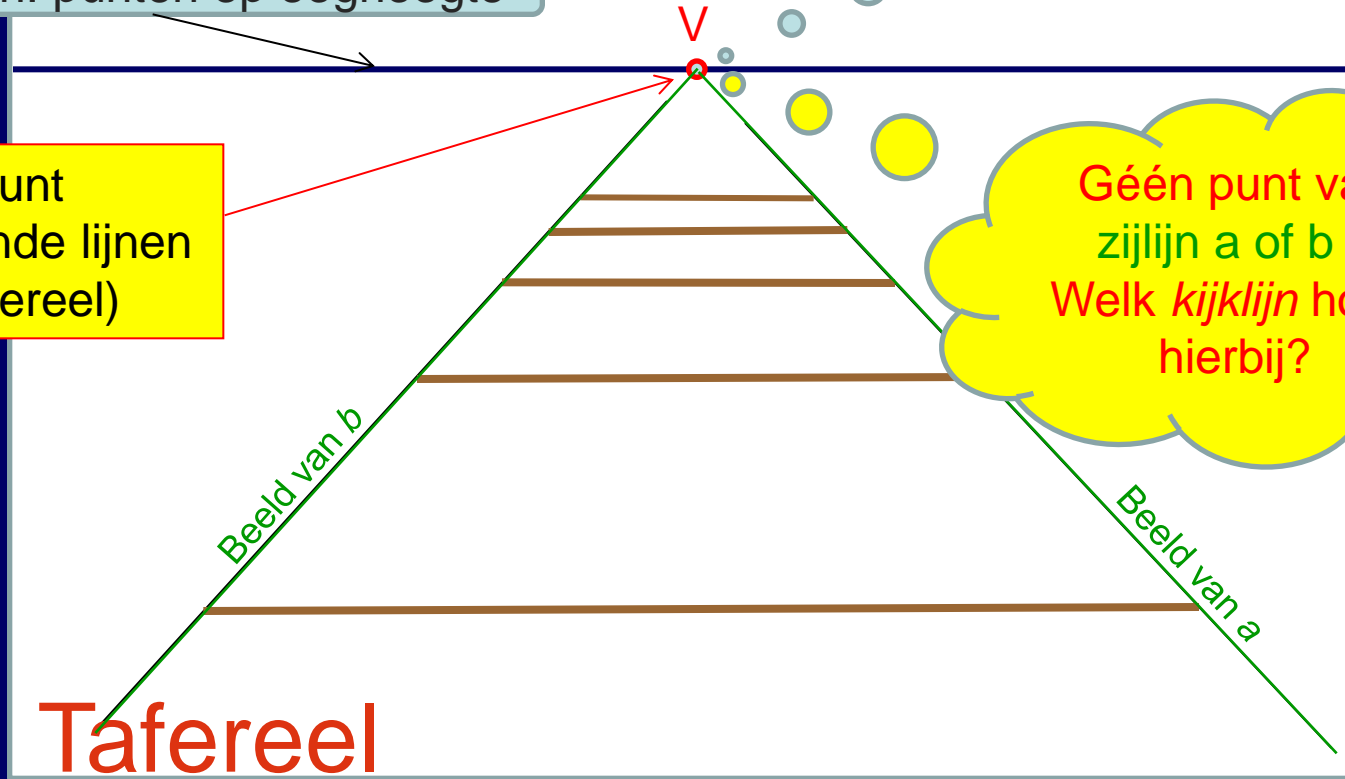
Het centrale vluchtpunt

Horizon: punten op ooghoogte

Centrale vluchtpunt van de weglopende lijnen (loodrecht op tafereel)

Welk objectpunt hoort hierbij?

Géén punt van zijlijn a of b !!
Welk kijklijn hoort hierbij?



Tafereel

Schoolvoorbeeld centraal perspectief





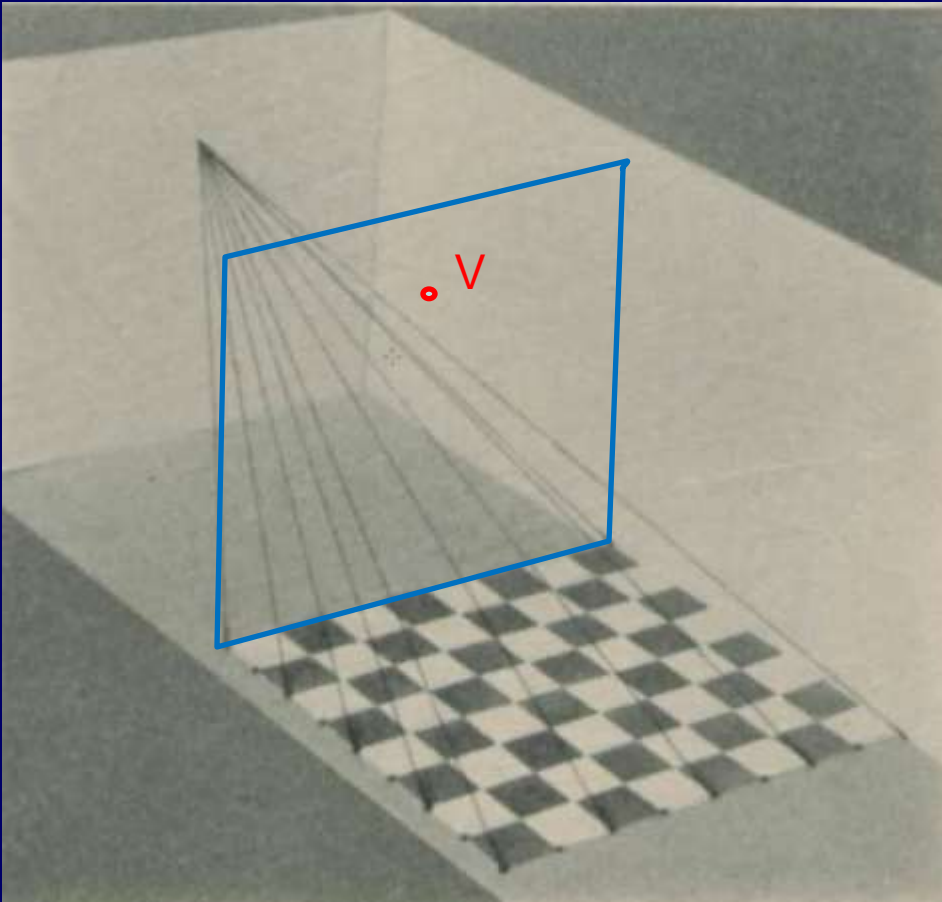
Eerste theoretische beschrijving:

De methoden van Alberti (1404 – 1472)

schrijver/wetenschapper

Beïnvloed door de Arabische astronoom en wiskundige Alhazen
weinig bewijzen

De methoden van Alberti

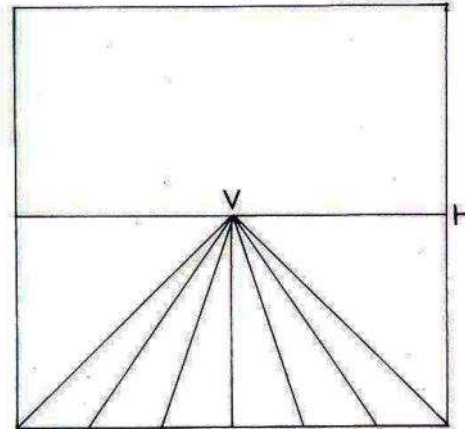


- Piramida visiva
- Tafereel met Vluchtpunt

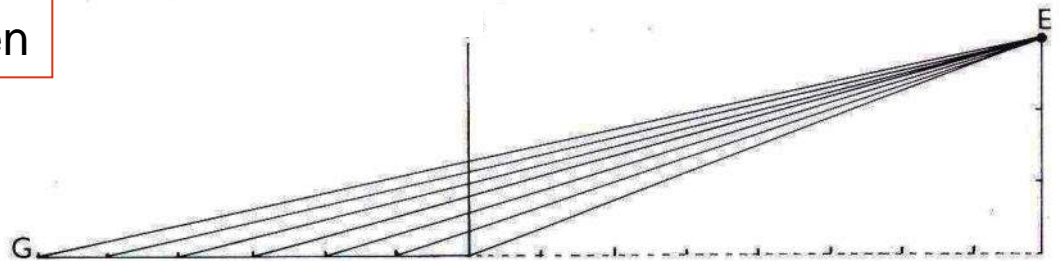
Methode 1

- Tegelvloer met vierkante tegels

Weglopende lijnen met vluchtpunt

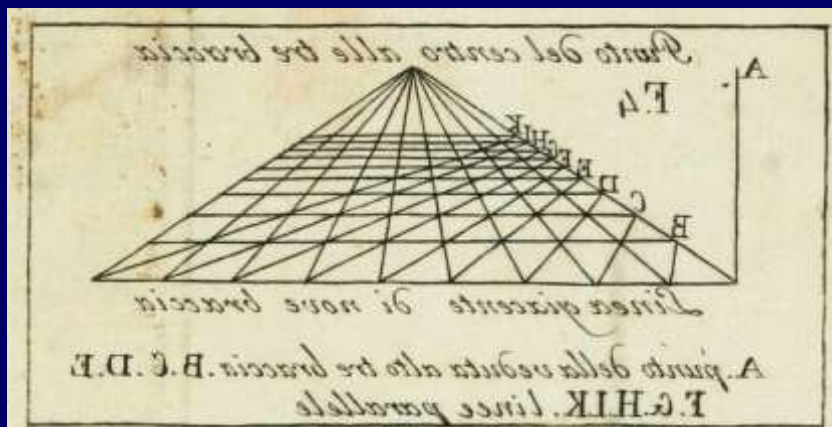
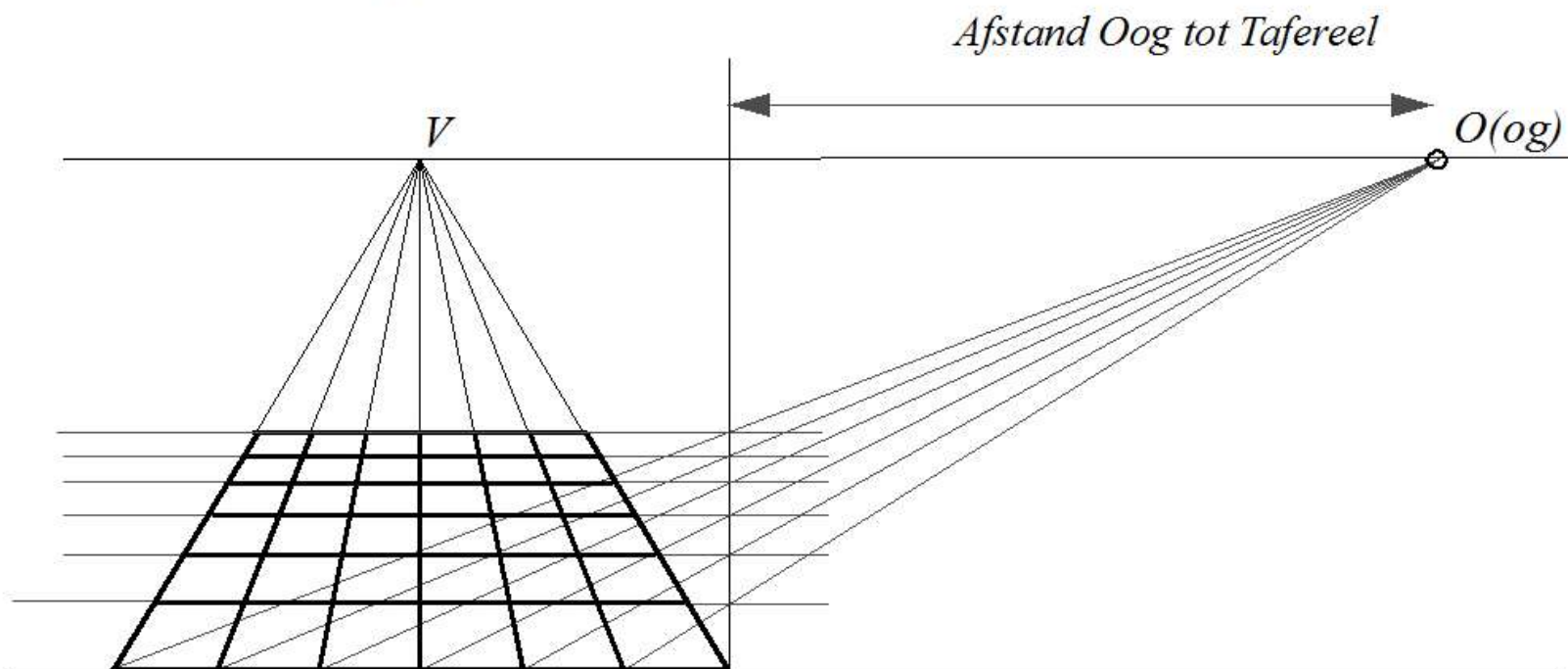


Zijaanzicht levert schijn-hoogte van de dwarslijnen



Leg de twee figuren op elkaar:
Z.O.Z.

Voor en zij-aanzicht liggen over elkaar!

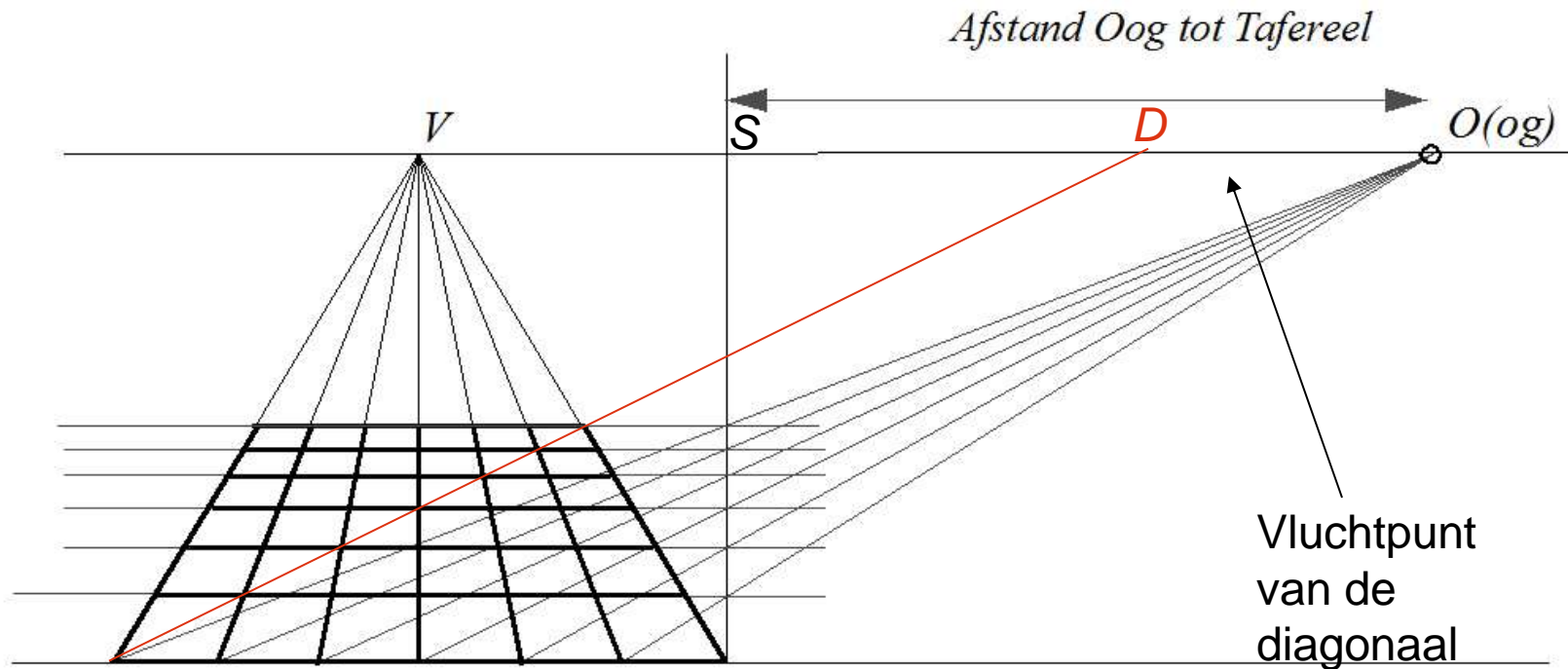


Costruzione legittima

De 'juiste constructie' om een tegelvloer in perspectief te tekenen.

Alberti (Della Pittura, 1436).

Voor en zij-aanzicht liggen over elkaar!

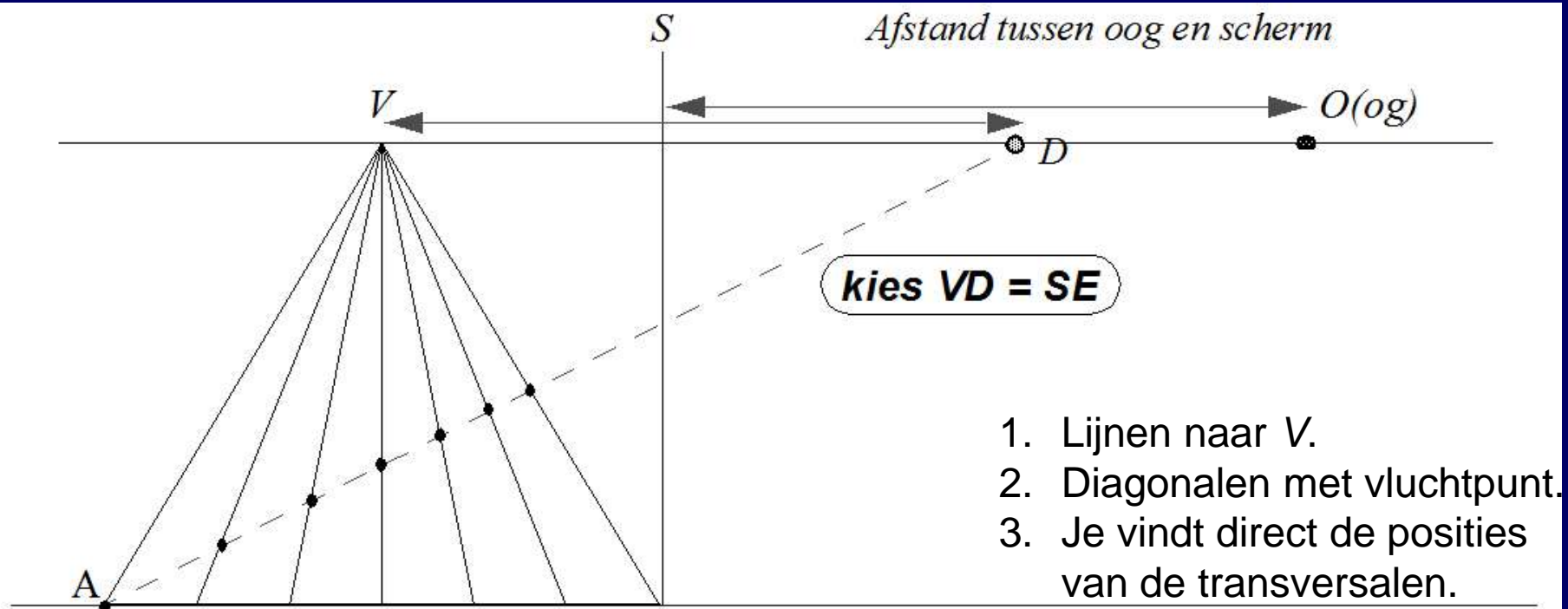


Voer de controle met de diagonaal van de 6 bij 6 vloer uit.

De diagonaal snijdt de horizon. Hoever van V vandaan?

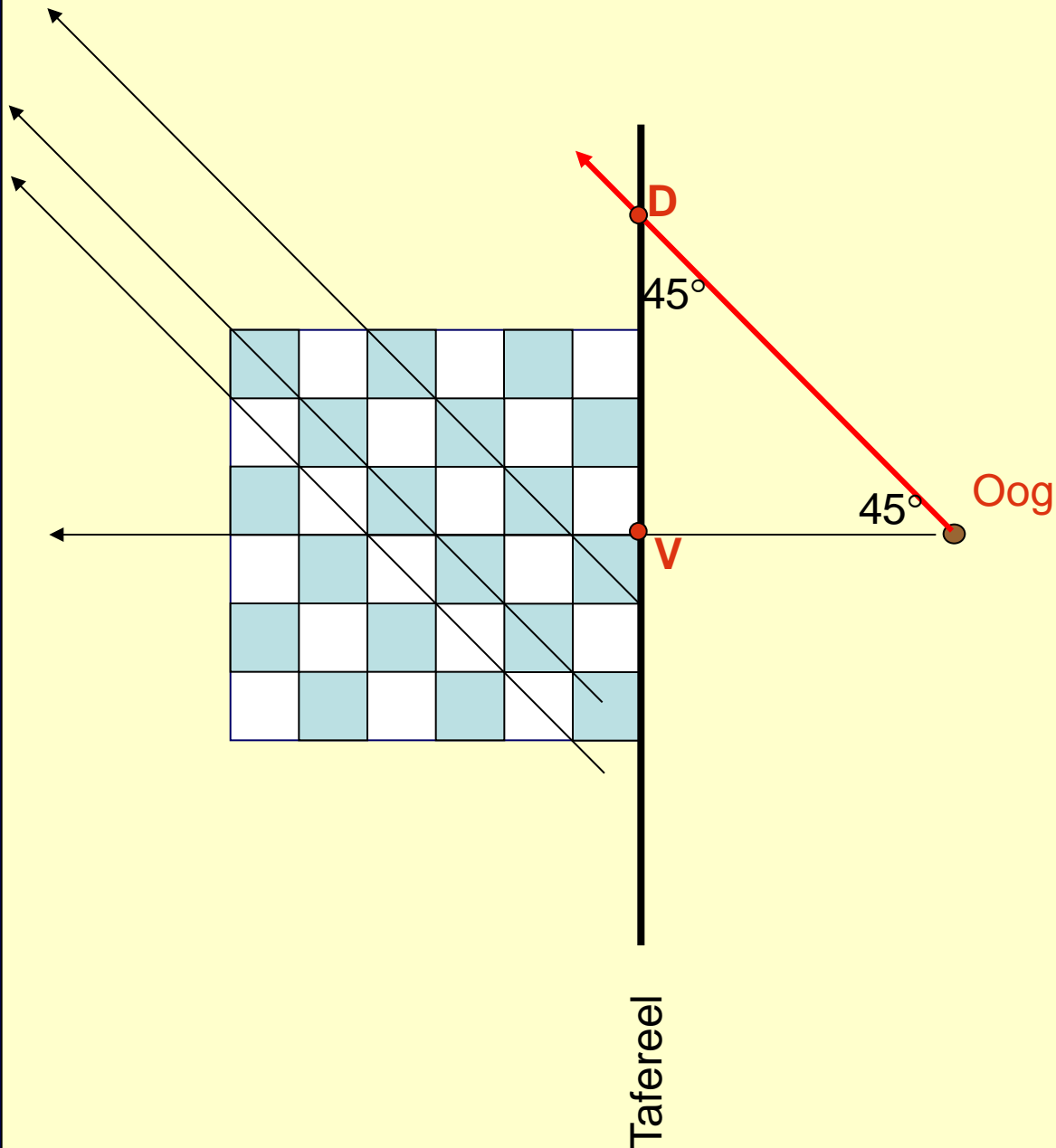
Oefening 4: Controle met de diagonaal: die moet recht zijn! Waarom?
Trek de diagonaal door. Wáár precies snijdt de diagonaal de horizon?

Methode 2: Gebruik direct vluchtpunt 45°



Dürer leerde deze methode van de Italianen, maar maakt er fouten mee.
Waarschijnlijk begreep hij het (ook) niet helemaal

Verklaring, in bovenzaanzicht



D = Vluchtpunt diagonalen
V = Centraal vluchtpunt
Lijn DV (in tafereel) = horizon

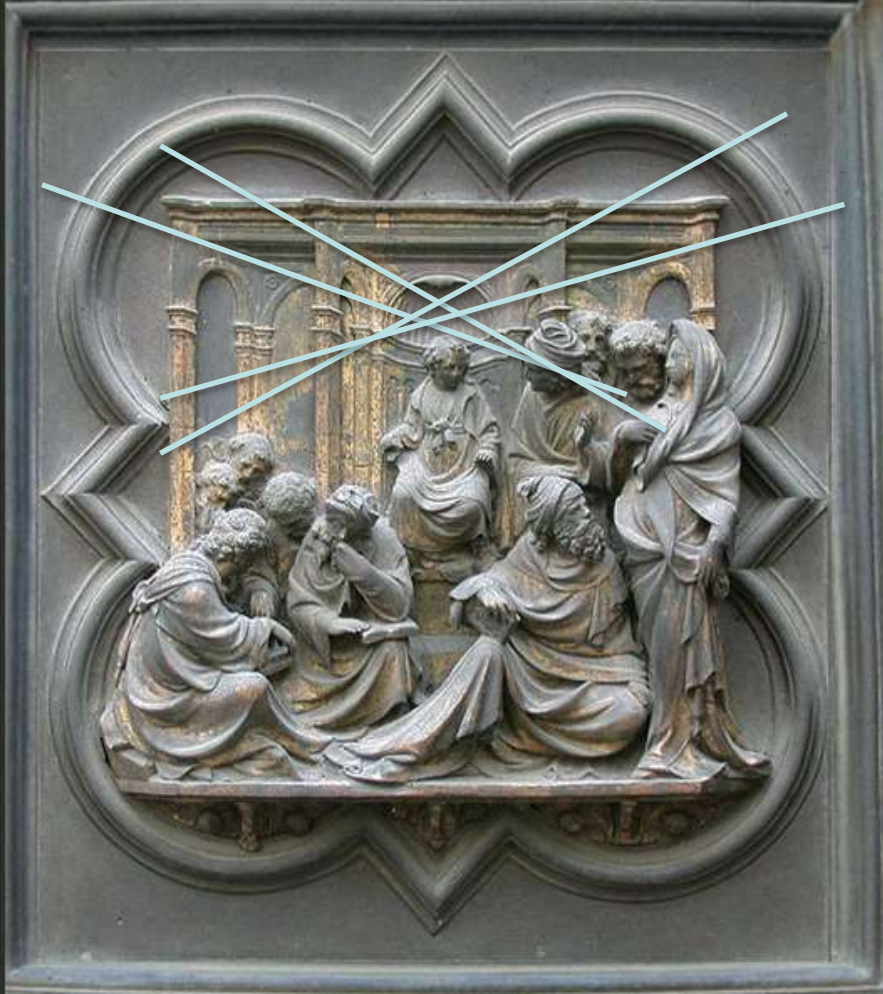
$VD = VO$,
want driehoek DVO
is $45^\circ-90^\circ-45^\circ$!

Stelling over vluchtpunten

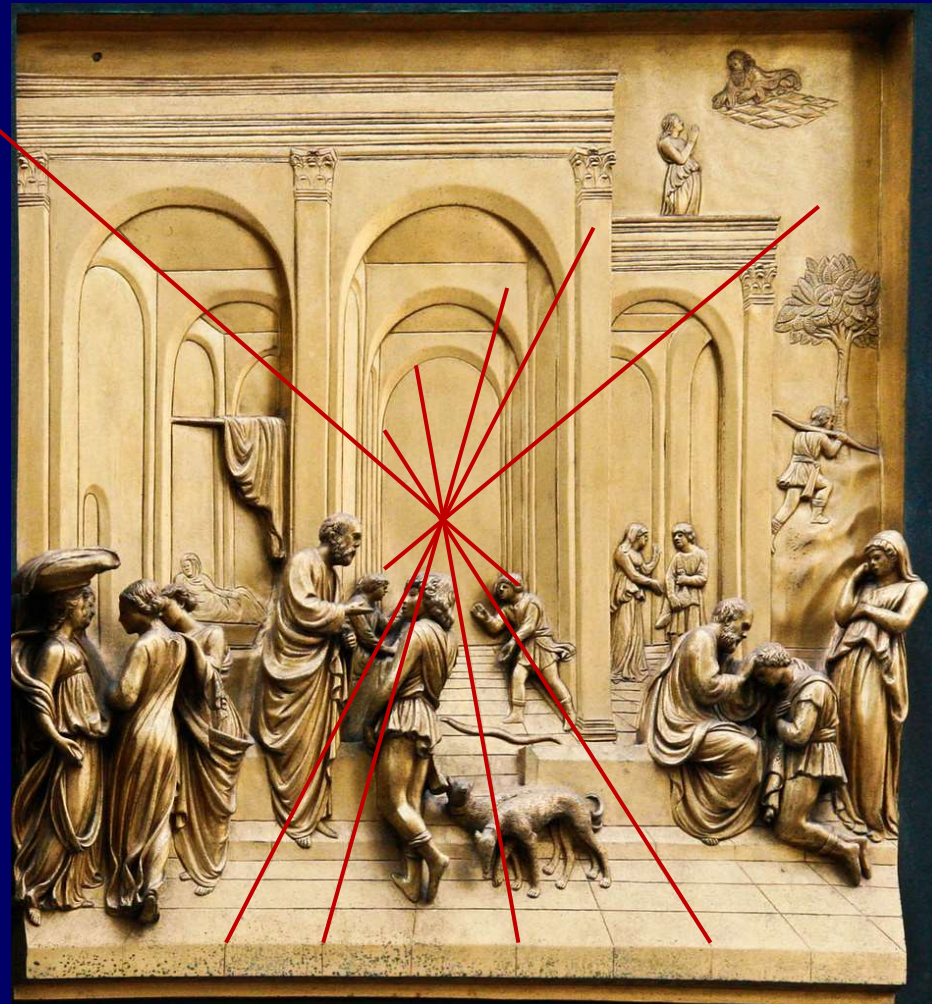
- Het vluchtpunt van een bundel evenwijdige lijnen is het doorgangspunt van de kijklijn (door het oog!) die evenwijdig is aan de bundel.

Gevolgen horizontale lijnen (Vloer, plafond)

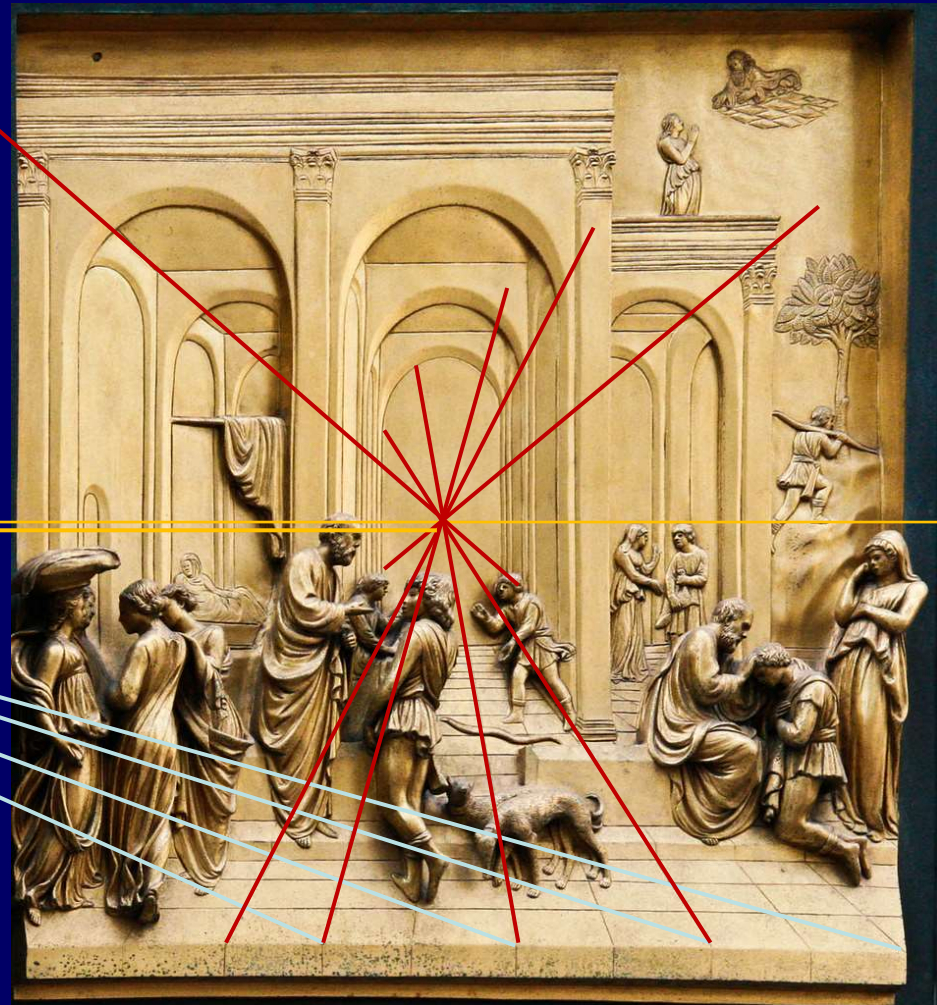
- Vluchtpunten van horizontale bundels liggen allemaal op de horizon.
- Twee bundels evenwijdige lijnen in de vloer: de hoek tussen de kijklijnen naar de vluchtpunten is de hoek tussen de werkelijke lijnen.
- Zo kunnen de vluchtpunten makkelijk vooraf bepaald worden



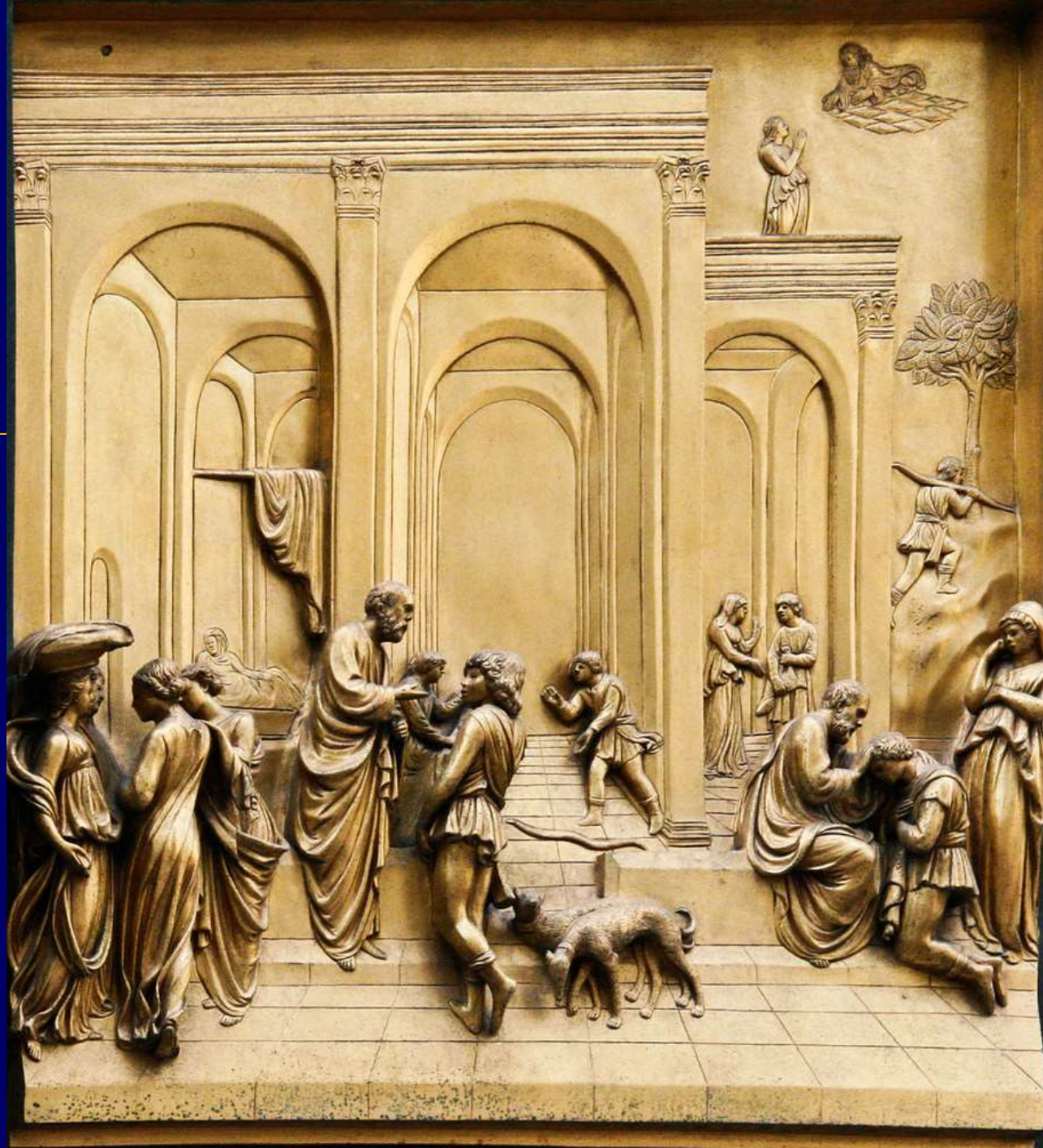
Ghiberti
1424



Ghiberti
1452



Ghiberti
1452



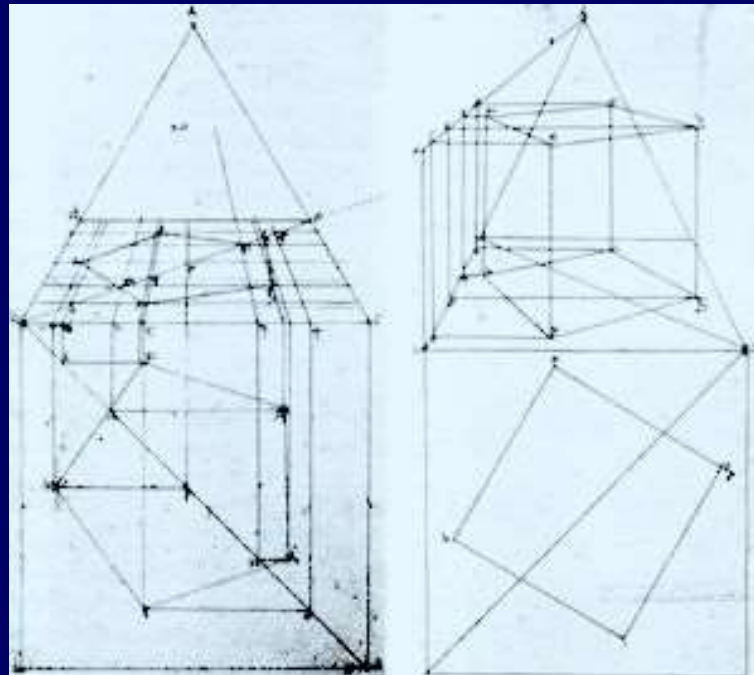
Problemen en oplossing

- De technische uitvoering met glas en touw is behoorlijk onpraktisch.
- Wat te doen als de getekende ruimte niet 'echt' bestaat? Andere methoden zijn nodig!
- Mathematische hulpmiddelen bij perspectief tekenen ontwikkeld in Italië
 - Oudste gedocumenteerd voorbeeld 1425: Brunelleschi.
 - Uitwerking van de Theorie: Alberti, 1436
 - Perfectionering : Piero delle Francesca, 1487
- Zeker niet overal direct overgenomen.
 - Albrecht Dürer (Neurenberg) reist 2 x naar Italië (1494 en 1505), (*Underweysung der Messung mit dem Zirckel und Richtscheyt*, 1525)

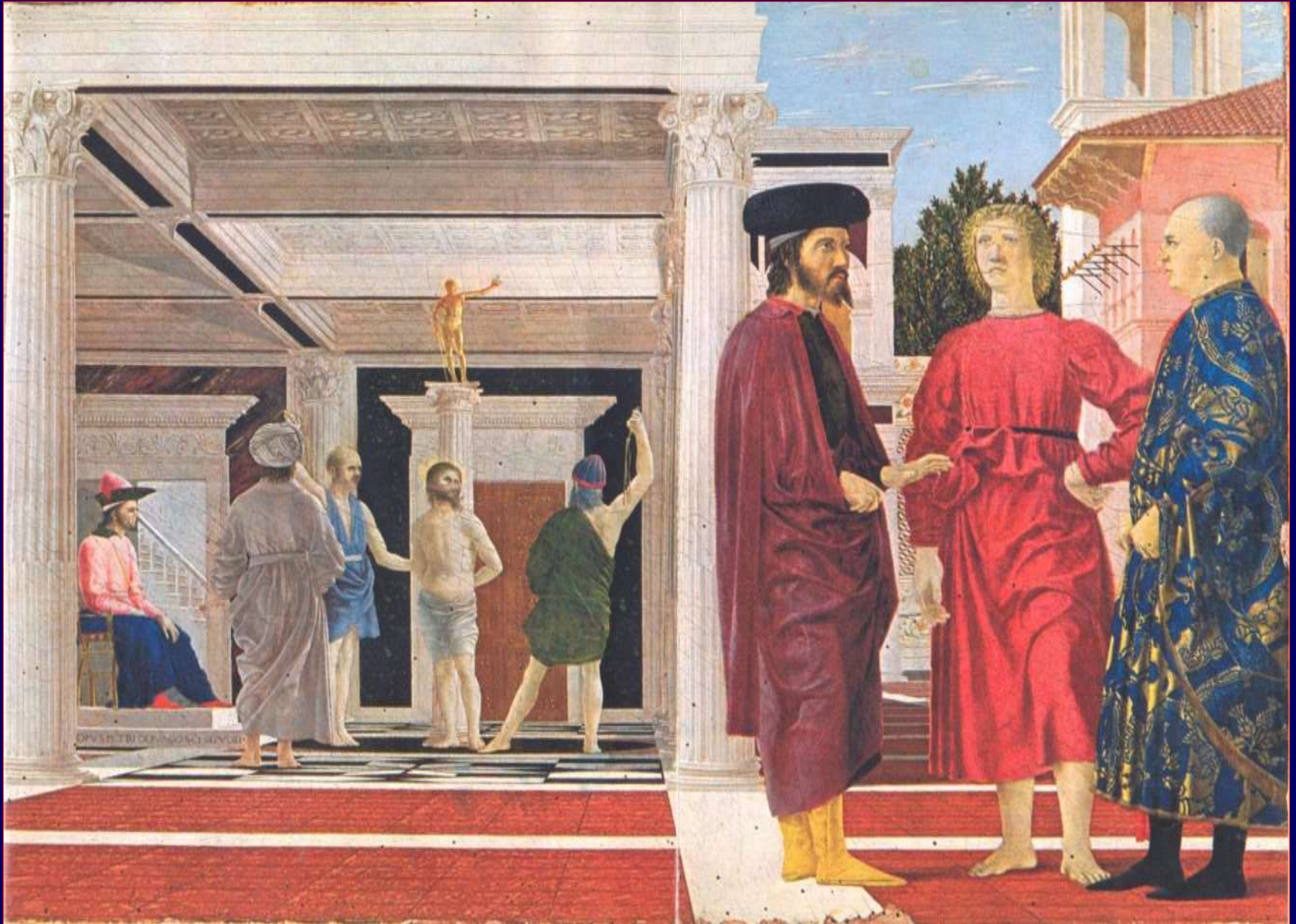
Perfectionering in een wiskundig-logische
beschrijving:

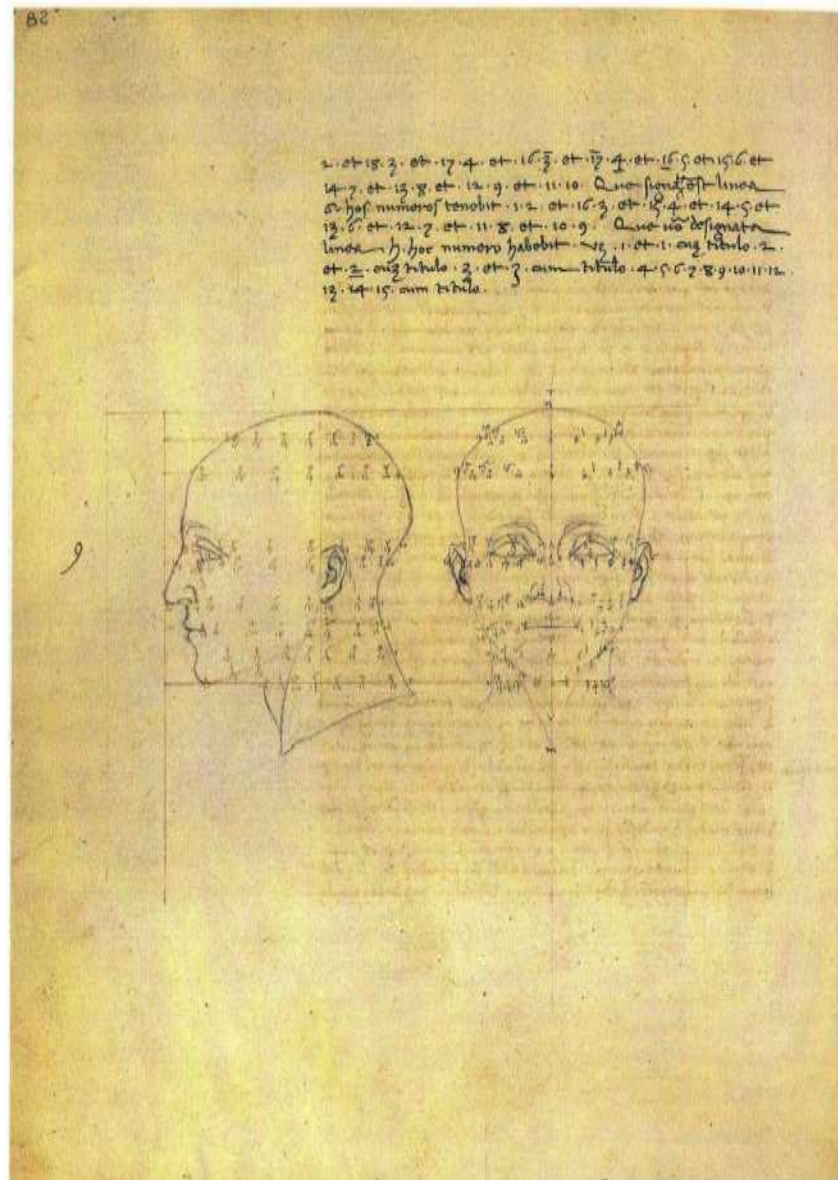
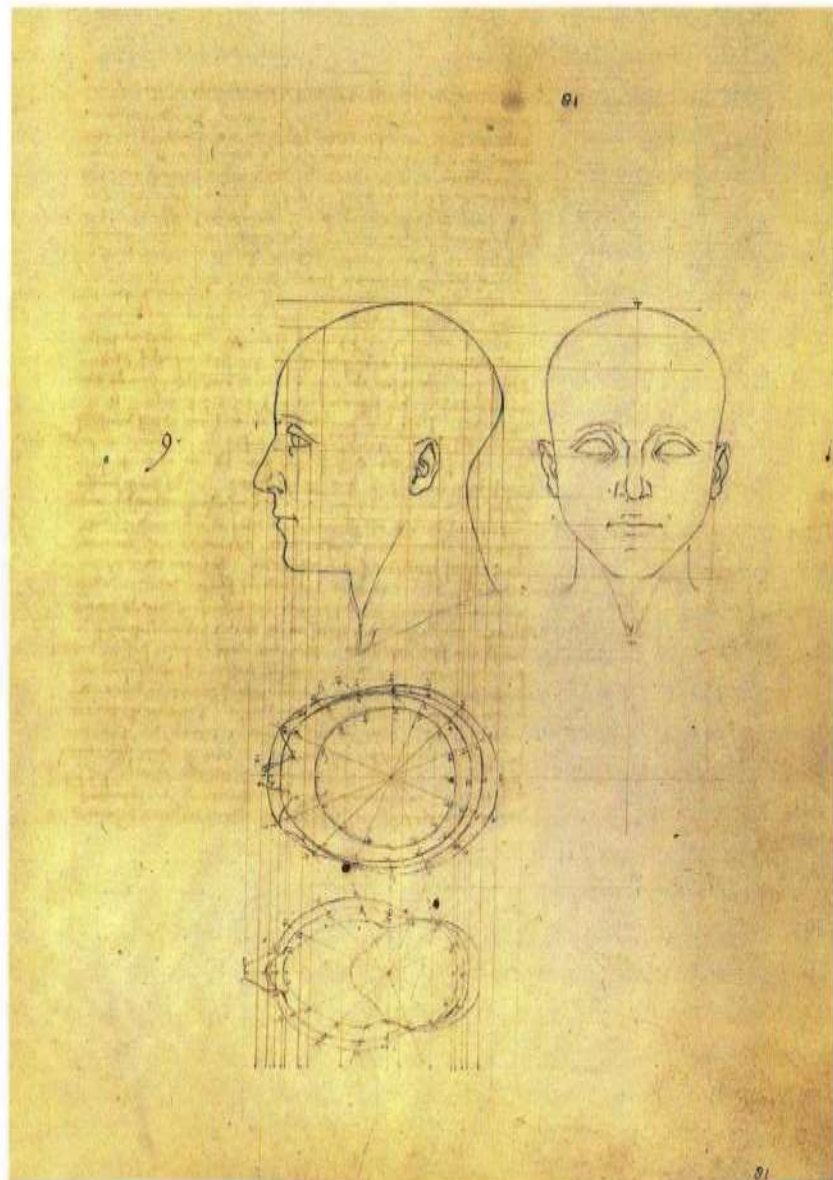
De prospectiva pingendi

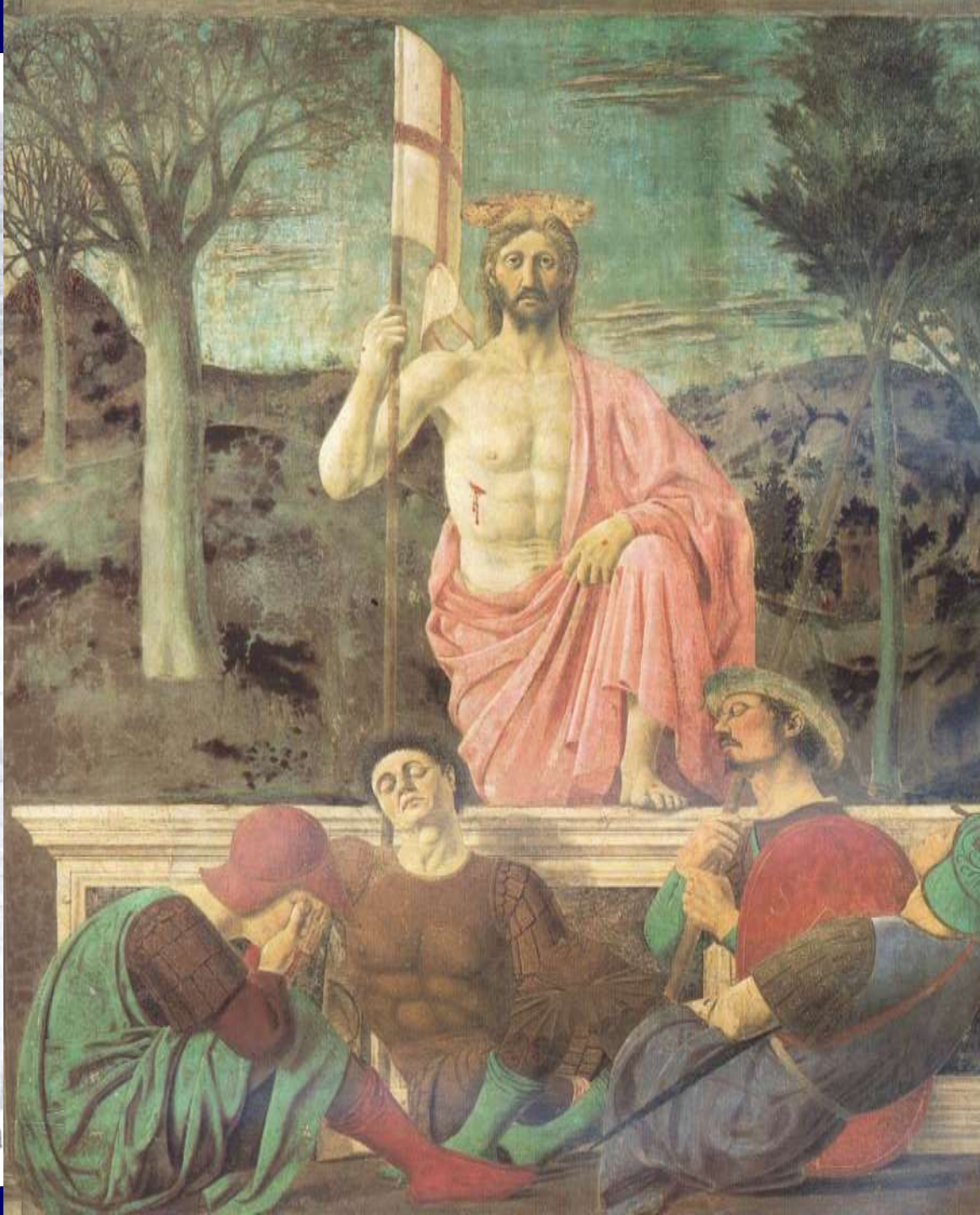
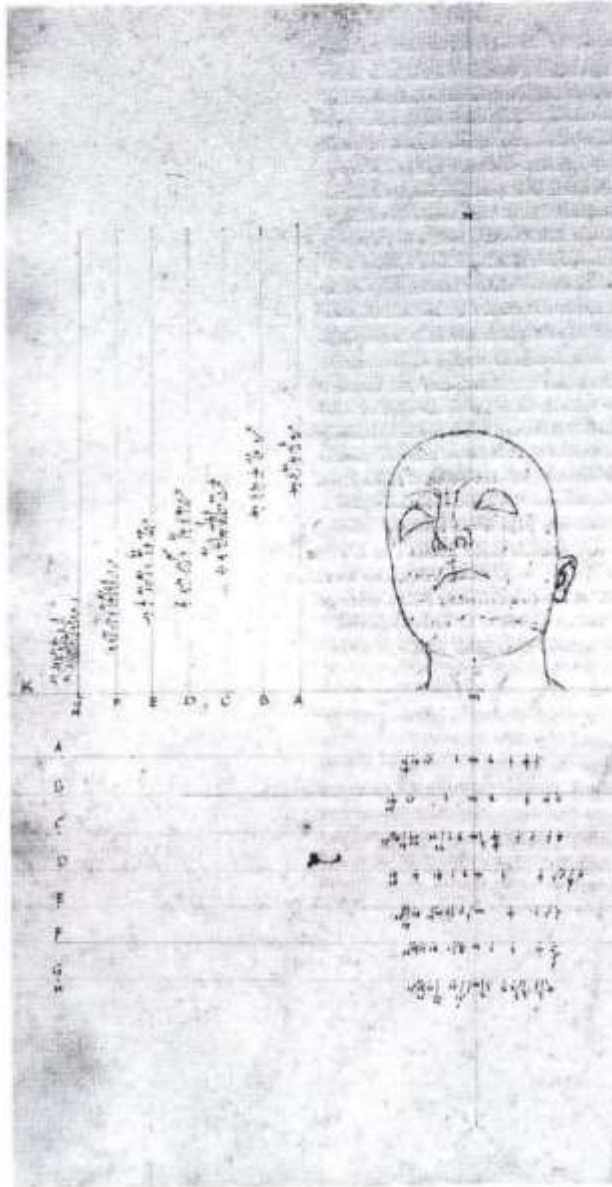
door: Piero Della Francesca (1470)



Piero della Francesca (1456); Geseling







49. Perspective projection of a tilted human head
ca's *De Prospectiva pingendi*.

Perfectionering in een wiskundig-logische
beschrijving:

De prospectiva pingendi

door: Piero Della Francesca (1470)

“... first is sight, that is to say the eye; second is the form of the thing seen; third is the distance from the eye to the thing seen; fourth are the lines which leave the boundaries of the object and come to the eye; fifth is the intersection, which comes between the eye and the thing seen, and on which it is intended to record the object ...”

Dijksterhuis, 1980

"Het is een situatie, die zich in de geschiedenis van de wiskunde herhaaldelijk heeft voorgedaan: wiskundige begrippen worden vaak - men kan bijna wel zeggen: in den regel - reeds lang intuïtief gehanteerd, voordat men ze met volkomen scherpheid kan omschrijven en fundamentele stellingen worden vaak intuïtief ingezien voordat men ze strikt kan bewijzen."



Lineair perspectief ge(mis)bruiken





perspectief ge(mis)bruiken

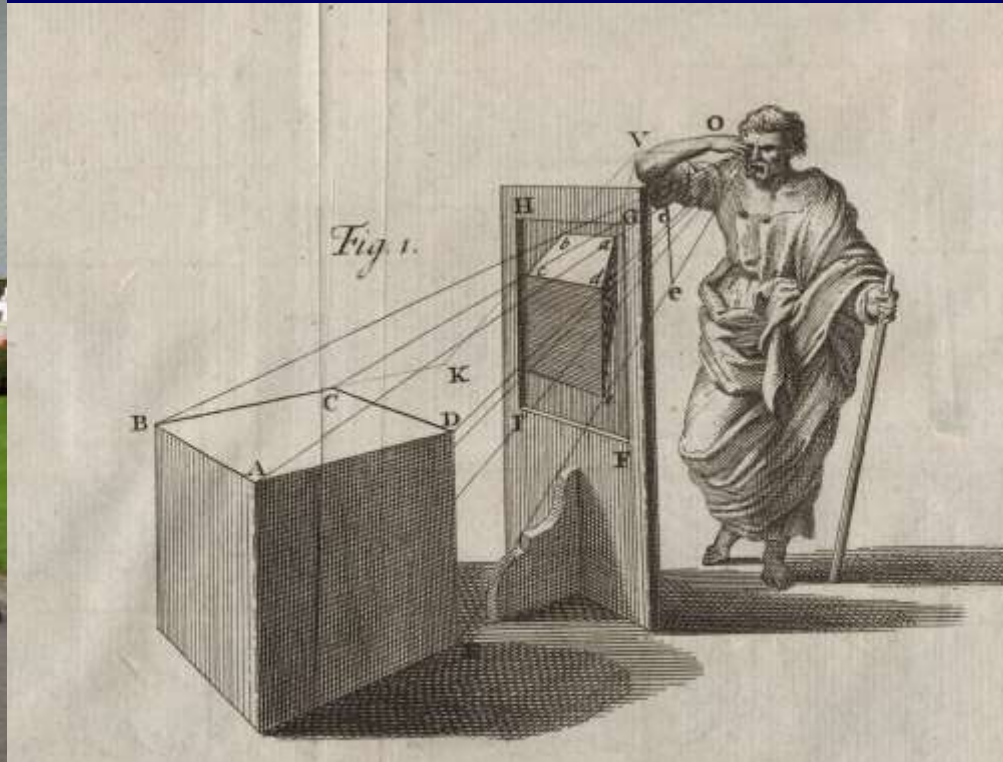
- <https://www.youtube.com/watch?v=biFEN45OX3w>

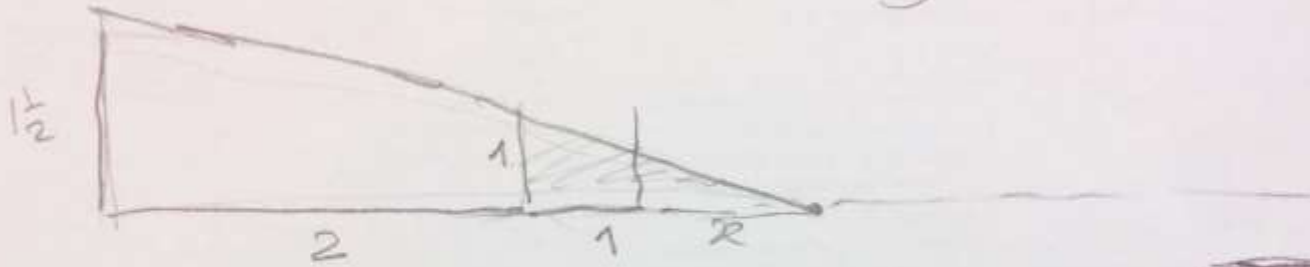


- <https://www.youtube.com/watch?v=7g5s082gAro>
- <https://www.youtube.com/watch?v=TJ1SDXbij8Y>



Def ge(mis)bruiken

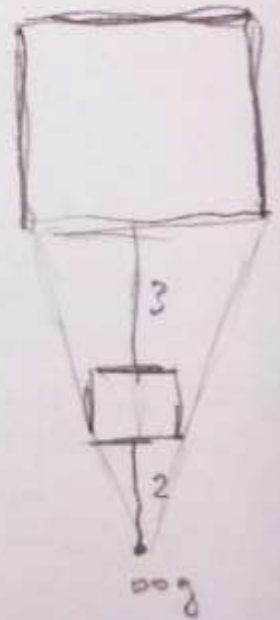




$\frac{1}{2}$	1
$x+3$	$x+1$

$$\underline{x=3}$$

$$x+3 = 1\frac{1}{2} = x+1\frac{1}{2}$$



Perspectief buiten

Vluchtpunten
van horizontale
lijnen: hoe
hoog stond de
fotograaf?





Lopen deze lijnen parallel?



Deze stralen lopen allemaal evenwijdig omhoog naar de zon!

Diepte in een plat vlak

m.doorman@uu.nl

