

Open en Gepersonaliseerd Statistiekonderwijs (OGS)

Deliverable 1.1 – Requirements

Sietske Tacoma, Susanne Tak, Henk Hietbrink en Wouter van Joolingen

Inleiding

Het doel van dit project is om een aantal vrij toegankelijke modules te ontwikkelen voor introducerend statistiekonderwijs, waarmee iedereen zijn of haar statistiekkennis op laagdrempelige en gepersonaliseerde wijze kan aanvullen. Studenten kunnen vanwege de open toegankelijkheid op hun eigen tempo en kosteloos hun kennis vergroten. Specifiek gaan we in dit project in op de behoeften van universitair studenten en docenten, maar de modules zullen breder inzetbaar zijn. Zo kunnen de modules ook dienen als middel voor VWO-scholieren om het statistiekonderwijs alvast te verkennen, of als onderdeel van een open cursus statistiek.

In dit document worden de requirements van de modules uiteen gezet. Deze zijn opgesplitst in algemene requirements, inhoudelijke requirements (keuzes voor de modules, onderwerpen en leerdoelen) en de gebruikersinteractie. Tot slot is in dit document een voorbeeld opgenomen van hoe een module over verdelingen er uit zou kunnen zien.

Tot stand komen van de requirements

Een eerste concept voor de algemene requirements en de indeling in acht modules is tot stand gekomen door overleg binnen het projectteam. Dit eerste concept is voorgelegd aan de referentiegroep, die momenteel bestaat uit acht statistiekdocenten (waaronder één onderwijsdirecteur) van de Universiteit Utrecht. Studenten betrekken bij de referentiegroep bleek in dit stadium nog niet haalbaar. De referentiegroep gaf aan een module over kansen en over verschillende typen variabelen te missen en bang te zijn dat concepten op een te abstract niveau zouden worden behandeld. Deze commentaren zijn meegenomen in de uiteindelijke requirements zoals opgenomen in dit document. De leerdoelen en te behandelen onderwerpen per module zijn tot stand gekomen door intensief overleg tussen drie onderwijsontwikkelaars in het project.

Algemene requirements

- Doel van de verzameling modules is om begrip te ontwikkelen van het gebruik van statistische methoden om conclusies te trekken over data. Dit traject van statistische analyse zal als rode draad door de modules lopen. In eerste instantie is het belangrijk de data goed te bekijken, onder andere door grafische representaties. Vervolgens kunnen betrouwbaarheidsintervallen worden gebruikt om specifiekere conclusies te trekken. Als deze nog niet voldoende houvast leveren, kunnen hypothesetoetsen worden opgesteld en uitgevoerd.
- Elke module legt een basis voor een onderdeel van bovengenoemd traject. De modules zijn behapbaar, wat wil zeggen dat het doorwerken van een module ongeveer een uur mag duren. Dat is een intensief uur, maar daarmee beheerst de gebruiker nog niet de hele stof. De modules geven geen gelegenheid voor uitgebreide verwerking.

- Elke module start met een probleem uit de praktijk, waarvoor met de tot dan toe behandelde concepten nog geen bevredigende oplossing te vinden is. Naar aanleiding hiervan wordt een nieuw concept of theorie geïntroduceerd en uitgewerkt. Aan het eind van de module wordt het probleem uit de inleiding opgelost en mogelijk een nieuw probleem opgeworpen voor de volgende module. In elke module is aandacht voor de plaats van deze module binnen het traject van statistische analyse.
- Concepten worden in de modules altijd in context gebruikt; studenten worden niet geacht te redeneren over de abstracte wiskundige betekenis van de concepten. Er wordt zo veel mogelijk gebruik gemaakt van echte data en contexten uit universitair onderzoek. Hierdoor bieden de modules ook de mogelijkheid om gebruikers kennis te laten maken met het gebruik van statistiek op de universiteit. De keuzes voor verschillende contexten zullen nader worden gespecificeerd in Deliverable 2.1.
- Correlatie en regressie blijven in deze modules buiten beeld. Dat betekent dat als voorbeeldstatistieken alleen centrum- en spreidingsmaten zullen worden gebruikt.

Inhoudelijke requirements

Modules

Er zullen acht modules ontwikkeld worden (hieronder genummerd). Voor elke module zijn voorlopige leerdoelen geformuleerd en is gespecificeerd welke onderwerpen aan bod zullen komen.

1. Kans en typen variabelen

Leerdoelen:

- *Student weet dat met behulp van statistiek voornamelijk uitspraken over kansen worden gedaan*
- *Student kan in context kansen op gegeven gebeurtenissen bepalen en erover redeneren*
- *Student kan in context voorwaardelijke kansen berekenen en erover redeneren*
- *Student kan onderscheid maken tussen afhankelijke en onafhankelijke gebeurtenissen en in context in beide situaties kansen hierop berekenen*
- *Student kent begrippen afhankelijke en onafhankelijke variabele*
- *Student kan verschillende typen en subtypen variabelen onderscheiden*

De volgende onderwerpen komen aan bod:

- Introductie rol van kans in statistiek
- Gebeurtenissen en kansen
- Voorwaardelijke kansen
- Afhankelijke en onafhankelijke gebeurtenissen
- Afhankelijke en onafhankelijke variabelen
- Typen variabelen: categorisch (onder andere ordinaal), continu (onder andere interval en ratio) en discreet

2. Centrummaten en spreidingsmaten

Leerdoelen:

- *Student weet dat frequentieverdeling een weergave van data is*

- *Student kent en begrijpt verschillende visuele representaties van data, zoals staafdiagram en boxplot*
- *Student kent verschillende centrum- en spreidingsmaten en begrijpt in welke mate deze maten wel/niet beïnvloed worden door 'abnormaliteiten', zoals uitschieters*
- *Student kent op informeel niveau verschillende typen verdelingen en kan de verschillende centrum- en spreidingsmaten aanwijzen in grafische weergaven van de verdelingen.*

De volgende onderwerpen komen aan bod:

- Representaties van data (boxplot, staafdiagrammen, dotplot)
- Centrummaten: Gemiddelde, mediaan, modus
- Spreidingsmaten: onder andere standaarddeviatie
- Invloed van extreme waarden op centrum- en spreidingsmaten
- Nut/zeggingskracht van verschillende centrum- en spreidingsmaten in verschillende typen frequentieverdelingen

3. Verdelingen

Leerdoelen:

- *Student weet wat klassenbreedte is en hoe de klassenbreedte invloed heeft op de grafische representatie van de data (en niet op de data zelf)*
- *Student kent het verschil tussen absolute en relatieve frequentieverdeling*
- *Student kent begrip kansverdeling en begrijpt overeenkomsten en verschillen met frequentieverdeling*
- *Student kent betekenis hoogte staven (in frequentieverdeling) en oppervlakte (in kansverdeling)*
- *Student kent voorbeelden van regelmatig voorkomende typen verdelingen*

De volgende onderwerpen komen aan bod:

- Klassenindelingen
- Frequentiediagrammen (absoluut en relatief)
- Aflezen (cumulatief) percentage in relatief frequentiediagram
- Kansverdeling, interpretatie oppervlak onder (deel van) kansverdeling
- Verschillen en overeenkomsten frequentiediagram en kansverdeling
- Verbanden met beschrijvende statistiek (gemiddelde, mediaan, modus)
- Verschillende soorten verdelingen (linksscheef, rechtsscheef, tweetoppig, uniform, normaal, willekeurig)

4. Normale verdeling

Leerdoelen:

- *Student weet dat (een benadering van) de normale verdeling een van nature veel voorkomende verdeling is*
- *De student weet dat de normale verdeling symmetrisch is om het gemiddelde, de modus en de mediaan*
- *De student weet dat bij gegeven gemiddelde en standaardafwijking de hele verdeling vastligt*
- *Student kent algemene methoden (bijvoorbeeld de 68-95-99.7% regel) om te controleren of data normaal verdeeld zijn en kan deze methoden toepassen*
- *Student kan een normale verdeling transformeren naar een standaardnormale verdeling*
- *Student kent voorbeelden van variabelen die normaal verdeeld zijn*

De volgende onderwerpen komen aan bod:

- Normale verdeling
- Voorbeelden van variabelen die normaal verdeeld zijn
- Eigenschappen van normale verdeling:
 - o gemiddelde = mediaan = modus
 - o 68-95-99.7% regel
- Controle of data normaal verdeeld is
 - o Bovengenoemde eigenschappen normale verdeling
 - o Q-Q plot
- Conversie van normaal naar standaardnormaal

5. Steekproeven

Leerdoelen:

- *Student begrijpt waarom steekproeven noodzakelijk zijn*
- *Student kan representativiteit van een steekproef beoordelen*
- *Student begrijpt hoe steekproefstatistieken (schattingen) zich verhouden tot populatieparameters (centrum- en spreidingsmaten).*
- *Student begrijpt het effect van steekproefgrootte op de nauwkeurigheid van de schatters van de populatieparameters*
- *Student weet dat bij voldoende grote steekproef het steekproefgemiddelde bij benadering normaal verdeeld is, ook bij niet normaal verdeelde populaties*

De volgende onderwerpen komen aan bod:

- Reden van het doen van een steekproef
- Steekproefrepresentativiteit
- Verschillen en overeenkomsten steekproef en populatie
- Invloed van steekproefgrootte
- (Informeel): centrale limietstelling
- Standaardfout van het gemiddelde

6. Uitspraken over data

Leerdoelen:

- *Student weet dat steekproefstatistieken als schatter van populatieparameters worden gebruikt*
- *Student begrijpt dat schatting van populatieparameters gepaard gaat met onzekerheid*
- *Student kan voor verschillende typen variabelen en al dan niet bekende standaarddeviatie in de populatie betrouwbaarheidsintervallen berekenen*
- *Student weet welke conclusies op basis van betrouwbaarheidsintervallen kunnen worden getrokken*

De volgende onderwerpen komen aan bod:

- Steekproefstatistieken als schatters voor populatieparameters
- n-1 correctie
- Logica van betrouwbaarheidsintervallen
- Nuances rond betrouwbaarheidsintervallen
- Formules voor betrouwbaarheidsintervallen in diverse situaties
- Conclusies op basis van betrouwbaarheidsintervallen

7. Logica achter het toetsen

Leerdoelen:

- *Student kan bij gegeven onderzoeksvraag een toetsbare nulhypothese en alternatieve hypothese opstellen*
- *Student begrijpt de logica achter frequentistisch hypotheses-toetsen (toetsen nulhypothese)*
- *Student begrijpt de nuances rondom het al dan niet verwerpen van de nulhypothese*
- *Student begrijpt wat type-I en type-II-fouten zijn*
- *Student kent de rol van alpha en p-waarden bij het toetsen van hypotheses*
- *Student kan p-waarden interpreteren en begrijpt de rol van alpha hierbij*
- *Student kent de begrippen effectgrootte en power*

De volgende onderwerpen komen aan bod:

- Opstellen hypotheses
- Verzamelen data en uitrekenen van een steekproefstatistiek zoals het gemiddelde
- Type I en type II fouten
- "Regels" voor al dan niet verwerpen van de nulhypothese
- Effectgrootte
- Power
- Alpha
- p-waarde

8. Z-toets en t-toets

Leerdoelen:

- *Student begrijpt de aannames over de data bij het gebruik van een z- of t-toets*
- *Student kan een z-toets uitvoeren en de resultaten interpreteren*
- *Student kan een (on)afhankelijke t-toets uitvoeren en de resultaten interpreteren*
- *Student kan in een gegeven context een weloverwogen keuze maken tussen een z-toets en een t-toets*
- *Student kan in een gegeven context een weloverwogen keuze maken tussen een onafhankelijke en een afhankelijke t-toets*
- *Student heeft een informeel begrip van vrijheidsgraden (df)*
- *Student begrijpt welke conclusies je wel en niet kunt trekken op basis van de resultaten van een z- en t-toets*

De volgende onderwerpen komen aan bod:

- Verband met de 68-95-99.7% regel
- Z-toets
- T-toets (onafhankelijk en afhankelijk)
- Aannames z-toets en t-toets (normale data, steekproevenwaarden onafhankelijk)
- Vrijheidsgraden
- Interpretatie p-waarde
- Verband tussen p-waarde en alpha
- Conclusies trekken op basis van toetsresultaten

Gebruikersinteractie

De modules worden geïmplementeerd in de Digitale Wiskunde Omgeving (DWO). Dit is een online leeromgeving die de mogelijkheid biedt om alle aspecten van statistiekonderwijs (theorie, instructie, verwerking, feedback en toetsing) geïntegreerd aan te bieden. Binnen dit project is het de intentie om zo veel mogelijk, mits aansluitend op de leerdoelen, gebruik te maken van de *interactieve* mogelijkheden (o.a. simulaties en interactieve visualisaties) die de DWO biedt.

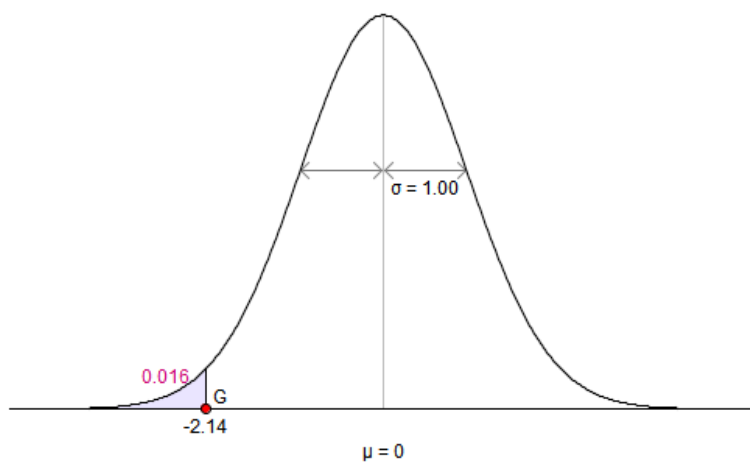
Voorbeeld 1

Grens G =

Kans links = 0,016

Kijk na

Zoek de linkergrens G van het interval zodat de kans op een waarde $<G$ 0,05 is.



Figuur 1: DWO-component Normale verdeling

Een voorbeeld hiervan is te zien in figuur 1. De getoonde DWO-component biedt gebruikers de mogelijkheid te oefenen met de normale verdeling. De auteur kan met deze tool een aantal gegevens beschikbaar stellen aan de student, met als opdracht om de ontbrekende gegevens te berekenen. Alle varianten zijn mogelijk: er kan gevraagd worden om een kans te berekenen, gegeven het gemiddelde, de standaardafwijking en de grenzen van het interval, maar er kan ook gevraagd worden juist één van de grenzen te bepalen bij een gegeven kans.

In plaats van als opdracht kan deze tool ook als hulpmiddel worden ingezet, waarin alle gegevens beschikbaar zijn voor de student. Een student kan dan bijvoorbeeld de gegevens uit een context in het model verwerken en met behulp van de tool een gezochte kans bepalen.

In de modules zal gebruik worden gemaakt van de verschillende manieren die de DWO biedt voor het invoeren van antwoorden, waaronder formules, grafieken, tekst en multiple-choice. Ook de ruimte die de DWO biedt voor het invoeren van tussenstappen zal in de modules worden benut. Een voorbeeld van verschillende mogelijkheden voor invoer is te zien in figuur 2. Links zijn eenvoudige invulvelden te zien, in het popup-scherm rechts is een sleepopdracht gegeven en

rechtsonder kan een student een uitwerking geven met meerdere tussenstappen.

The screenshot shows a web browser window with the URL `ws.fisme.science.uu.nl/dwo/`. The page title is "Opgave economie-tentamen". The main content area is titled "DVD price" and contains the following text:

For a random sample of 100 DVDs the average price is equal to 12.5 euros (the sample mean) and the sample variance is equal to 4. You may assume that the price of a DVD is normally distributed.

Use the information obtained from the random sample to construct a 90% confidence interval for the population mean of 'price of a DVD'.

On the left, there is a "Variables" table with input fields for α , μ , n , s , σ , \bar{X} , t , and z . The "Tables" section shows buttons for z , t , F , and χ^2 . A yellow warning box points to the s input field, stating: "Caution: the variance, s^2 , is equal to 4, but in the formula we need s ."

The main problem asks for a 90% confidence interval. The student's solution shows the formula: $12,5 - 1,645 \cdot \frac{2}{\sqrt{100}} < \mu < 12,5 + 1,645 \cdot 0,2$. A feedback box titled "Complete the formula:" shows the correct formula structure: $\bar{X} \pm z_{n,\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$.

Figuur 2: Voorbeeld van een DWO-pagina met verschillende interactietypen en feedback

Naast verschillende invoermogelijkheden geeft figuur 2 ook een beeld van de verschillende feedbackmogelijkheden in de DWO. Feedback is mogelijk op iedere stap van het oplossingstraject. Feedback in de DWO kan bestaan uit uitleg over een gemaakte fout, rapportage van veelgemaakte fouten, hints voor vervolgstappen en het tonen van uitwerkingen. In figuur 2 geeft het gele blokje feedback bij de foute waarde die is ingevuld voor de standaardafwijking s . Rechtsonder is te zien dat de tussenstap in de berekening goed gerekend is en de student de gelegenheid krijgt om een volgende tussenstap te maken. In de te ontwikkelen modules wordt zo veel mogelijk gebruik gemaakt van de feedbackmogelijkheden die de DWO biedt.

Conceptontwerp module 'Verdelingen'

In deze sectie is een conceptontwerp voor de module Verdelingen verder uitgewerkt. In dit voorbeeld staan nog geen opgaven of uitleg voor de studenten; het laat de mogelijke opbouw van de module zien zonder gedetailleerde invulling.

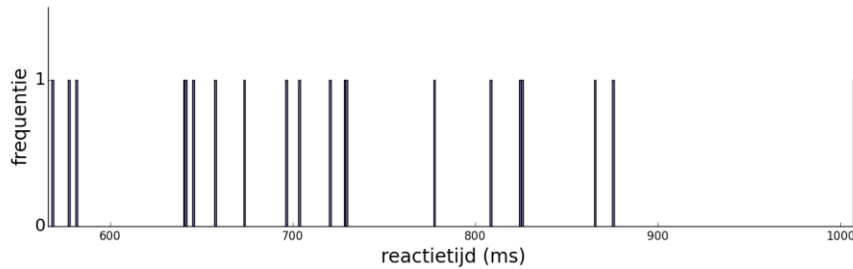
De leerdoelen voor de module Verdelingen zijn:

- *Student weet wat klassenbreedte is en hoe de klassenbreedte invloed heeft op de grafische representatie van de data (en niet op de data zelf)*
- *Student kent het verschil tussen absolute en relatieve frequentieverdeling*

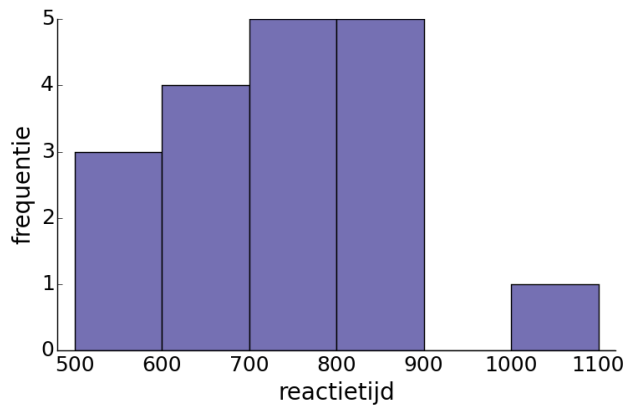
- Student kent begrip kansverdeling en begrijpt overeenkomsten en verschillen met frequentieverdeling
- Student kent betekenis hoogte staven (in frequentieverdeling) en oppervlakte (in kansverdeling)
- Student kent voorbeelden van regelmatig voorkomende typen verdelingen

Dit zou als volgt geïmplementeerd kunnen worden:

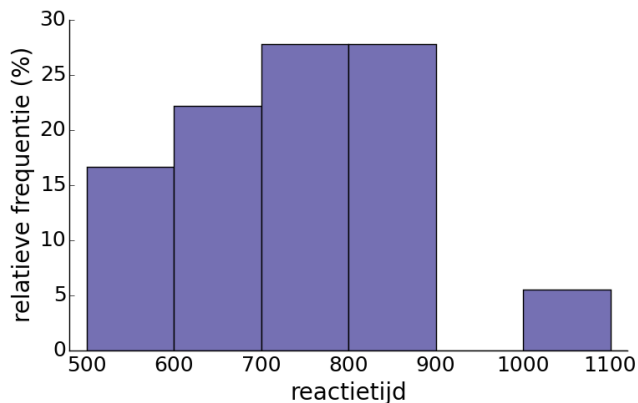
1. Laat de student kennis maken met waarom het indelen van je gegevens in klassen nuttig is.



2. Introduceer absolute frequentieverdeling

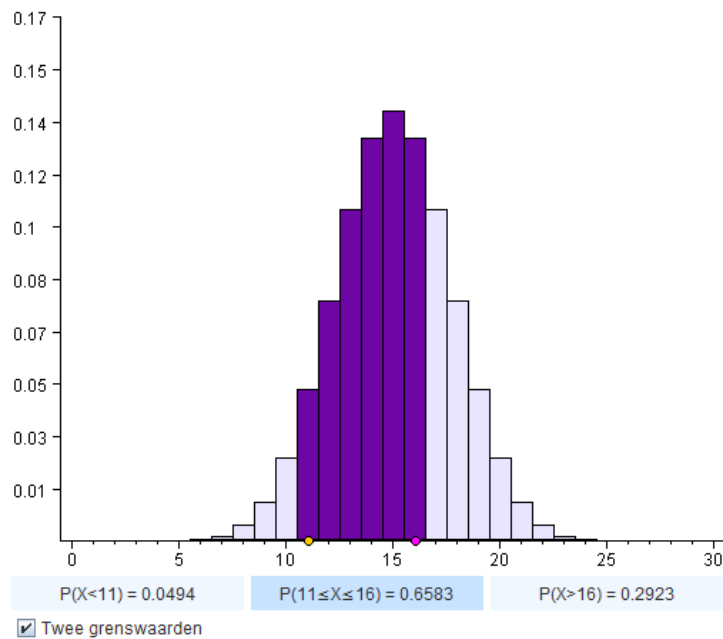


3. Introduceer relatieve frequentieverdeling

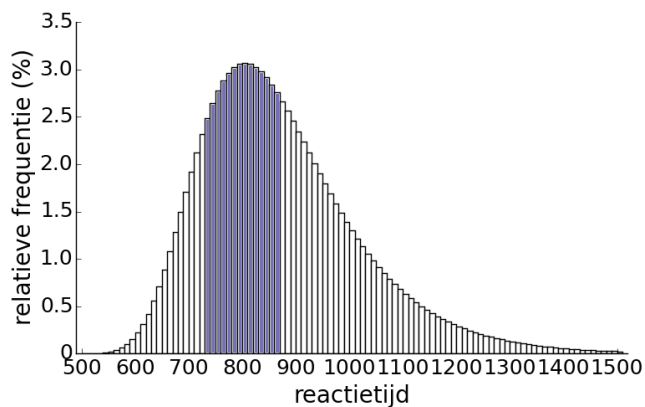


4. Laat de student interactief oefenen met het maken van een (sub)selectie van klassen, en hoe je aan de hand daarvan de kans op waarden binnen

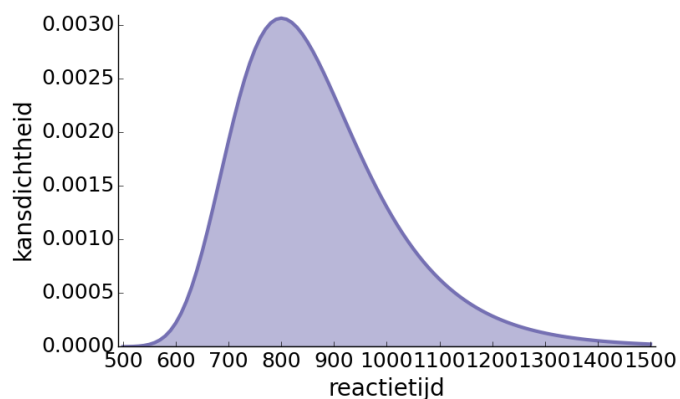
het gehele interval kunt aflezen (voorbeeld uit de DWO)



5. Maak de klassen steeds kleiner

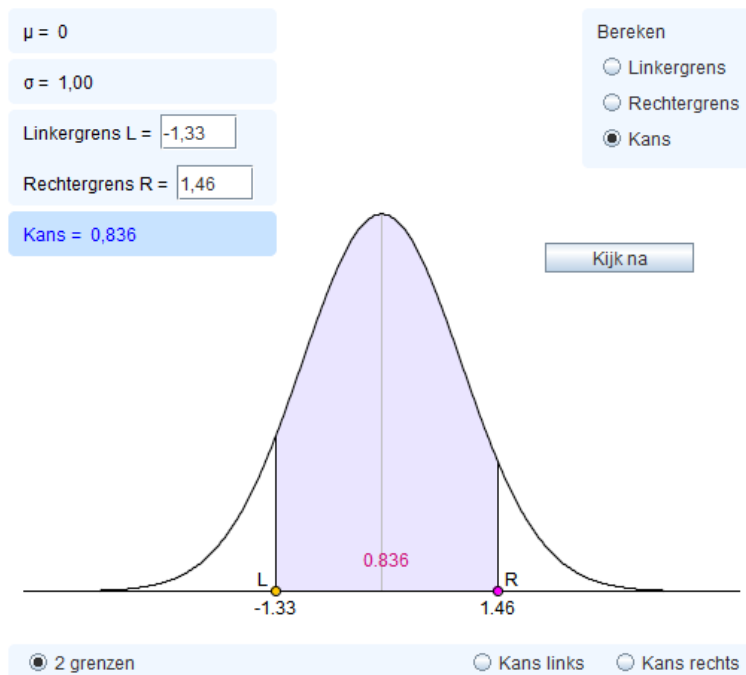


6. Maak overgang van frequentieverdeling naar kansverdeling

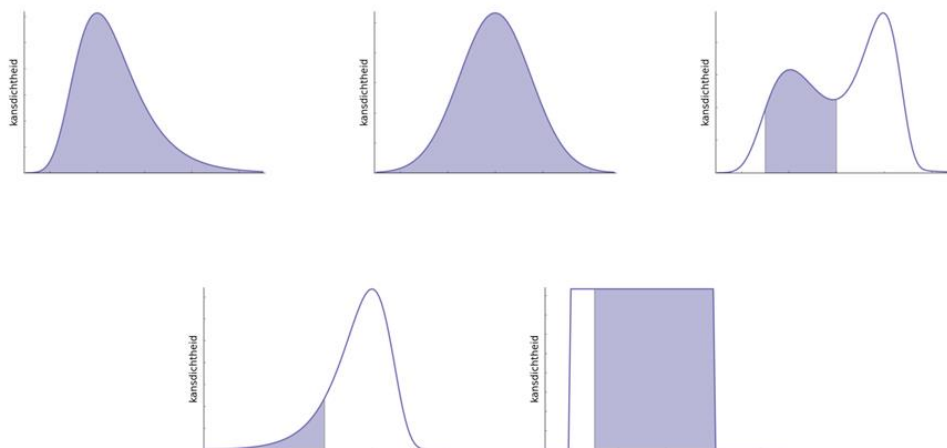


7. Laat de student interactief oefenen met het selecteren van een oppervlak onder de kansverdeling, en hoe je aan de hand daarvan de kans op

waarden binnen het gehele interval kunt aflezen (voorbeeld uit de DWO)



8. Behandel de verschillen en de overeenkomsten tussen frequentieverdelingen en kansverdelingen
9. Leg het verband met beschrijvende statistiek (module 1)
10. Laat de student interactief oefenen met (de oppervlaktes onder) verschillende typen verdelingen



Conclusie

In dit document hebben we algemene requirements, inhoudelijke requirements en eisen aan de gebruikersinteractie beschreven voor de in dit project te ontwikkelen statistiekmodules. Deze requirements bieden een startpunt voor het verder uitwerken van de verschillende modules. In eerste instantie zal dit leiden tot een werkend prototype van één van de modules, samen met een lijst van te gebruiken contexten en te ontwikkelen tools voor alle modules (Deliverable 2.1). Het ontwikkelde prototype zal vervolgens als basis dienen voor het ontwikkelen van de overige modules.