

Voorwoord

Welkom bij de jubileum editie van de NWD.

In 1995 organiseerde het Freudenthal Instituut de eerste Wiskunde Dagen. Hoewel er veel veranderende in de afgelopen 25 jaar, bleven gelukkig de pijlers van de Wiskunde Dagen overeind: inspireren met creatieve wiskunde en mooie toepassingen. Wij hopen hier nog jaren mee door te kunnen gaan en zijn blij met onze deskundige en enthousiaste programmacommissie, die elk jaar weer nieuwe, briljante ideeën heeft.

Voor deze 25e verjaardag hebben we een selectie gemaakt uit onze ‘gouwe ouwe’. Sprekers en lezingen die in de evaluatie grote waardering kregen, hebben we speciaal voor deze gelegenheid nogmaals uitgenodigd. Een voorbeeld hiervan is Ionica Smeets en Jan Beuving, die ons op vrijdagavond als gelegenheidsduo verrassen met geestige teksten en bijzondere wiskunde anekdotes.

De openingslezing wordt verzorgd door Sjoerd Verduijn Lunel, lid van Platform Wiskunde Nederland en hoogleraar aan de Universiteit Utrecht. Hij zal ingaan op de toepassing van wiskundige technieken in de analyse van medische gegevens. Op zaterdag volgt een variëteit aan plenaire voorstellingen. Eerst een Lecture performance van Tom Verhoef en Roos van Berkel. Zij maken een combinatie van wiskunde, dans en geluid. Aansluitend een optreden op veler verzoek van Matt Parker. We kennen Matt van zijn bijdragen aan het YouTube-kanaal Numberphile. Om te zorgen dat er met al die plenaire bijeenkomsten voldoende ruimte is voor eigen denkactiviteit, hebben we op de zaterdagochtend de mogelijkheid gecreëerd voor extra workshops.

Naast plenaire lezingen zijn ook dit jaar weer mooie thema's die de reikwijdte van de wiskunde illustreren. Zoals wiskunde in combinatie met muziek, de maan en DNA tot meer bekende thema's als getallen en denken door doen. Het Cito heeft vanwege haar 50-jarig bestaan ook een scala aan bijdragen. Wij wensen u veel succes bij het kiezen!

Gedurende de dagen is er volop gelegenheid om in gesprek te komen met collega's, maar ook om de eigen wiskundige kennis te beproeven in de Wisquiz, MathsJam of bij de spellen op vrijdagavond. Dit keer aangevuld met feestelijke elementen ter gelegenheid van het 25 – jarig bestaan.

Wij wensen u veel plezier bij de voorbereiding en zien u graag uitgerust en vol energie op 1 en 2 februari in Veldhoven.

Joke Daemen
Saskia Klaasing
Mariozee Wintermans

Organisatorische mededelingen

De Nationale Wiskunde Dagen worden gehouden in NH Koningshof Hotel, Locht 117, 5504 RM te Veldhoven. Alle activiteiten vinden plaats onder één dak. U bent welkom op vrijdagochtend 1 februari 2019 vanaf 9:00 uur. Bij aankomst kunt u uw bagage kwijt in de daartoe aangewezen bagagekamers of in de bagagelockers. Vanaf de lunch kunt u de sleutel van uw kamer ophalen bij de receptie van NH Koningshof.

OV naar NH Eindhoven Koningshof

NH Eindhoven Koningshof bevindt zich in een buitenwijk van Veldhoven. Met de bus bent u binnen 15 minuten vanaf Eindhoven CS bij de conferentielocatie

Inschrijving werkgroepen

Voor alle parallelessies kunt u zich van tevoren inschrijven via een link die u ontvangt van ons in de mail. De voorintekeningen worden in volgorde van binnenkomst verwerkt. Let op: vol=vol. Voorintekenen kan tot en met woensdag 23 januari. Op uw badge, kunt u zien of u geplaatst bent in de sessie van uw keuze. Ter plekke kunt u nog inschrijven via het aanmeldsysteem.

Lezingen en zalen

De NWD vindt plaats in de groene, rode en blauwe zone van het hotel. Alle plenaire lezingen zijn in de grote Beneluxzaal. De zaalindeling van de parallelessies wordt ter plekke bekend gemaakt. Zie de plattegrond achterin dit boekje.

Secretariaat

Het secretariaat van de NWD bevindt zich in de foyer bij de Brabantzaal. Het secretariaat is gedurende de conferentie vrijwel continu open en u kunt er met al uw vragen en opmerkingen terecht.

Overige activiteiten

In verschillende zalen en op de gangen is een informatiemarkt met stands van instanties die zich op één of andere wijze met wiskunde of wiskundeonderwijs bezighouden. Het vrijdagavondprogramma speelt zich voor het merendeel af rondom de Brabantzaal en in de blauwe en groene zone. Daar kunt u muziek luisteren, spellen spelen, quizen, mee doen met de MathsJam of een film kijken. U ontvangt ter plekke een actueel overzicht met de locaties. U kunt vanaf 17:00 munten kopen voor drankjes 's avonds en bij het diner. Let op, er is geen pinautomaat in de Koningshof. Ontbijt vindt plaats in de restaurants in het hotel. De lunches en diner vinden de Kempenzaal en Diezezaal.

Programmaoverzicht NWD 25

Het detailschema van de parallelsessies kunt u vinden op de binnenpagina's van dit boekje. Het globale schema van de NWD is als volgt: er zijn vier plenaire lezingen en drie blokken parallelsessies. Blok 2 en 3 zijn voornamelijk gereserveerd voor werkgroepen van 75- 90 minuten.

Als voor het volgen van een sessie gevorderde wiskundige kennis nodig is uit de bovenbouw van het voortgezet onderwijs (differentiaalrekening, analytische meetkunde...), dan staat het hiernaast afgebeelde icoon bij de beschrijving.



vrijdag 1 februari 2019

11:00 uur	opening
11:30 uur	plenaire lezing: Sjoerd Verduyn Lunel
12:30 uur	lunch
13.45 – 14:30/14:45 uur	blok 1
15:15 – 16:45 uur	blok 2
16:45 – 18:00 uur	borrel
18:00 uur	gezamenlijk diner
20:30 – 21:30 uur	Ionica Smeets en Jan Beuving
21:30 – 0:30 uur	avondprogramma

3

zaterdag 2 februari 2019

7:00 uur	funrun
7:30 – 9:00 uur	ontbijt
9:00/9.15 – 10:00/10.30 uur	blok 3
11:00 – 11:45 uur	Lecture performance van Roos van Berkel en Tom Verhoeff
12:15 – 13:00 uur	plenaire lezing: Matt Parker
13:00 uur	sluiting
13:30 uur	lunch

Overzicht thema's

De meeste lezingen en workshops op de NWD vallen binnen een bepaald thema. In het programmaboekje is elk thema gemarkeerd met een symbooltje, zodat u binnen de tijdsblokken de thema's makkelijk kunt herkennen. Maar ook buiten de thema's valt genoeg te beleven! Hieronder vindt u de verklaring van de verschillende symbolen en een omschrijving van de thema's.

2
3
1|

Allemaal Getallen

“Getallen” zijn er binnen de wiskunde in vele soorten en maten: irrationaal, negatief, complex, etc. In dit thema kijken we naar een paar verrassende nieuwe ontwikkelingen over getallen. Waarom was er een fase in de geschiedenis waar imaginaire getallen meer geaccepteerd werden dan negatieve getallen? In een workshop hierover verplaatsen we ons in gedachten naar andere tijden. Mooie getallen ontstaan door reeksen te sommeren. Euler berekende de sommen

$$1 + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \dots$$

voor even k in termen van π en rationale getallen, maar wat voor soort getal is deze som voor oneven k ? Er is zelfs een wiskundig consistente theorie over de waarde voor $k=-1$, door “sommeren van een divergente reeks”. Een ander mooi voorbeeld van een reeks ontstaat door volgend meetkundig probleem: als we een cirkel opvullen met elkaar rakende cirkels met gehele getallen als kromming, wat is dan de (oneindige) rij van dergelijke krommingen? In de afgelopen jaren waren hierover een aantal doorbraken te melden.

4



DNA: bouwsteen, forensisch bewijs en opslagmedium

DNA stelt bijzonder veel wiskundige uitdagingen, zowel meetkundig, combinatorisch als statistisch. Hoe zit DNA meetkundig in mekaar? Hoe kunnen we er, met nieuwe technieken als CRISP-CRISPR in “knippen”, er mee bouwen, of er zelfs data in opslaan? Een kubieke millimeter vol DNA kan een exabyte data bevatten, en inderdaad zijn al hele films en bitcoins in DNA opgeslagen. Kunnen we op basis van DNA-analyse de beste medicijnen kiezen voor een individuele patiënt? Wat betekent “DNA-bewijs” als er allemaal DNA door mekaar gehusseld zit? Leer er meer over in dit thema.



Wiskunde en muziek

Er zijn allerlei aspecten aan muziek die je wiskundig kunt benaderen. Hoe een toon is opgebouwd uit grondtonen bijvoorbeeld. Maar er is ook van alles te ontdekken in muziekstukken, want musici maken gebruik van allerlei patronen en symmetrieën als ze een muziekstuk componeren, denk aan verschuivingen, spiegelingen, draaiingen, ... Er zijn ook onderzoekers die wiskundige modellen gebruiken om zoveel mogelijk patronen te herkennen in muziek. Dat is een deel van het vakgebied Music Information Retrieval. Interessante voorbeelden van hoe je een passie voor wiskunde met die voor muziek kunt combineren!



Multiculturele wiskunde

We weten allemaal wel dat wiskunde niet alleen een westerse uitvinding is, maar dat in diverse culturen, ook vaak eerder dan in het westen, allerlei belangrijke wiskunde ontwikkeld is. Toch zien we die multiculturele wortels van de wiskunde in de schoolboeken vaak niet zo duidelijk terug. In de huidige samenleving, zeker in de grote steden, is het belangrijk dat ook wiskundedocenten een aantal mooie voorbeelden en rolmodellen bij de hand hebben om die multiculturele wortels van de wiskunde te illustreren. Daarnaast brengen leerlingen met diverse culturele achtergronden ook diverse gebruiken, leerstijlen en kennis de klas in. Hoe ga je daar als wiskundedocent mee om, en hoe kun je die diversiteit in je eigen lespraktijk benutten?

In dit thema kunnen we zowel die multiculturele achtergrond van de wiskunde, als aspecten van inclusief en multicultureel wiskunde-onderwijs een plek krijgen.

Drie van de bijdragen zijn gebaseerd op de ervaringen uit het Europese project

IncluSMe: Intercultural learning in mathematics and science initial teacher education.



Problemen oplossen

Wiskundigen kicken op problemen, want ze vinden het heerlijk om na een potje mentaal worstelen een oplossing te vinden, zelfs als dat, zoals bij Andrew Wiles, zeven jaar duurt. Polya, Schoenfeld en anderen onderzochten hoe je je probleemoplossend vermogen kunt ontwikkelen. TRIZ is een probleemaanpak uit het bedrijfsleven gebaseerd op logica, en systematisch stappen zetten. Is TRIZ toepasbaar in de wiskunde en het wiskundeonderwijs? Bij TNO werken ze aan “privacy preserving computations”. Kun je rekenen met data en tegelijkertijd privacywetten en -wensen respecteren? NWD-bezoekers kunnen alvast worstelen met één probleem: Wat ga je kiezen uit dit rijke aanbod van boeiende presentaties?

5



Denken door doen

In dit thema zal er in de workshops soms een kleine inleiding worden gegeven, maar in het algemeen zal er in groepjes gewerkt worden aan verschillende opdrachten met allerlei materialen. Er zullen puzzels en spelletjes gedaan worden waar een wiskundige oplossing voor een juiste strategie ontdekt moet worden. Ook zal er gekeken worden wat er voor bijzonders in verschillende Platonische lichamen te zien is. Voor de onderbouw zal men constructies van kegelsneden met rekenbewerkingen in kleuren leren maken. Liefhebbers van de fraaie sangaku's kunnen er een aantal proberen op te lossen. Draaiende cirkels in en om andere cirkels geven aanleiding tot zoeken naar wiskundige verklaringen. Bijzondere dingen die we dagelijks waarnemen met de zon en de schaduwen die daardoor ontstaan worden bestudeerd. Kalenders en tijdzones zijn onderwerpen die je in de klas kunt gebruiken. De driehoek van Pascal is bekend, maar je zult verrast worden door wat er nog allemaal extra over te ontdekken is. Proeven met zeepvliezen en loden bakjes die soms wel en soms niet zinken geven net als veel andere opdrachten stof tot nadenken, je kunt er met elkaar over discussiëren en ze eventueel als opdrachten aan leerlingen geven.



Het getal pi

Een thema over één getal? Tja, pi is niet zomaar een getal... Of toch? Wiskundigen vermoeden dat pi, net als “bijna alle” andere reële getallen, een “normaal getal” is. Maar voorlopig hebben ze dit niet kunnen bewijzen. Sinds de Oudheid worstelt de wiskundige mensheid met pi. Grote geleerden uit alle culturen vonden steeds betere benaderingen voor pi: Archimedes, Zu Chongzhi, Al-Kashi, Ludolph van Ceulen... En dit gaat nog steeds door: in 2016 zette de Zwitserse fysicus een supercomputer met 24 harde schijven van elk 6 terabyte gedurende meer dan 105 dagen (en nachten) aan het werk om 22 459 157 718 361 decimalen van pi te berekenen. Pi is verbonden met de cirkel, maar wist je dat dit getal ook opduikt in situaties die op het eerste gezicht niets met cirkels te maken hebben? Je kunt pi bepalen met experimenten die je in de klas kunt uitvoeren en verklaren: door naalden te laten vallen, door biljartballen te doen botsen...



CITO 50

In 2018 bestond het Centraal Instituut voor ToetsOntwikkeling (CITO) 50 jaar. Aan dit jubileum wordt het gehele schooljaar 2018–2019 op verschillende plaatsen aandacht besteed. Bij de NWD zullen in dit kader diverse workshops/presentaties worden verzorgd door Citomedewerkers. Daarbij blikken we terug op de geschiedenis van (ongeveer) 50 jaar examens wiskunde en hun ontwikkeling. Tevens zal er ook aandacht zijn voor nieuwe ontwikkelingen en mogelijke toekomstperspectieven. Ook de opzet van correctievoorschriften en de problematiek van de bepaling van de moeilijkheidsgraad kunnen de revue passeren. Bij al deze workshops proberen we de meerwaarde voor een docent bij de ontwikkeling van zijn eigen toetsen een rol te laten spelen. Daarbij hebben we zowel de onderbouw- als de bovenbouwdocent van zowel vmbo, havo als vwo voor ogen.



Wiskunde naar de maan

We kunnen en willen er niet omheen: in 2019 is het 50 jaar geleden dat Neil Armstrong als eerste mens een voet op de maan zette. De ruimterace tussen Amerika en Rusland die daaraan vooraf ging, inclusief een noodzakelijke modernisering van het (wiskunde) onderwijs in de VS, was het gevolg van de voorsprong van de USSR, gedemonstreerd middels de ruimtedoop van Joeri Gagarin, ná de hemelvaart van het hondje Laika. Aan die eerste voet op de maan is heel wat rekenwerk vooraf gegaan, zoveel is wel duidelijk. Binnen dit thema wordt ruim aandacht geschonken aan de wiskundige aspecten van het internationale ruimtevaartprogramma.



In hogere sferen

Hoe je ook met je rechterhand draait, een linkerhand wordt het niet. Maar als je eens de ruimte had, gaat er dan misschien een wereld voor je open? Gewone stervelingen kunnen misschien alleen dromen van meer dimensies, maar wiskundigen draaien er hun hand niet voor om. Zou je een rechterhand dan wel in een linkerhand kunnen omvormen? Zou de beroemde Fles van Klein wel passen als we een dimensie meer hebben? En wie weet bieden die extra dimensies je wel de ruimte om te helpen onze laagdimensionale problemen op te lossen.



Wiskunde en economie

Het vak economie in het voortgezet onderwijs wordt vaak heel kwalitatief ingevuld. Daar waar de wiskundige modellen verschijnen stopt de economie les. Het is jammer dat we daarmee een mooie toepassing van de wiskunde niet kunnen illustreren. In deze themalijn wordt ingegaan op diverse raakvlakken van wiskunde met economie en bedrijfsleven. Johan Deprez uit België zal zich richten op de economie vanuit het perspectief van de beschrijvende statistiek en de analyse. In de workshop “wiskunde voorvragen die je laten denken” komen diverse alledaagse wiskundige vragen met een economische achtergrond voorbij. Een aanrader voor de docenten die met het bedrijf in de klas aan de slag willen. Uiteraard mag het minen, hacken en de cryptograferen in deze lijn niet ontbreken. Frank Brinkkemper zal ingaan op verschillende onderwerpen waar wiskunde van belang is in deze technologie.



WisEbrief docentenworkshop

De WiskundeE-brief sponsort de mogelijkheid voor docenten om zelf op de NWD een workshop te geven. Hieraan wordt in 2019 de zogenaamde WiskundeE-docentenprijs verbonden. Die prijs bestaat uit de uitnodiging om tijdens de Nationale Wiskunde Dagen een workshop te verzorgen. U herkent de workshops aan het volgende icoon.



Moeilijke lezing

Als voor het volgen van een sessie gevorderde wiskunde nodig is uit de bovenbouw van het voortgezet onderwijs dan staat het hiernaast afgebeelde icoon bij de beschrijving

45 Duur workshop/lezing: 45 minuten

60 Duur workshop/lezing: 60 minuten

90 Duur workshop/lezing: 45 minuten

Over de wiskundige analyse van dynamische data

Sjoerd Verduijn Lunel | Universiteit Utrecht

Dynamische data is het resultaat van experimenten die veel data opleveren en regelmatig in de tijd herhaald kunnen worden. Wiskundige concepten, zoals attractor, metriek en kansverdeling, in combinatie met wiskundige technieken, zoals transformatie en schaling, spelen een steeds belangrijker rol in algoritmen die gebruikt worden bij analyse van dynamische data. Een illustratief experiment is het zogenaamde Forced Oscillation Technique (FOT) experiment dat wordt gebruikt bij het onderzoek van patiënten met last van benauwdheid. Bij FOT experimenten produceert een luidspreker geluidsgolven in de neus van een patiënt waardoor het longweefsel begint te trillen. De conditie van de longen bepaalt in welke mate trillingen optreden en dit geeft informatie over de staat van de longen. De metingen duren kort en kunnen regelmatig herhaald worden en leveren veel meetgegevens op. De uitdaging is om op grond van FOT data te classificeren of een patiënt last van astma dan wel COPD heeft.

Aan de hand van dit concrete voorbeeld zullen we de benodigde wiskunde introduceren en de rol van wiskunde in deze nieuwe algoritmen uitleggen.

8

DE GROTE,
COMMUTATIEVE,
EENMALIGE EN UNIEKE IONICA-EN-
JAN-MAKEN-ER-WISKUNDE-VAN-
SHOW!!!1!



**Ionica Smeets en Jan Beuving |
Muziek: Tom Dicke**

Zij is hoogleraar wetenschapscommunicatie. Hij is cabaretier. Maar allebei zijn ze wiskundige. En de som is natuurlijk nooit meer dan het geheel der delen, maar toch gaan ze proberen het tegendeel te bewijzen. Speciaal voor het jubileum van de Nationale Wiskunde Dagen bundelen ze voor één keer hun krachten. Ionica schreef miljoenen columns over wiskunde. Jan heeft over ieder reëel getal wel een lied geschreven. Ze zitten dus vol verhalen en anekdotes, en weten bij ieder woord en elke vraag een wiskundig antwoord te geven. Een avond vol oude toppers en nieuwe kansen waarop zij – met u! – aantonen dat je overal chocola van kunt maken. Maar vooral dat alle chocola uiteindelijk wiskunde is. Misschien gaat Ionica wel zingen. Misschien gaat Jan wel college geven. Zeker is dat er vliegtuigjes gegooid zullen worden. Het kan allemaal in DE GROTE, COMMUTATIEVE, EENMALIGE EN UNIEKE IONICA-EN-JAN-MAKEN-ER-WISKUNDE-VAN-SHOW!!!1!

Lehmer's Dance

Roos van Berkel en Tom Verhoeff



Wiskundige Tom Verhoeff en choreografe Roos van Berkel geven een *lecture performance* over de 'sporen' van Lehmer. Zij vertalen deze 'sporen' in paden door permutatiegrafen in beweging, beeld en geluid. Met gebruik van de eigenschappen 'nabijheid' en 'minimal change' presenteren zij een exacte en speelse combinatie van wiskunde en dans.



Engaging Students with Mathematics

Matt Parker | Standup Maths

Once a normal high-school maths teacher, Matt Parker now gives talks about mathematics to students and adults around the world. He will discuss his favourite methods for capturing the attention of teenagers and engaging them in mathematics. Using bits of interesting maths that are often off-curriculum, it is possible to get students more enthused about mathematics, and therefore more receptive to learning the curriculum content. Matt will also share his favourite resources and ideas that teachers can use for running their own enrichment activities in the classroom.



Een speld in een hooiberg: zoeken naar de genetische eigenschappen die een ziekte veroorzaken

Marleen Balvert | Centrum Wiskunde & Informatica / Universiteit Utrecht

45

Er zijn veel ziekten, zoals kanker en de spierziekte ALS, die we niet volledig begrijpen en nog niet kunnen behandelen. Vaak hebben deze ziekten een onderliggende genetische oorzaak. In sommige gevallen, zoals bij bepaalde typen borstkanker, kennen we de genetische afwijking die de ziekte veroorzaakt en bestaat er een medicijn. Voor de meeste patiënten is het echter onbekend welke genetische eigenschappen de ziekte veroorzaken en hoe we de patiënt het beste kunnen behandelen. Momenteel worden er op verschillende plaatsen ter wereld grote databanken aangelegd waarin de genetische eigenschappen van zowel gezonde als zieke mensen liggen opgeslagen. Met behulp van statistiek kan deze data geanalyseerd worden, en kunnen we genetische eigenschappen die gecorreleerd zijn met ziekte identificeren. In deze lezing zullen we bekijken hoe dit precies gebeurt, wat de tekortkomingen zijn van de huidige beschikbare methoden, en wat voor nieuwe statistische- en machine learning methoden er momenteel worden ontwikkeld om de analyses te verbeteren.

10



De Druiven van Tantalus

Fedde Benedictus | Freudenthal Instituut Universiteit Utrecht

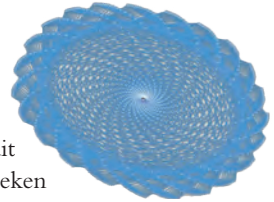


-veelgestelde maar moeilijk te beantwoorden vragen in de wiskunde-
Soms kun je een wiskundige stelling bewijzen zonder haar te begrijpen. Mijn presentatie gaat over ogenschijnlijk simpele stellingen waarvan niet zo een-twee-drie in te zien is waarom ze waar zijn – en dat is nu juist wat de wiskundedocent moet uitleggen.

“De hoeken binnen een driehoek zijn opgeteld altijd 180 graden” is de stelling waarmee ik begin. Een simpel diagram levert een bewijs voor deze stelling, maar daarmee is de vraag niet beantwoord waarom de hoeken binnen een driehoek opgeteld altijd 180 graden zijn. Ik zal laten zien dat het beantwoorden van deze vraag raakt aan de gekromde ruimte van Gauss en Riemann en aan het conventionalisme van Poincaré. Terwijl we de driehoek nog eens goed bekijken, komen andere veelgestelde maar moeilijk te beantwoorden vragen naar voren. Waarom geldt de stelling van Pythagoras alleen voor driehoeken met een rechte hoek? Waarom zijn de sinus en de cosinus periodieke functies? en waarom lijkt de tangens zo anders te zijn? Deze en andere vragen komen in mijn presentatie aan bod.

Dynamische systemen met Excel

Frits Beukers | Universiteit Utrecht



- 45 Het spreadsheet programma Excel kan op veel manieren ingezet worden in het wiskunde onderwijs. De grafische mogelijkheden van dit programma zijn ondertussen zo verbeterd dat je er ook prachtige grafieken mee kunt maken. Op internet zijn veel voorbeelden te vinden over het plotten van gewone grafieken tot krommen met een parameter, denk aan Lissajousfiguren. In de afgelopen paar jaar zijn daar ook voorbeelden met dynamische systemen bijgekomen. Kort gezegd zijn dat systemen die zich in de tijd ontwikkelen. Zoals differentiaalvergelijkingen en hun eenvoudige discrete versies. De gedachte bij al dit moois is dat de leerling gedwongen wordt na te denken over de achterliggende wiskunde bij de vertaling naar Excel. En als dat eenmaal gelukt is kun je ook je creativiteit de vrije loop laten door de talrijke kleurige mogelijkheden van de plotfuncties van Excel. Bijgaand plaatje van de zogenaamde Rössler attractor is helemaal bedacht en gemaakt door Tess Beukers. Het grootste deel van de voordracht zal op wiskundig onderbouw niveau zijn. Tegen het eind geven we een voorbeeld met een differentiaalvergelijking.



De Gaia ruimtemissie: wiskunde van de cartografie van de Melkweg in 3D

Anthony Brown | Sterrewacht Leiden

11

- 45 Gaia werd door ESA gelanceerd op 19 December 2013 en heeft als belangrijkste wetenschappelijke doel om de structuur en ontstaansgeschiedenis van de Melkweg te ontrafelen. Dit wordt gedaan met behulp van een stereoscopische ‘census’ van meer dan één miljard sterren, waarbij nauwkeurig de afstanden, ruimtelijke bewegingen, en eigenschappen van de sterren gemeten worden. Om de Melkweg in drie dimensies in kaart brengen meet Gaia herhaaldelijk heel nauwkeurig de posities van sterren aan de hemel. Deze techniek heet ‘astrometrie’ en is de oudste discipline in de sterrenkunde. Tijdens de lezing zal ik uitleggen hoe astrometrische gegevens kunnen worden geïnterpreteerd. De lezing wordt afgesloten met een kleine selectie van de wetenschappelijke resultaten op basis van de Gaia gegevens. Meer info: <http://www.cosmos.esa.int/gaia/>

Sinds 2012 is Anthony Brown voorzitter van het Gaia Data Processing and Analysis Consortium. Dit is het samenwerkingsverband van ongeveer 450 Europese wetenschappers die verantwoordelijk zijn voor de verwerking van de gegevens van Gaia.



Hoe gaat het verder na punt, lijntje, vierkant en kubus?

Aad Goddijn | Universiteit Utrecht



45

In de werkelijkheid van de wiskunde gaat het gewoon door na punt, lijntje, vierkant en kubus: met de oneindige rij van hyperkubussen. Het is een simpele logische voortzetting, maar het lijkt dat we ons daar niets meer bij kunnen voorstellen, in die hogere dimensies. Maar dat gaan we deze keer toch echt wél doen. De traditionele ondersteuning daarbij kennen we uit het 140 jaar oude boekje *Platland* van Edwin Abott. De *Platlanders* werden daarin geconfronteerd met schaduwen van dingen buiten hun platte wereld en zien iets vreemds als het ware dwars door hun wereld heengaan. Projecties en doorsnijdingen dus, maar vandaag voegen we aan deze middelen via een computerprogramma beweging en kleur aan toe, waardoor het nog spannender kijken wordt naar de opvolgers van punt, lijntje, vierkant en kubus. We gaan zien hoe we onze rechterhand door een vierdimensionale ruimte kunnen halen en deze als linkerhand weer terug krijgen. Voor de veiligheid doen we het met een gekleurde kubus binnen de veilige ruimte van een beeldscherm, want de overgeleverde beschrijvingen van dit fenomeen in de sciencefiction literatuur geven zacht gezegd een dramatisch beeld. We gaan ook zien wat vouwen van twee aan elkaar grenzende gewone kubussen is. Opvouwen en uitvouwen in de vierde dimensie, jawel. We gaan ook twintig tetraeders samenvouwen in een twintigvlak. Dus niet als een sterveelvlak met de tetraeders naar buiten op de driehoekige facetten van het twintigvlak, maar naar binnen. Dat kan niet in dimensie drie want de tetraeders zijn daar net iets te hoog voor. Maar in dimensie vier kan het wel! Een papieren model zal aanwezig zijn. U mag de bewijskracht van dat papieren model aanvechten, maar de wiskundige onderbouwing is veel eenvoudiger dan schaar en lijm doen vermoeden.

12

Onze hyperkubussen kunnen ook op een speciale manier geprojecteerd worden; isometrisch, waarbij alle dimensies gelijkelijk verkort worden. Zoals bij de kubus, die staande op een hoekpunt een zeshoekige schaduw heeft als de zon er recht boven staat. Bij hoogdimensionale kubussen levert dit een regelmatige veelhoek vol lijnen op. Maar waarom in hemelsnaam toont die kubus in dimensie acht daarbij dat rare gaatje in het midden van de projectie en doen die in dimensie vijf, zes, zeven, negen, tien en elf dat niet?



O12 Assessment in mathematics in multicultural contexts

Josette Farrugia en Michiel Doorman | University of Malta en
Freudenthal Instituut Universiteit Utrecht

60

One of our main roles as teachers is to create effective learning environments for students.

Effective environments engage and interest students and inform teachers and learners about whether learning is proceeding in the desired direction.

Assessment is very closely linked to learning since assessment allows us to see whether our teaching is resulting in the desired learning. Teaching, learning

IncluSMe



and assessment are embedded within and shaped by a broader social and cultural picture. As teachers within increasingly diverse classrooms we need to reflect on:

1. Whether our assessment tools and practices are reliable, valid, neutral and fair, and
2. how our assessment can help all our learners, irrespective of background, to learn?

In this workshop we will reflect on what 'developing fairer assessments' means in our increasingly diverse classrooms with particular reference to multicultural classrooms. We will re-examine our practices and discuss ways of developing 'more culture-fair' assessment strategies that take into account student diversity.

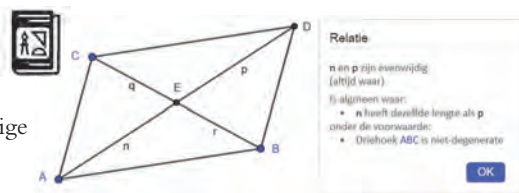


Een andere dimensie van GeoGebra

André Heck | Universiteit van Amsterdam

45

Met GeoGebra kun je relaties tussen meetkundige objecten numeriek verifiëren. Maar de software kan meer: het kan ook op eigen kracht relaties wiskundig bewijzen en hierbij noodzakelijke voorwaarden opstellen. Onderstaande schermafdruk illustreert bijvoorbeeld dat GeoGebra op verzoek, maar zonder hulp van buitenaf, een tekst over relaties tussen de lijnstukken n en p kan produceren.



We gaan diverse voorbeelden van geautomatiseerde bewijsvoering van meetkundige stellingen bespreken. We kijken onder de motorkap van GeoGebra om te achterhalen hoe de software dit doet. We lichten alvast een tipje van de sluier op: een meetkundige stelling in het platte vlak wordt via coördinaten getranscribeerd naar een algebraïsch probleem in een hoogdimensionale ruimte. Soms kunnen hoogdimensionale meetkunde-inzichten je dan verder helpen, en soms kan zo'n probleem met grof wiskundig geschut opgelost worden. Omgekeerd kun je via deze computerondersteunde aanpak meetkundige stellingen ontdekken. Ook dit illustreren we met voorbeelden. Het onthullen en bewijzen van meetkundige stellingen m.b.v. wiskundige software is zo van een heel andere dimensie dan gebruikelijk is in vlakke meetkunde.

13



Digitale wiskunde-examens vmbo

Nicolette Jurgens en Melanie Steentjes | CITO

45

Het is maar zeer de vraag of alle bezoekers van de NWD op de hoogte zijn van de ontwikkelingen in de examens vmbo. Nogal wat docenten die alleen lesgeven op havo en/of vwo leven wellicht in de veronderstelling dat de wijze waarop er binnen het vmbo-wiskunde-onderwijs geëxamineerd wordt een afreksel is volgens het theezakjesmodel van de wijze waarop dat in de hv-wereld het geval is. En als een docent al op de hoogte is van het feit dat de meeste vmbo-BB en vmbo-KB-leerlingen hun wiskunde-examens achter de computer maken, dan nog is er gerede kans dat die docent dan veronderstelt dat dat examen uit meerkeuzevragen bestaat waardoor er voor

veel relevante wiskundevaardigheden op het centrale examen geen plaats meer zou zijn. Onlangs mochten we tijdens een jaarvergadering van de NVvW een in deze wereld niet onbelangrijk iemand op een dergelijk standpunt betrapten. Wij denken dan ook dat het voor veel hv-wiskundedocenten een leerzame ervaring kan zijn om deze voordracht te bezoeken waar u kennis kunt maken met enkele digitale hulpmiddelen die speciaal voor de wiskunde-examens vmbo ontwikkeld zijn met de bedoeling in een digitale examensessie recht te doen aan het wiskundeonderwijs dat deze leerlingen ontvangen hebben. Ook nodigen we graag onze vmbo-collega's uit die ervaring hebben met de digitale examens om hun ervaringen uit te wisselen.

π

Hoe Archimedes π opsloot

Martin Kindt | Freudenthal instituut Universiteit Utrecht



45

Pi-dag valt tegenwoordig op 14 maart, maar in mijn jeugd had dit heel goed 22 juli kunnen zijn. Wij leerden namelijk de benadering $22/7$, die wat dichter bij π ligt dan 3,14, maar dan wel aan de andere kant. Die $22/7$ is een van de twee schattingen (boven- en onder) die Archimedes vond na een virtuoze meetkundige en rekenkundige exercitie.

In mijn presentatie wil ik de toehoorder meenemen in zijn avontuur, dat buiten mooie geometrische aspecten een waar meesterstuk is van schattend rekenen.

14

45

Dobbelen met Pierre de Fermat

Peter Lanser | Hogeschool van Amsterdam



Dobbelen is sinds mensenheugenis een veelbeoefend tijdverdrijf.

Een paar dobbelstenen volstaat, er zijn immers onwaarschijnlijk veel plekken om te dobbelen.

In de 16^e en met name 17^e eeuw worden er voor het eerst pogingen gedaan om te komen tot wat wij nu kansrekening noemen. Speciaal voor deze jubileumeditie van de NWD komt Pierre de Fermat (†1665), heden ten dage bekend van en beroemd door zijn laatste stelling, eenmalig over uit Castres (Frankrijk) om aan de hand van primaire bronnen verslag te doen van zijn correspondentie over het berekenen van kansen met onder andere Blaise Pascal en Christiaan Huygens.

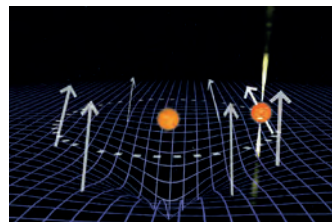


Het explosieve heelal

Joeri van Leeuwen | ASTRON

45

Elke dag gaan verschijnen er vele duizenden enorm felle, korte radioflitsen aan de hemel. Sommige worden gemaakt door neutronensterren, relatief dichtbij. Andere komen van veel verder. Welke explosies deze flitsen veroorzaken is een mysterie. Om deze vreemde extragalactische flitsen beter te begrijpen hebben we onlangs nieuwe hogesnelheidscamera's geïnstalleerd op de radiotelescopen in Westerbork. Deze camera's krijgen nu nieuwe 'hersenen': de krachtigste supercomputer van Nederland gebaseerd op grafische chips (GPUs); en nieuwe 'denkprocessen': algoritmes om de flitsen automatisch te vinden in de enorme datastroom. We trainen de GPU supercomputer om automatisch ruimteflitsen te ontdekken in de vele duizenden plaatjes die de telescoop iedere seconde maakt. Dat gebeurt met behulp van kunstmatige neurale netwerken gebaseerd op matrix convolutie. Ik leg uit hoe dit werkt en hoe we het gebruiken. De telescoop gaat onder andere uitzoeken hoe de enorme zwaartekracht van neutronensterren (en van zwarte gaten) de ruimte-tijd eromheen kromt. Wat is een rechte lijn (een "geodeet") in zo'n ruimte? In een dubbelstersysteem dat ik een paar jaar geleden ontdekt heb, is de tijd-ruimte kromming recent in de praktijk gemeten als *geodetische precessie* -- doordat de ruimtetijd rond de neutronensterren is gekromd, is iedere omloop ongeveer 1 miljoenste korter dan wanneer de ruimtetijd vlak was geweest. Daardoor kantelt de neutronenster (zie Figuur). Ik laat zien wat we daaruit leren over zwaartekracht en het heelal.



Illustratie van een omloop van pulsar J1906+0746 (rechts, met radiobundels) om zijn begeleider (midden). Door de gekromde ruimtetijd (blauw) kantelt de draaiingsas van de pulsar. De kanteling per omloop is hier ter illustratie één miljoen maal versterkt.



Onderzoek andere opzet correctievoorschriften centrale examens

Ger Limpens en Ruud Stolwijk | CITO



A 3. voor a : 6 punten; voor de uiterste waarde 4 punten;
 voor b : 4 punten; voor het bereik 2 punten;
 voor c : 5 punten; voor de oplossing van $f(x) = 3$ 3 punten.

45

Het correctievoorschrift is volgens velen een onmisbaar hulpmiddel bij het nakijken van centrale examens. In de loop van de jaren is het correctievoorschrift echter nogal veranderd. In vroeger jaren volstond men soms met vermeldingen als 'voor het juiste antwoord 7 punten' en was het vervolgens aan de correctoren om uit te zoeken hoe die 7 punten dan verdeeld moesten worden. Dat gaf natuurlijk wel eens problemen en niet te vergeten discussie met de tweede corrector. Aan de andere kant loop je natuurlijk met het opstellen van een tot in de kleinste details uitgewerkt correctievoorschrift ook het gevaar dat een heel strikte docent tot 'bolletjesjager' verwordt. Wij als toetsdeskundigen zijn ons van beide uitersten bewust en we doen dan ook regelmatig pogingen om na

te denken over de opzet van de correctievoorschriften. Dit uiteraard steeds met de bedoeling om de aard en intentie van het vak wiskunde zoveel mogelijk tot zijn recht te laten komen. In dit kader hebben we recent eens over de schutting van ons vak gekeken en geprobeerd te doorgronden of de manier waarop de correctievoorschriften van een verwant vak als natuurkunde een handvat kan bieden voor wiskunde. Dat heeft voor ons leerzame inzichten opgeleverd, maar we zijn er zeker nog niet van overtuigd of met deze inzichten voor de examens wiskunde een daadwerkelijke verbetering gemaakt kan worden. In een presentatie met discussie gaan we graag het overleg aan met ervaringsdeskundigen, wiskundedocenten met examenervaring dus, om te zien of de richting waar we nu over nadenken een goede is.



Lazzarini

Hans van Maanen | Skepter

45

De Italiaan Mario Lazzarini schreef in 1901 dat hij de waarde van pi met een simpel apparaatje tot op zes decimalen nauwkeurig had berekend. Wiskundigen kunnen zich er nog altijd over opwinden — ‘onwelriekend’, vond wiskundige Norman Gridgeman, ‘hoogst verdacht’, meende Lee Badger, en volgens Nature-hoofdredacteur John Maddox was het zelfs ‘schaamteloze oplichterij’. Maar was het niet gewoon een vrij doorzichtig grapje dat Lazzarini speciaal voor wiskundeleraars had bedacht?

16

Hans van Maanen is hoofdredacteur van Skepter. Hij was tot 2003 wetenschapsredacteur bij Het Parool, tot 2014 verzorgde hij voor De Volkskrant de wekelijkse rubriek ‘Twijfel’ over dubieus wetenschappelijk onderzoek.



Spelend met klank leer je spelend wiskunde.

Peter Pabon | Instituut voor Sonologie, Koninklijk Conservatorium, Den Haag

60

In de klanksynthese wordt de kwaliteit van de klank voor een groot deel bepaald door het geïmplementeerde (wiskundige) model. Echter, de complexiteit van de wiskundige abstractie (het model) staat daarbij gewoonlijk niet in verhouding tot de complexiteit van de klank. Met vrij simpele wiskundige modellen kunnen reeds zeer complexe klanken worden gegenereerd, terwijl modellen gebaseerd op bijvoorbeeld de Fourier-transformatie veel minder mogelijkheden tot variatie bieden door hun starheid en de ingewikkeldheid van de gewenste input. Het numeriek oplossen van differentiaalvergelijkingen is gemeengoed in de klanksynthese en deze techniek wordt door veel studenten meteen begrepen, zolang je maar niet begint met integraal- en differentiaalrekening uit te leggen, maar eerst andere abstracties gebruikt. Bij de klanksynthese draait het wel om wiskunde, alleen hebben de meeste personen, die zich met klanksynthese bezighouden, daar geen boodschap aan. De abstracties en de achterliggende formules bevatten namelijk een alternatieve, vaak fysische interpretatie.

Een brug slaan tussen deze twee vormen van abstract denken heeft een groot pedagogisch nut. Het kent eenzelfde soort speelsheid en prikkeling en kan vernieuwend zijn voor zowel leerling als docent door de andere manier van elkaar bevragen, die er aan verbonden is.

Er bestaat een selectie aan toegankelijke, grafisch georiënteerde modulaire (software) omgevingen, die bedoeld zijn voor real-time klanksynthese en klankbewerking. Zo'n modulaire omgeving is in feite een grote wiskundige blokkendoos die zich niet als zodanig afficheert. Het uitwerken van een klanksynthesemodel of klankbewerkingsmodel kan, en gebeurt vaak, zonder enige formules. Echter, een synthesemodel krijgt richting door juist wel de formules erbij te halen. Dit principe werkt ook de andere kant op: een eerst ondoorzichtige wiskundige formule kan ineens een heel begrijpelijke interpretatie krijgen, wanneer er een klankbewerking of signaal(funcie) aan gekoppeld wordt. In deze lezing wil ik iets van deze werkwijze laten zien. Ik begin met het geven van een korte inventarisatie van veel toegepaste klanksynthesetechnieken en de wiskundige concepten, die daarbij een rol spelen. Daarbij beantwoord ik de vraag waar de wiskundige abstracties en manier van denken en de abstracties waarin het klanksynthesemodel beschreven worden, in elkaars verlengde gebracht kunnen worden. Tevens werk ik één of meerdere simpele voorbeelden uit, die een docent mogelijk in een klas zou kunnen gebruiken.



Drijven of zinken?

Michel Roelens | UC Leuven-Limburg



17

45

We leggen loden bakjes met vierkant grondvlak in het water. Zullen ze drijven of zinken? Hangt dit af van de zijde van het grondvlak of van de hoogte of van beiden? In deze workshop mag je voorspellingen doen en controleren of je gelijk hebt door de bakjes in het water te leggen. Aan de hand van de eeuwenoude wet van (heureka!) Archimedes over drijvende lichamen, stellen we samen een wiskundig model op. Het blijkt een mooie toepassing te zijn van eerstegraads- en andere functies en hun grafieken. Een motiverende context bij deze functies in de klas. De inspiratie voor deze workshop komt van Yves Chevallard en Mariza Kryszynska.



Berekening en toepassing van forensische bewijswaarde: frequentistisch of Bayesiaans?

Klaas Slooten | Vrije Universiteit

45

In de forensische context wordt door een forensisch laboratorium berekend hoe belastend een bepaalde bevinding is door te vergelijken hoeveel beter die verklaard kan worden door het door de aanklager beschreven schuldscenario, dan door een (generiek of door de verdediging beschreven) ander scenario. Dit levert een zogenaamde likelihood ratio op, die uitdrukt hoe sterk het bewijs wijst op het ene in vergelijking met het andere

scenario. Wanneer men vervolgens wil weten hoe groot de kans is op het schuldscenario, moet men deze likelihood ratio combineren met de overige informatie in de zaak door middel van toepassing van de regel van Bayes. Hiervoor zijn, op enig moment, kansen nodig die de kans op schuld geven in afwezigheid van elk bewijs. Hoe deze te kiezen is tot op zekere hoogte arbitrair en daarnaast lijkt een kans te geven aan het schuldscenario zonder bewijs niet onmiddellijk eenvoudig te combineren met de presumptie van onschuld.

Anderzijds kan men ook bekijken hoe onwaarschijnlijk het is, om tegen een onschuldige verdachte dusdanig sterk of sterker bewijs te vinden als dat wat er is aangetroffen. Voorstanders hiervan voeren aan dat op die manier de onschuldhypothese als klassieke nulhypothese kan worden genomen, die je verworpt als er voldoende sterk bewijs tegen is verkregen.

In mijn lezing zal ik beide gezichtspunten uitdiepen, illustreren met voorbeelden uit forensisch DNA-onderzoek, en beredeneren waarom de tweede benadering nog problematischer is dan de eerste.



Getallen en een driehoek

Bert Wikkerink | CSG Liudger locatie Raai Drachten



60

Zijn regelmatige getallenrijen wel zo regelmatig als ze lijken? Heeft toeval ook een regelmaat? Hoe kunnen we getallenrijen vinden m.b.v. vlakken, ruimtelijke gebieden of een cirkel?

18

Vragen waar we in deze workshop verder op in zullen gaan. We onderzoeken allerlei situaties waarin regelmaat en schijnregelmaat voorkomt en waar uiteindelijk alles weer te maken heeft met de bekende driehoek van Pascal. We maken daarbij gebruik van allerlei praktische hulpmiddelen. De uitkomsten zijn steeds verrassend en kunnen zeer goed in de klas gebruikt worden.

2

Numbers can be not rational

1| 3

Wadim Zudilin | Institute for Mathematics, Astrophysics and Particle Physics, Radboud Universiteit Nijmegen



45

Almost all real numbers are not rational. However proving that a particular number is irrational may be a challenge. In my lecture I will highlight some techniques of doing so for classical mathematical constants, like e and π , as well for the values of Riemann's zeta function $\zeta(s)$ at integers $s > 1$.

Almost all real numbers are not rational. However proving that a particular number is irrational may be a challenge. In my lecture I will highlight some techniques of doing so for classical mathematical constants, like e and π , as well for the values of Riemann's zeta function $\zeta(s)$ at integers $s > 1$.



Betekenis geven aan algebraïsche formules

Erik van Barneveld en Peter Kop | GSG Leo Vroman Gouda

90

Welke beelden hebben leerlingen bij het werken met algebraïsche formules? Wat is eigenlijk betekenis kunnen geven aan algebraïsche formules? En is dat nog nodig in de bovenbouw van vwo?

In deze workshop bespreken we deze vragen en laten zien dat door een lessenserie “Grafieken tekenen met de hand” leerlingen beter in staat zijn betekenis te geven aan algebraïsche formules, hetgeen een aspect is van symbol sense.

De lessenserie is ontworpen op basis van een analyse van expertgedrag bij het schetsen van grafieken. Grofweg maken experts daarbij enerzijds gebruik van herkenning van standaardfuncties en de bijbehorende karakteristieken en anderzijds van kwalitatief redeneren voor niet-standaardfuncties. Via een aantal opdrachten oefenen leerlingen met deze (expert)strategieën.

De lessenserie is drie keer uitgetest in vwo5 wiskunde B (twee keer) en in vwo6 wiskunde A. We presenteren onderzoeksresultaten van deze experimenten. Eén van de resultaten is dat vrijwel alle leerlingen moeite bleken te hebben met het geven van betekenis aan algebraïsche formules en zo’n formule vaak enkel als een input-output machientje zien. Hoewel de lessenserie ontwikkeld werd voor de bovenbouw van het vwo kan deze workshop ook interessant zijn voor de onderbouw en het WO.

19



Gouwe Ouwe

Jeanne Breeman en Hans van Lint

90

In deze workshop herhalen we een aantal succesvolle onderwerpen uit eerdere door ons gegeven workshops. De deelnemers gaan in groepjes van 3 of 4 personen met allerlei materialen zelfstandig aan het werk.

De hoeveelheid opdrachten en de variatie is zo groot dat iedere groep altijd zal kunnen kiezen uit problemen die ze niet eerder hebben onderzocht en die ze interessant vinden.



Zo kun je door het verknippen van vierkanten nieuwe vierkanten maken en de stelling van Pythagoras bewijzen. Verder gaan sommigen draaiingen van cirkels om cirkels bestuderen of de grootste kijkhoek van 2 torens bij een fietstocht ontdekken. Via springende kikkers komt een beroemde rij getallen tevoorschijn, evenals bij de merkwaardige ontsnapping van gevangenen uit een gevangenis waar cipers op wonderlijke wijze cellen openen en soms weer dichtmaken. Hoe kun je een oneindig doorlopende meetkundige reeks laten ontstaan door wat knipwerk en dan ook nog de som ontdekken? Op welke dag van de week worden we 100 jaar oud en hoe zit het nu

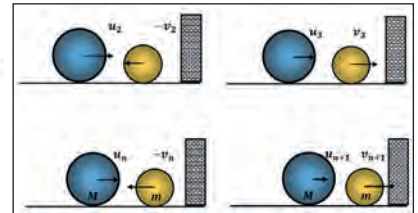
met die zomer- en wintertijd? Spannend is zeker ook het laten ontstaan van en spelen met zeepbellen en zeepvliezen. Meetkundeliefhebbers kunnen zich storten op een aantal fraaie sangaku's. Er zijn verschillende opdrachten waarvoor geen bovenbouw wiskunde nodig is. Enkele opdrachten zijn wat pittiger en vereisen wel kennis van goniometrie of vlakke meetkunde.

Veel van deze opdrachten zijn geschikt om met leerlingen te doen. De deelnemers krijgen na afloop de opdrachten en de antwoorden mee naar huis. Het is handig om een schaar, een rekenmachine, geodriehoek en papier en schrijfgerei mee te brengen.

π

Botsende ballen en pi

Luc Van den Broeck | EDUGO campus De Toren, Oostakker
Redactielid Uitwisseling



90

Deze workshop gaat over het berekenen van de decimalen van pi via een systeem met twee rubberballen, een zware en een lichte, die elastisch met elkaar en met een muur botsen. Na elke botsing veranderen de snelheden van de twee ballen.

In het eerste deel van het onderzoek zoeken we een recursieformule voor de snelheden van de twee ballen na de n -de botsing. Via een product met een 2×2 -overgangsmatrix kunnen we deze snelheden berekenen na een willekeurig aantal botsingen. Als je dit rekenwerk uit handen wil geven dan heb je voor deze workshop een grafische zakrekenmachine nodig.

In het tweede deel proberen we het botsingspatroon op een theoretische manier te voorspellen. We berekenen de n -de macht van een overgangsmatrix door middel van eigenwaarden en eigenvectoren. Voor dit deel is een zekere voorkennis van lineaire algebra nodig. Het doel van de workshop is de exacte massaverhouding van de twee ballen te berekenen waarbij uit het botsingspatroon de k -de decimaal van pi kan berekend worden.

C

De Gaia ruimtemissie: aan de slag met de dat van de Gaia missie

Anthony Brown | Sterrewacht Leiden

90

Voor de échte liefhebbers is deze workshop een vervolg op de lezing uit blok 1. De Gaia gegevens zijn namelijk voor iedereen beschikbaar en dus is het ook voor u mogelijk om met behulp van deze gegevens een project uit te voeren tijdens de wiskundeles. In deze workshop gaat u zelf ontdekken hoe u uit de authentieke 2D Gaia-gegevens van hoeken op de hemelbol de plaats van de sterren in 3D kunt bepalen.



Datasets en bijbehorende opgaven

Ivo Claus en Irene van Stiphout | CITO



24-mei-13	29-mrt-13	4 Noord-Brabant	Matig stedelijk	1	16,5
24-mei-13	3-apr-13	4 Noord-Brabant	Matig stedelijk	1	16,5
24-mei-13	3-apr-13	4 Noord-Brabant	Matig stedelijk	1	16,5
24-mei-13	3-apr-13	4 Noord-Brabant	Matig stedelijk	1	16,5
24-mei-13	29-mrt-13	4 Noord-Brabant	Matig stedelijk	1	16,5
24-mei-13	29-mrt-13	4 Noord-Brabant	Matig stedelijk	1	16,5
24-mei-13	12-mrt-13	4 Noord-Brabant	Sterk stedelijk	1	16,5
24-mei-13	2-apr-13	4 Noord-Brabant	Sterk stedelijk	1	16,5
24-mei-13	2-apr-13	4 Noord-Brabant	Sterk stedelijk	1	16,5
24-mei-13	27-mrt-13	4 Noord-Brabant	Sterk stedelijk	1	16,5
24-mei-13	5-mrt-13	3 Noord-Holland	Sterk stedelijk	1	16,5
24-mei-13	5-mrt-13	3 Noord-Holland	Sterk stedelijk	1	16,5
24-mei-13	5-mrt-13	4 Noord-Holland	Sterk stedelijk	1	16,5
24-mei-13	5-mrt-13	4 Noord-Holland	Sterk stedelijk	1	16,5
24-mei-13	5-mrt-13	4 Noord-Holland	Sterk stedelijk	1	16,5
	20-mrt-13	3 Gelderland	Wenig stedelijk	1	16,5

60

Met de invoering van het huidige wiskundeprogramma voor wiskunde A havo heeft het verschijnsel ‘big data’ zijn intrede gedaan in het voortgezet onderwijs.

De docent die les geeft in dit vak wordt vervolgens geconfronteerd met de noodzaak om de inzet van ICT

ook een serieus onderdeel van zijn lessen te laten zijn omdat berekeningen aan grote datasets uiteraard niet meer met de hand en moeizaam met een rekenmachine zijn aan te pakken. Die ICT-inzet leidt er ook toe dat dit aspect van het wiskundeprogramma niet volledig in de centrale examens getoetst kan worden: dat is immers een papieren toets. Het schoolexamen is daarvoor geschikter: sterker nog, het examenprogramma schrijft voor dat ‘statistiek met ICT’ in het schoolexamen getoetst moet worden. Als toetsdeskundigen hoorden wij geregeld van docenten dat zij moeite hebben met het vinden van geschikte datasets en het maken van passende vragen. Het 50-jarig jubileum van Cito bleek een uitgelezen kans om het wiskundeveld juist dat als cadeau te verstrekken. Eerder deze winter is dit cadeau verstrekt aan geïnteresseerde docenten na de aankondiging in de Wiskunde-brief. Wij zullen deze docenten vragen naar hun bevindingen maar we horen ook graag van aanwezige docenten op de NWD hoe zij tegenover dit initiatief staan. Bij deze presentatie tonen we de datasets en een aantal van de vragen. En wellicht kunnen we ook al ervaringen van deelnemende docenten laten horen. Wij hopen dat dit niet alleen voor bezoekers interessant is maar ook voor ons, opdat we kunnen gaan of dit initiatief in de toekomst op de een of andere wijze herhaald kan worden.

21



Wiskunde op olympisch niveau: iedereen kan het

Birgit van Dalen en Quintijn Puite | Nederlandse Wiskunde Olympiade



90

Jaarlijks bereiden wij vanuit de Wiskunde Olympiade een groep van ca. 30 middelbare scholieren voor op deelname aan internationale wiskundewedstrijden. Natuurlijk behandelen we met hen geavanceerde stellingen op het gebied van bijvoorbeeld meetkunde of getaltheorie. Maar minstens zo belangrijk zijn de elementaire technieken. Zo heb je meestal helemaal geen hogere voorkennis nodig om een lastig wiskundig probleem in je hoofd tot leven te wekken en ideeën te krijgen over een oplosstrategie. Hoe je dat precies aanpakt, onthullen we in deze workshop. We gaan met een aantal uitdagende olympiade-opgaven aan de slag waarbij zo’n elementaire techniek direct tot nuttige inzichten leidt. Na afloop beschikt u over materiaal en inspiratie om ook uw leerlingen dit te laten ervaren.



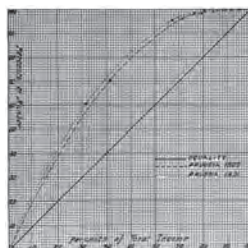
Lorenzkromme en Ginicoëfficiënt: statistiek, functies en integralen

Johan Deprez | KU Leuven, Departement wiskunde, Lerarenopleiding wiskunde



90

De Lorenzkromme en de Ginicoëfficiënt zijn wiskundige middelen om te beschrijven hoe gelijk of ongelijk gegevens (vaak: inkomens of vermogens) verdeeld zijn. Zoals je al kunt vermoeden doet de Lorenzkromme dat op een grafische manier en de Ginicoëfficiënt onder de vorm van een kengetal. De workshop bestaat uit twee luiken. Eerst bekijken we de Lorenzkromme en de Ginicoëfficiënt vanuit het perspectief van de beschrijvende statistiek. We leren de Lorenzkromme en Ginicoëfficiënt kennen in de context waarin ze ontstaan zijn. Voor dit deel van de workshop is weinig of geen wiskundige voorkennis nodig. Je gezond verstand en wat rekenkracht volstaan! Met het tweede luik komen we in de analyse terecht. We onderzoeken dan welke functies model kunnen staan voor een Lorenzkromme. We bekijken enkele klassen van dergelijke functies van naderbij. We leren tot slot hoe de bijbehorende Ginicoëfficiënt via een bepaalde integraal berekend kan worden.



Wiskundige denkactiviteiten toetsen in de onderbouw

Wilma van Donk en Frank van Megen | Stedelijk Gymnasium Nijmegen

22

90

Onze overtuiging is dat het leren van wiskunde in feite één grote denkactiviteit is. Helaas blijft daar in de toetsen vaak weinig van over en wordt uiteindelijk getoetst of een aantal vaardigheden goed kan worden uitgevoerd. Hierdoor worden leerlingen gestimuleerd zich (vooral) te focussen op het trainen en inoefenen van een beperkt aantal vaardigheden en vraagstukken. Wij hebben een manier gevonden om ook in de toetsing het leren/ontwikkelen van wiskunde, kortom WDA, een plaats te geven. Door goed lezen, een beetje creativiteit, overleg en natuurlijk ook wiskundig gereedschap moeten de leerlingen een aantal vragen beantwoorden. Vaak is de inhoud van de vragen gerelateerd aan de stof van de afgelopen tijd (maar gaat het om een andere toepassing of om verdieping). Met deze denkactiviteiten denken wij de leerlingen (beter) voor te bereiden op de praktische opdrachten in de bovenbouw en het examen. In de workshop vertellen we e.e.a. over de praktische kant van de zaak: hoe maak je tweetallen?, hoe geef je een cijfer?, hoe weeg je dit mee bij het bepalen van een rapportcijfer?, etc. Ook laten we een filmpje zien waarin een klas een WDA-toets aan het maken is. Vervolgens gaan de deelnemers aan de slag met enkele voorbeelden van WDA-toetsen die we hiervoor ontworpen hebben.



O2: Culture-related contexts for mathematics and science

Katharina Flösser en Monica Wijers | University of Education Freiburg en Freudenthal Instituut Universiteit Utrecht

90

“At Unpacked, we believe that a better world is possible.” With this quote, an unpacked-shop, a shop in which all products are sold package-free, promotes their goods. Unpacked shops are getting more popular in many countries, the zero-waste idea is now a global trend. It might not save the world, but how can ideas like this support a sustainable lifestyle? Shouldn't we all think about the consequences our decisions will have in the future? Hence, should people all over the world buy their daily products in an unpacked-shop? How popular are these shops around the world? How much waste could be saved this way? How could you make a reasonable estimate for waste-saving by your family when buying food in such shops? In this workshop, contexts like this will be discussed and we will talk about how these contexts relate to different cultures and how they connect to students' and teachers' background. Additionally, mathematics itself will be put on trial. A concrete case will be looked at and we will discuss whether all students are supported by such contexts and how we could make mathematics more meaningful and inclusive for our students.

IncluSMe



Lezen van Arabische abjad-getallen.

Wilfred de Graaf, Jan Hogendijk, Tom Reijngoudt | Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht.

90

In de middeleeuwen Islamitische cultuur kwamen de moderne Hindoe-Arabische getallen weinig voor; de wiskundigen en astronomen gebruikten meestal het abjad-systeem dat gebaseerd is op de letters van het Arabische alfabet.

In de workshop gaan de deelnemers zelf met dit systeem aan de slag.

Na een korte inleiding lezen we eerst de abjad-getallen op een astrolabium, en daarna ontcijferen we een sinustabel in een Arabisch handschrift. Zonder het te merken leren we ook hoe het Arabische alfabet werkt! We behandelen ook de speciale vorm van het abjad-systeem die gebruikt werd in Marokko en Algerije.

De deelnemers aan deze workshop krijgen voldoende kennis en materiaal mee zodat ze het abjad-systeem daarna zelf aan hun leerlingen kunnen uitleggen.

Deze workshop is onderdeel van een driedaags programma over astrolabia, dat door de begeleiders in Pakistan en Algerije is gegeven.



Aan de slag met onderzoekend leren Hoe gebruik je de inspiratie die je op de NWD opdoet in je les?

Amy Mol | Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

- 90 Tijdens deze workshop ga je opdrachten ontwikkelen gebaseerd op een onderwerp uit een voorgaande workshop, zoals bijvoorbeeld DNA of Pi. Tijdens het ontwerpproces wordt je ondersteund door commissieleden van de Wiskunde A-lympiade en Wiskunde B-dag. De Universiteit Utrecht organiseert deze wiskundedagen in teamverband al 30 jaar (zie <https://www.uu.nl/onderzoek/freudenthal-instituut/wiskunde-voor-teams>). De opdracht- en die leerlingen op zo'n dag moeten maken zijn gebaseerd op onderzoekend leren.

Onderzoekend leren is een leerproces waarin leerlingen een onderzoekende rol hebben en zelf actief betrokken zijn bij de ontwikkeling van kennis en vaardigheden. Leerlingen leren hierdoor onder andere om planmatig te werken, hun eigen kennis te construeren en gebruik te maken van hun creativiteit.

Naast de commissieleden zal ook de spreker van het onderwerp waarmee we gaan werken aanwezig zijn om de nodige inhoudelijke ondersteuning te geven. Je loopt de workshop uit met zowel praktische handvatten voor in je les als een theoretische onderbouwing gebaseerd op onderzoekend leren.

24



Space Flight and Celestial Mechanics in School

Torsten Poppe |

- 90 Space in all aspects is inspiring and fascinating to young people and others. Surprisingly, much can be treated with high school mathematics. It allows both mathematical exercise and technical or scientific insights. Rockets and why they have stages, orbital transfers, gravity assist manoeuvres, and how to plan, let us say a Mars mission, are intended as content. Furthermore, experiences in school and an outlook to related topics will hopefully find time. The contribution is mainly based on a mathematical textbook (U.Uffrecht, T.Poppe, "Himmelsmechanik und Raumfahrt", Klett, Stuttgart, 2002).



Wanneer gaan we weer van die mooie tekeningen maken met passer en zo?

Geke Scheepstra en Ger Scheepstra | VO 't Schylger Jouw / Midsland (Terschelling) en Maritiem Instituut Willem Barentsz Terschelling, onderdeel van NHL Stenden Hogeschool

- 90 Een vraag die je in de onderbouw wel eens hoort. En een vraag die ons de kans geeft ook de creatievere leerlingen enthousiast te maken voor de



wiskunde! Want wiskunde mag ook gewoon mooi zijn.

In deze workshop maken we kennis met eenvoudige constructies van de ellips, hyperbool, lemniscaat en de cirkels van Appolonius. Deze constructies zijn geschikt voor de onderbouw van het vmbo, havo en vwo. De basis is voor iedereen gelijk maar er kan gedifferentieerd worden naar creativiteit of onderzoeksvragen. Wat is bijvoorbeeld de invloed op de constructie als we variabelen veranderen?

We zullen de bewerkingen som, verschil, product en quotiënt verbinden met de verschillende figuren. Voor veel leerlingen is het verrassend de invloed van de 4 basisbewerkingen te ervaren in deze constructies. Tijdens de workshop gaan we na een korte uitleg zelf deze constructies maken. Hierbij is ruimte om de constructie te verfraaien (creativiteit) of om meerdere constructies te maken (antwoorden op onderzoeksvragen zichtbaar maken).

Dus neem vooral passer, liniaal en kleurpotloden mee!

De opdrachten zullen geschikt zijn voor klas 1 en 2 van het vmbo, havo en vwo.



Wiskunde met je ogen dicht (Wiskundige Denk Activiteiten, maar dan anders.)

Erik Scheurwater | Stedelijk Gymnasium Schiedam

90

Doe je ogen dicht en stel je voor: Op een vel papier teken je met potlood een horizontaal lijnstuk. Verdeel dit lijnstuk in drie even lange stukken. Kleur het linkerdeel rood en het rechterdeel groen. Het middelste deel krijgt geen kleur. Kijk nu naar het middelste deel. Verdeel dit weer in drie gelijke stukken....

Zo gaat deze visualisatie oefening nog even verder en wordt duidelijk waar dit heen gaat. In deze workshop ervaar je een aantal totaal verschillende visualisatie oefeningen¹ die direct toepasbaar zijn in de wiskundeles. Wat is de invloed van deze oefeningen op de manier van denken van de leerlingen? Daarna gaan we, met de ogen weer open, aan de slag met materialen die de leerlingen verder aan het denken zetten. Zelf de wiskunde erachter 'ontdekken' is hierbij het doel. De oefeningen zijn uitgewerkt op vwo-niveau, maar ook om te zetten naar havoniveau.



25



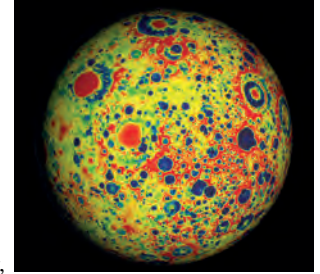
De Maan: ontrafeling van haar zwaartekrachtveld

Pieter Visser | Faculteit Luchtvaart- en Ruimtevaarttechniek, Technische Universiteit Delft

60

De Amerikaanse Maanmissie GRAIL (*Gravity Recovery and Interior Laboratory*) heeft met grote nauwkeurigheid en veel detail het zwaartekrachtveld van de Maan in kaart

gebracht. Kennis over dit zwaartekrachtveld vertelt veel over de structuur van de Maan en draagt tevens bij tot bijv. een veilige landing van toekomstige satellieten, bemand of onbemand, op haar oppervlak.



GRAIL bestond uit twee achter elkaar in formatie vliegende satellieten op een onderlinge afstand van tussen de 40 en 200 km. Deze afstand werd elke vijf seconden gemeten met een nauwkeurigheid van beter dan EEN tien-miljoenste van een meter, resulterend in miljoenen afstandsmetingen. Uit de variaties van deze afstand kon het zwaartekrachtveld worden afgeleid. In dit zwaartekrachtveld kunnen o.a. de welbekende maria (zeeën) worden gezien.

Voor het weergeven van het zwaartekrachtveld worden vaak speciale wiskundige functies gebruikt. Dit zijn de zgn. Legendre polynomen die een bol verdelen in sectoren, zones of in schaakbordpatronen. Deze functies worden vermenigvuldigd met schaalfactoren die uit de GRAIL metingen worden geschat. Voor de Maan worden meer dan twee miljoen van deze functies gebruikt. Dus miljoenen schaalfactoren dienen te worden geschat uit miljoenen metingen. Dit zijn enorme rekenpartijen, waarvoor supercomputers worden gebruikt. Een voorbeeld is de NASA Ames supercomputer die uit ettelijke honderdduizenden processoren bestaat.

26

Inzicht zal worden gegeven in hoe de berekeningen er uit zien en worden gedaan. Deze berekeningen resulteren in wonderschone kaarten van het zwaartekrachtveld van de Maan, die tevens zullen worden besproken.

Link: https://www.nasa.gov/mission_pages/grail/multimedia/zuber4.html

2 Het gemak van logaritmen

1| 3 Steven Wepster | Mathematisch Instituut Universiteit Utrecht

90

Logaritmen zijn in het begin van de 17^e eeuw uitgevonden om lastige berekeningen makkelijker te maken: ze maken het mogelijk om een vermenigvuldiging $x \cdot y$ om te zetten in een optelling $\log(x \cdot y) = \log x + \log y$. Als x en y getallen zijn met bijvoorbeeld acht significante cijfers dan blijkt dit een enorme tijdsbesparing op te leveren. Je hebt dan wel een tabellenboek nodig om de logaritme van de getallen x en y in op te zoeken, en ook om met de som van de logaritmen weer het product $x \cdot y$ terug te vinden. Deze techniek is nu in onbruik geraakt door de introductie van goedkope rekenmachines in de jaren zestig van de vorige eeuw, maar nog steeds kun je de essentiële kennis van logaritmen er goed mee overbrengen. In deze workshop ervaar je zelf hoe het is om met logaritmetabellen te werken en hoeveel tijd het kan besparen. Bovendien maak je kennis met een bijna vergeten voorloper van logaritmen, de zogenaamde “prostaphaerese”.



Wisrun

Joke Daemen, Jeanine Daems, Relinde Jurrius en Marjolein Kool | Freudenthal Instituut, Hogeschool Utrecht, Nederlandse Defensie Academie en Hogeschool Utrecht

90

Tijdens de Nationale Wiskundedagen 2014 vond voor de vierde maal de Wisrun plaats: een kruising van de Nationale Wetenschapsquiz, de Olympische Spelen en Holland's got talent. Sinds die tijd wordt de programmacommissie jaarlijks bestookt door overenthousiaste wiskundeleraren die smeken om een nieuwe editie van dit wonderlijke wiskundefenomeen, waarin wiskundekanjers en acteertalenten gezamenlijk tot grote hoogten stijgen.



De NWD van 2019 biedt eindelijk weer eens een aflevering van de Wisrun. In een zaal van de Koningshof hangen tientallen wiskundeopdrachten, die in 2 tot maximaal 10 minuten zijn op te lossen. De deelnemers werken in groepjes van 5 aan een opdracht en presenteren vervolgens de oplossing aan een deskundige jury, die punten geeft voor de oplossing, maar ook voor een loepzuiver gezongen oplossing, of een oplossing geplaatst in een Middeleeuwse setting met wildwesttaferelen, of een oplossing uitgevoerd in origami met brooddeeg. Creativiteit en inventiviteit kunnen roem, bewondering en extra punten opleveren. Sta echter niet te lang stil bij een voltreffer, want de klok tikt door en elke nieuwe opdracht kan nieuwe punten opleveren. Niet getreurd, want u zult toch een winnaar zijn. Elke deelnemer aan de Wisrun ontvangt een boekje met de Wisrun-opgaven. Daarmee kunt u op uw eigen school aan de slag gaan. Natuurlijk is het daar in deze workshop in de eerste plaats om begonnen. Wiskunde kan ook op uw school voor elke leerling een uitdaging en stimulans zijn, dus niet alleen voor de wizzkids. Voor deelname aan de Wisrun is een wiskundeknobbel handig, maar acteertalent, gouden handjes, uithoudings- en doorzettingsvermogen zijn even onmisbaar. De Wisrun scherpt het verstand en test de lachspieren. Wie niet kan samenwerken, kan wel inpakken.

Wie aan de Wisrun deelneemt, moet meenemen: passer, rekenmachine, geodriehoek, schaar, ruitjespapier, gezond verstand en gevoel voor humor.



Rekenen met geheime data

Daniël Worm | TNO

90

Bij veel wiskundige problemen is de input bekend, en zit de uitdaging in het komen tot het antwoord. Maar wat als meerdere partijen gezamenlijk een wiskundige berekening willen doen op hun data, maar deze data niet met elkaar willen of mogen delen? Denk bijvoorbeeld aan data die niet gedeeld mag worden vanwege strenge privacy-wetgeving.

Als eenvoudige illustratie, stel je voor dat een aantal mensen graag hun gemiddelde salaris wil berekenen, maar niemand wil dat zijn of haar eigen salaris aan iemand anders bekend wordt gemaakt. Kunnen ze dan nog steeds het antwoord uitrekenen? Het verrassende antwoord hierop is 'ja'. Door middel van 'Secure Multi-Party Computation', een verzameling van cryptografische technieken, is het mogelijk om berekeningen te doen op data van meerdere partijen, alsof het in een gedeelde database zit. Tegelijkertijd kunnen de partijen met wiskundige zekerheid elkaars data nooit inzien.

In deze workshop introduceren we deze technieken en geven we voorbeelden van relevante toepassingen hiervan in de echte wereld. Daarnaast zullen we meer vertellen over de wiskundige technieken die hierachter zitten, en welke uitdagingen hierbij een rol spelen. Ook zullen we in groepjes met elkaar daadwerkelijk een 'Secure Multi-Party Computation'-protocol uitvoeren.





Ervaar de kracht van Systematisch Creatief Probleem oplossen

Hans Baaijens | 1995-2018 Philips/Philips Lighting, nu zelfstandig

90

Het belang van creatief probleem oplossen als vaardigheid voor werknemers wordt onderkend door het World Economic Forum in hun top 3 lijst van “Top Skills”. De vraag is echter: “hoe kun je daar een methodiek voor leren?” En: “is er een methodiek, die ook nog eens breed inzetbaar is voor allerlei uiteenlopende problemen, zodat het een basisvaardigheid is?” Als ervaren R&D medewerkers van Philips hebben wij door Design Thinking te combineren met de TRIZ theorie een methodiek ontwikkeld die de gebruiker veel structuur en houvast biedt via een duidelijk stappenplan. In de creatieve fase gebruiken we oplossingsstrategieën zoals deze door uitvinders eerder zijn toegepast. We hebben deze methodiek met succes uitgebreid toegepast tijdens workshops met honderden docenten en leerlingen uit het middelbare school onderwijs (bovenbouw Havo/VWO) en hoger onderwijs (zie bijvoorbeeld <http://brainport-scholen.nl/verhalen/we-moeten-creatiever-zijn-dan-een-robot/>). Doe mee met deze interactieve workshop en ervaar zelf de kracht van Systematisch Creatief Probleem Oplossen.



Figuur 1 Hans Baaijens (links) en Christoph Dobrusskin (rechts) met de TRIZ kaarten die gebruikt worden tijdens de workshop.

29



Diep in de problemen zitten...

Rogier Bos en Paul Drijvers | Freudenthal Instituut Universiteit Utrecht

90

Problemen aanpakken kan enorm leuk en motiverend zijn, zeker als het je lukt de oplossing te vinden. Met een goed probleem kun je als docent leerlingen prikkelen, porren, en aanzetten tot wiskundige denkactiviteit. Maar kunnen de leerlingen dat wel, probleemoplossen? Kost het niet te veel tijd? Hoe kun je hen hierin begeleiden zodat ze wat leren in plaats van gefrustreerd raken? In deze workshop komen wiskundige problemen aan bod die goed aansluiten op het curriculum. We bespreken hoe je ze kunt inzetten, zodat ze een constructieve bijdrage hebben aan het leerproces. Via een observatie-experiment zullen we inzien hoe je leerlingen kunt begeleiden aan de hand van een goed doordacht plan van hints en heuristieken. Je loopt de workshop uit met zowel praktische handvatten als een theoretische onderbouwing van de inzet van problemen in de les. Zodat je leerlingen voortaan probleemloos diep de problemen in kunnen, zonder dat je zelf diep in de problemen raakt.





Wiskunde in blockchain technologie: minen, cryptografie en hacks

Frank Brinkkemper | Topicus.Finance

60

In het afgelopen jaar heeft de Bitcoin, en de ten grondslag liggende blockchain technologie, een enorme populariteitsvlucht gemaakt. Deze techniek is bedacht in 2008 door de mysterieuze entiteit Satoshi Nakamoto. Met behulp van een stukje wiskundige vernuftigheid maakte hij een geldsysteem waarbij niemand elkaar hoeft te vertrouwen. Frank Brinkkemper is sinds enkele jaren gefascineerd door deze technologie en heeft zich er tot in de bodem in verdiept. Hij zal een introductie geven in deze technologie, en ingaan op verschillende onderwerpen waar wiskunde van belang is in deze technologie.



PQRS-Q 5^{de} keer

Matthijs Coster (Defensie en Wiskundetijdschrift Pythagoras) en
Odette De Meulemeester

90

De workshop, het vijfde deel van puzzels, raadsels en spelletjes is een echte workshop. Je werkt anderhalf uur in tweetallen aan een afwisselende serie opdrachten die verschillend zijn van de voor-gaande keren. Je speelt spelletjes tegen elkaar, je maakt puzzels met vlinders en stoeltjes en deze keer is ook Nijntje van de partij om symmetrie bij pentomino's te zoeken. Er is een keur aan raadsels om op te lossen en er zijn ook een paar tips om de Pi-dag te vieren. Bij veel van deze onderdelen, om niet te zeggen bij alle onderdelen gebruik je concreet materiaal. Bij veel vraagstukken kun je zelf nadien veel variaties bedenken door bijvoorbeeld de spelregels iets te veranderen. Dit kan je dan ook aan je leerlingen vragen en dan kunnen ze hun zelf uitgevonden puzzels onderzoeken.

De wiskundige voorkennis van alle deelnemers van NWD is voldoende om van onze workshop te genieten. Om een oplossing te vinden is een doortastende, frisse geest vereist. De meeste opdrachten zijn ook zeer geschikt om in de klas te doen en de werkvorm is dat zeker ook. Aan het eind neem je een hand-out mee met alle opdrachten en krijg je ook de antwoorden. Zoals de voorgaande keren kunnen de deelnemers ook alle gebruikte materiaal onder elkaar verdelen en zijn er leuke prijzen voor de deelnemers die de opdrachten goed vervuld hebben (soms heb je ook de factor geluk nodig)



30



De toekomst van examens wiskunde

Madelon Groenheiden en Jos Remijn | CITO

90

Cito is 50 geworden. En in al die jaren zijn er steeds examens wiskunde gemaakt. In dit jubileumjaar hebben wij als toetsdeskundigen vaker dan gebruikelijk teruggekeken naar wat we nu al die jaren geproduceerd hebben. Je kunt dan zien dat er een lange weg is afgelegd. Het vak wiskunde is veranderd maar niet alleen dat: ook de examens

van nu zijn fors anders dan die van de eerste Mammoetjaren bijvoorbeeld. Alleen al dat inzicht is reden om over examens van de toekomst na te denken. Het is onmiskenbaar zo, dat er zaken zullen gaan veranderen: dat gebeurt altijd. Maar hoe? Hoe kan een examen wiskunde er in, pakweg 2030 uitzien? Wordt het examen digitaal, flexibel, adaptief? Wat zouden we willen? Wat is onvermijdelijk? En: wat willen we niet? Bij deze presentatie willen we, in gesprek met de aanwezigen, verkennen wat de mogelijkheden/onmogelijkheden zijn. Het kan zijn dat we u enkele scenario's voorleggen en van u vragen om op basis van zo'n scenario een schets van een toekomstig wiskunde-examen te maken. En we denken er nog over om diegene die het examen van 2030 het beste voorspeld blijkt te hebben, in aanmerking te laten komen voor een prijs. Wat dat is, is nu nog niet te voorspellen.



Wiskunde voor vragen die je laten denken

Martha Hoebens en Trudy van der Kolk | Bedrijf in de Klas in samenwerking met Driestar Educatief



60

Welke verzekering is voor mij het voordeligst? Welk mobieltje wil ik kopen? Is deze investering de moeite waard? Wat moet ik bestellen en waar? Hoe kan ik dit efficiënter doen?

Dit is zomaar een greep uit vragen die iedereen kent. Uit het dagelijkse leven of in een werksituatie. Veel van deze vragen hebben een economische achtergrond. Wat doe jij om antwoorden te vinden?

Ja natuurlijk, je zet je (wiskunde) kennis en inzichten in. Maar wat doe jij om je leerlingen te laten ervaren hoe hun (wiskunde) kennis en inzichten helpen bij het vinden van antwoorden? Het wiskundeonderwijs wordt praktischer, bruikbaar en betekenisvoller als we de leerlingen reële vraagstukken voorleggen.

In deze workshop gaan we aan de slag om op basis van zulke echte vragen open opdrachten te ontwerpen die je meteen daarna in je klaspraktijk kunt gebruiken. Wiskunde waar iedereen wat aan heeft op elk niveau.

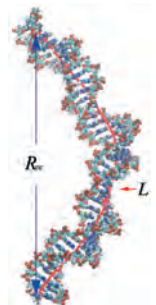
Het is handig om een device bij je te hebben voor toegang tot internet.

31



Meetkunde in de cel

Timon Idema | TU Delft, Faculteit Toegepaste Natuurwetenschappen Afdeling Bionanoscience



90

Menselijk DNA heeft een totale lengte van twee meter, opgevouwen in een celkern met een doorsnee van ongeveer een micrometer. Proppen past niet, maar oprollen kan ook niet, want dan kan het DNA niet meer gelezen worden. De door de natuur gevonden oplossing is een meetkundige structuur die we in deze

(1) Figuur uit Xi Zhang et al., *J. Chem. Phys.* 147, 054901 (2017), © AIP Publishing, gebruikt met toestemming.

workshop gaan ontrafelen. We kijken naar de wiskunde achter de bekende dubbele-helix vorm van het DNA en die van één-dimensionale structuren (het DNA) in de drie-dimensionale ruimte (de cel). Met een (letterlijk) houtje-touwtje model blijken we een heel eind te kunnen komen in het begrijpen hoe de driedimensionale structuur in elkaar zit, en hoe microscopische (eiwit)-machines het DNA in een levende cel kunnen uitlezen en kopiëren.



O3 Algoritmen: diverse benaderingen vanuit diverse culturen Different cultures – different approaches to reasoning and algorithms in mathematics

Vincent Jonker | Freudenthal Instituut Universiteit Utrecht



	$\begin{array}{r} 23 \\ 12 \times \\ \hline 46 \\ 230 + \\ \hline 276 \end{array}$	
		2 7 6



Deze presentatie heeft een Engelse ondertitel omdat dit een workshop is vanuit het Europese project Inklusme. In dit project hebben we lesmateriaal verzameld voor het onderzoeken en zelf uitvinden van algoritmen. Binnen de wiskunde werken we regelmatig met algoritmen. Het gaat er hierbij om dat leerlingen inzicht krijgen hoe een algoritme werkt, maar vooral ook hoe je zelf kunt nadenken over een regel of een vast patroon van handelingen. Door leerlingen zelf er toe aan te zetten verschillen te ontdekken in algoritmen of zelf een algoritme te maken wordt het (abstract of logisch) redeneren versterkt. In deze workshop starten we met enkele eenvoudige voorbeelden uit diverse culturen en contexten, en vervolgens willen we de aanwezigen vragen zelf dergelijke voorbeelden aan te dragen en/of te ontwerpen.

Aan het eind van de workshop laten we ook zien hoe internationale netwerken rond algoritmisch denken (zoals Bever: bebras.org; Kangoeroe: aksf.org; CSUnplugged: csunplugged.org) benut kunnen worden in de wiskundeles.



Coderingstheorie: meer enen en nullen voor een betere digitale communicatie

Relinde Jurius | Nederlandse Defensie Academie

90

Waarom werkt een cd ook met een kras erop? Wat voor nut heeft de “X” in sommige ISBN-nummers? Waarom werkt een QR code op een bushokje ook als er deels graffiti overheen is gespoten? Hoe zorgt een ruimtesonde ervoor dat de doorgestuurde data van verre planeten geen last heeft van atmosferische storingen? Hoe bepaalt de bank of je een geldig IBAN invoert?

Het wiskundige antwoord op al deze vragen is hetzelfde: coderingstheorie.

In de digitale communicatie sturen we boodschappen door die bestaan uit enen en nullen. Het komt weleens voor dat door ruis een 1 in een 0 verandert, of andersom.

We willen natuurlijk niet dat een enkele fout gelijk de hele betekenis van onze boodschap verandert. Daarom voegen we, voor het versturen, wat extra nullen en enen toe: als er dan een paar veranderen, kan je nog steeds achterhalen wat er gestaan moet hebben. Vergelijk het met taal: als je in een woord een paar letters verandert, kan je vaak nog psima begriprn wat er had meoten staan.

Eén van de eerste succesverhalen van de coderingstheorie was de toepassing in het programma van de Mariner ruimtesondes. Waar de Mariner 4 het nog zonder coderingstheorie most doen, had de Mariner 9 dit wel tot zijn beschikking, waardoor er veel meer en betere foto's van het oppervlak van Mars de aarde bereikten.

In deze workshop gaan we dieper in op deze verbetering. Verder (de)coderen we de Hamming code, spelen we een spelletje tegen een niet-zo-eerlijke tegenstander, scannen en maken we QR-codes, en ontdekken we hoe je rijtjes getallen zoals rekeningnummers kan beschermen tegen menselijke fouten.

33



Vind mijn volgende lievelingsnummer: de wiskunde achter muziekdiensten

Cynthia Liem | TU Delft

90

Hoe ontdek je nieuwe muziek? Wat zijn liedjes die goed bij je passen? Vroeger gingen we hiervoor naar de platenzaak, luisterden we naar de radio, en wisselden we albums en singles uit met vrienden. Vandaag de dag zijn verschillende diensten op het Internet (denk bijvoorbeeld aan Spotify en YouTube) echter onze belangrijkste bronnen geworden om naar muziek te luisteren en nieuwe muziek te ontdekken.

Het totale universum aan liedjes is echter heel groot: zo groot dat je meer dan een mensenleven nodig zou hebben om alles te beluisteren. Hoe vind je dan je weg in dit universum? Dankzij slimme algoritmische filters!

In deze workshop staan we op interactieve wijze stil bij de technieken achter zulke filters, waarin een aantal fundamentele concepten uit de wiskunde en informatica

voorbij komen. Denk hierbij aan modelleren, algoritmische complexiteit en het bepalen van afstanden in ruimtes.

De workshop komt voort uit lopende initiatieven om een diverser jonger publiek (met name onderbouw vwo) te interesseren voor de exacte wetenschappen. Ook dit onderwerp zal tijdens de workshop aan bod komen.

Het grootste deel van de workshop zullen we echter bezig zijn met interactieve discussie, en actief werken met de handen en het hoofd. Het workshopmateriaal zal verder openbaar worden gedeeld, zodat het ook mee de klassen in kan worden genomen.

Vereiste voorkennis: stelling van Pythagoras

Doelgroep: iedereen (met focus op onderbouw vwo)



Het schatten van de moeilijkheidsgraad

Ger Limpens en Ruud Stolwijk | CITO



60

Na afloop van een examen vindt er vaak discussie plaats over de moeilijkheid van dat betreffende examen. Daarbij kan men zich verlaten op de analyses zoals

Item	nr.	Gew.	0/D	Mis- singl	Max	Gen	T	Gewogen	Sd	RSK	Rit	Rtr	AR	I-Rel.	Score	Freq
1	1	0	0	1	3	2,89	96	0,40	0,13	22	18	72	1	0	2	6 92
2	1	0	0	1	4	2,71	88	1,64	0,41	45	32	71	1	19	11	7 57
3	1	3	7	1	3	2,21	74	1,22	0,41	35	25	72	1	20	6	7 67
4	1	4	9	1	4	2,48	62	1,62	0,41	37	23	72	1	24	5	9 21 40

34

die door Cito al snel na de examenperiode gepubliceerd worden: daar tref je dan de empirisch geconstateerde p-waarden aan. En natuurlijk vindt de gemeenschap van wiskundedocenten daar dan wat van. Niet dat men het altijd met elkaar eens is: je kunt dan wel zien of een examenvraag door veel leerlingen goed of slecht gemaakt blijkt te zijn maar of dat daarmee een te moeilijke of te makkelijke vraag is, levert een andere discussie op. In deze workshop houden we ons niet zozeer bezig met die laatste vraag maar wel met de vraag hoe moeilijk een bepaalde vraag is, kijkend naar de populatie voor wie de vraag bedoeld is. We gaan, met andere woorden, proberen de p-waarde van een vraag te voorspellen. Bij het maken van een examen is dat namelijk een van de zaken waar we veel tijd aan besteden: door middel van pretesten (het uittesten van potentiële examenopgaven onder examenkandidaten), maar ook door het oordeel te vragen van (bij de constructie betrokken) deskundigen. En dat het inschatten van de moeilijkheid van vragen moeilijk is, dat blijkt daarbij regelmatig. Benieuwd of u dit beter kunt? In deze workshop kunt u deze boeiende uitdaging zelf aangaan!

Robots in het onderwijs

Margot Neggers | TU Eindhoven

90

Sociale robots worden tegenwoordig steeds meer gebruikt in verschillende sectoren, zoals bijvoorbeeld in de ouderenzorg of bij therapie voor autistische kinderen. Ook in het onderwijs lijkt er een taak weggelegd te zijn voor robots. De werkdruk van docenten ligt

erg hoog, dus het is wenselijk als een robot ze kan ontlasten.

In verschillende wetenschappelijke onderzoeken is al aangetoond dat robots creativiteit en nieuwsgierigheid bij leerlingen kunnen opwekken en dat les van een robot ook effectief is om vaardigheden aan te leren. Omdat sociale vaardigheden en improvisatievermogen ook van belang zijn in het onderwijs, zal een robot nooit een menselijke leraar kunnen vervangen, maar eerder ondersteunen. Een robot is het meest geschikt als docent in een klein groepje leerlingen of in een 1-op-1 setting, waar de robot dan gemakkelijk dezelfde lesstof meerdere keren kan uitleggen. Naast dat een robot gebruikt kan worden om het reguliere onderwijs aan te vullen, is het ook uitermate geschikt om leerlingen kennis te laten maken met techniek en programmeren.

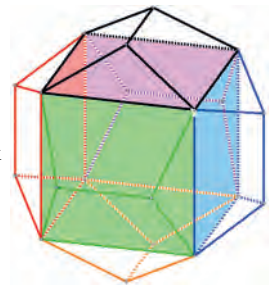


Wiskunde, daar zit wat in; doen en (door)denken

Rob van Oord

90

In de workshop bekijken we hoe (de vijf) regelmatige lichamen in elkaar passen. Er zijn vermakelijke verbanden te zien. Een achthvlak in een viervlak in een kubus in een twaalfvlak. Ook proberen we uitdagingen te zoeken in het vinden van andere relevante vragen. Doorsneden en diagonalen komen vanzelfsprekend om de hoek kijken. Zie figuur 1.



Kubus in twaalfvlak

Om zelf de modellen te kunnen maken moeten ook bouwplaten gemaakt worden. Ik geef enkele handige tips die voor een mooi resultaat zorgen. Er zijn ook software programma's die je helpen om snel een bouwplaat te maken. Geocadabra van Ton Lecluse is een van die programma's.

In groepjes wordt gewerkt met modellen en er kan ook aan bouwplaten geknutseld worden. Voor de fanatiekelingen liggen er uitdagingen in berekeningen van ribben, diagonalen en inhoud.

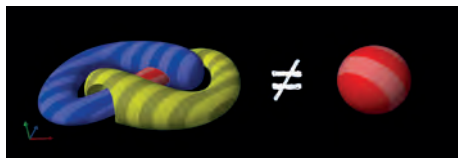
Omdat meetkunde vrijwel geheel uit de bovenbouw verdwenen is, hoort kennis en inzicht van ruimtelijke figuren wel tot de basiskennis van een docent wiskunde. Er zijn behalve de formules van Euler nog tal van andere interessante vragen. Aan jullie de taak om op een uitdagende manier toch dit mooie stukje wiskunde onder de aandacht van de leerlingen te brengen. Graag help ik jullie een beetje op weg door jullie te inspireren. Bijvoorbeeld door de zes "dakpunten" van een twaalfvlak naar binnen te klappen. Dan ontstaat er een kubus met een holte. Zie foto. Welke vorm heeft die holte? Kun je de inhoud van die holte berekenen?

abstractere voorstelling aan de hand van een lijnenconstructie. Op die manier kunnen leerlingen met een minimale kennis van muziek ook het verband tussen muziek en wiskunde ervaren en de wiskundige transformaties zoals spiegeling en homothetie herkennen zowel op de notenbalk van het muziekstuk als op de grafische voorstelling ervan en op de voorstelling aan de hand van een vlakke figuur. Er werden leermaterialen ontwikkeld voor de onderbouw en uitgetest in verschillende Vlaamse scholen (eerste graad secundair onderwijs in Vlaanderen).



Hoger sferen in de knoop

Roland van der Veen | Universiteit Leiden



- 90 Iedereen weet dat je een touwtje in de knoop kunt leggen, maar kun je hetzelfde doen met een boloppervlak? In deze workshop zullen we zien hoe sferen inderdaad in de knoop kunnen raken in de vierdimensionale ruimte. Stapsgewijs bouwen we aan technieken om de vierde dimensie te zien en te begrijpen hoe oppervlakken zich daar bewegen. Hiervoor gaan we zelf aan de slag met opgaven ondersteund door eenvoudige modellen van papier en touw. Uiteindelijk zul je niet alleen hogerdimensionale knopen kunnen leggen maar ook kunnen bewijzen dat ze nooit meer los gaan.



The beginnings of the history of mathematics: Mathematics in ancient Egypt

Annette Warner Imhausen | Goethe Universiteit Frankfurt

- 45 The history of mathematics often considers its beginnings in ancient Egypt and in Mesopotamia. Both cultures have left mathematical texts, that is texts that explain how certain mathematical issues were handled. In the beginning, these mathematical texts of Egypt and Mesopotamia were read and understood against the background of modern mathematics and interpreted as the precursors of some modern mathematical structures, e.g. algebraic equations. However, the sophistication of these texts can only be grasped by respecting their form, which is different from most modern mathematics.

This presentation will introduce you to the Egyptian side of this story and the historiographical issues that are involved in the study of ancient mathematics.

Van DNA tot bitcoin

Sander Wuyts | Universiteit Antwerpen en Vrije Universiteit Brussel

60

DNA is de basis van het leven. En vandaag de dag misschien nog net dat tikkeltje meer. De laatste jaren werd er immers fors wat onderzoek gedaan naar de mogelijkheden om DNA als nieuwe informatiedrager te gebruiken. Zo werd vorig jaar, ter gelegenheid van z'n 20^e verjaardag, het album Mezzanine van Massive Attack niet op CD of LP gedrukt, maar wel op DNA.



Sander is een onderzoeker aan de Universiteit Antwerpen en Vrije Universiteit Brussel. Hij gebruikt allerlei DNA-technieken om verschillende vraagstukken in de microbiologie op te lossen. Bijna exact een jaar geleden haalde Sander het wereldnieuws doordat hij als allereerste een bitcoin verstoep in DNA kon claimen. Naast de bitcoin vond hij ook één PDF en 3 PNG-bestanden terug.

Ontdek samen met hem de wondere wereld van data opslag op DNA en hoe je (in godsnaam) daarmee een bitcoin kan winnen.



Freudenthal Instituut

**Samen werken aan innovatief
en inspirerend bètaonderwijs**



- De digitale wiskundeomgeving met materiaal voor rekenen en wiskunde op alle niveaus
- Het Teaching & Learning Lab om samen met docenten vernieuwend onderwijs te ontwikkelen
- Conferenties voor leraren en lerarenopleiders: WND, Woudschoten Chemie, NWD en ECENT/Elwier



Universiteit Utrecht

Freudenthal Instituut

Postbus 85170, 3508 AD Utrecht
030 - 253 11 79
info@fi.uu.nl
www.freudenthalinstituut.nl

Buiten het programma

De NWD is in belangrijke mate bedoeld als ontmoetingsplaats. De diverse pauzes bieden u de gelegenheid van gedachten te wisselen met collega's en sprekers.

Maar er is meer te doen!

Dit is een vrij programma. Kijk op de dag zelf naar de activiteiten of loop gewoon eens langs!

- 16:45 - 18:00 uur: Happy Hour en workshops van diverse organisaties op de informatiemarkt.
- 21:30 - 22.00 uur wiskundequiz
- 22.15 - 24.00 uur: MathsJam
- 21:30 - 0:30 uur spelletjesmarkt
- 21:30 - 0:30 uur: muziek
- 21:30 - 23:30 uur: filmvertoning

Wiskundequiz

Doe mee met de wiskundequiz! Met de hele zaal spelen we een spannende voorronde: een afvalrace met tweekeuzevragen (petje op, petje af, maar dan met stembordjes).

De opgaven van de quiz vereisen weinig wiskundige voorkennis, maar doen wel een beroep op uw creativiteit!

Zorg dat u er ruim op tijd bent, want het aantal plaatsen is beperkt. De quiz wordt georganiseerd door Sietske Tacoma en Rogier Bos van het Freudenthal Instituut en wordt gepresenteerd door Marjolein Kool.

NWD2019 – MathsJam

Wat in 2008 begon in Londen als een informele bijeenkomst van leraren wiskunde, liefhebbers van het betere raadsel, academici en mensen uit de industrie (onder impuls van de Australische comedian Matt Parker. Heeft u zijn boek *Things to make and do in the fourth dimension* nog niet gelezen? Een aanrader) is intussen uitgegroeid tot een mondiaal begrip. Er zijn nu MathsJams o.a. in Auckland, Berlijn, Cambridge, Lagos en Sydney, en dichterbij ook in Gent en Antwerpen, maar vreemd genoeg nergens verder in Nederland. In navolging van vorig jaar, dit jaar de tweede MathsJam van de NWD onder leiding van Rudi Penne, Paul Levrie en David Eelbode!

Spelletjes

De spelletjes staan vanaf 21.30 uur in de buurt van de Brabantzaal.

Muziek

The Medium Bangers zijn zeer verheugd dit jaar op de Nationale Wiskunde Dagen de muziek bij de borrel te mogen verzorgen. Ze spelen eigen composities met veel improvisatie: een mix van jazz, funk, blues, latin, lounge en rock. De band zal zich wel thuisvoelen op de NWD, want het is een echte beta-band, opgericht door een groep vrienden van de beta-studievereniging A-Eskwadraat van de Universiteit Utrecht. De naam van de band heeft dan ook een natuurkundige oorsprong: het eerste idee was “The Big Bangers” (verwijzend naar de oerknal), maar dit werd te pretentius bevonden en dus werd het “The Medium Bangers”. Voor een voorproefje kun je de muziek van The Medium Bangers terugvinden op iTunes, Spotify en YouTube.
Drums: Peter-Paul van Maanen, basgitaar: Remco van der Dussen, toetsen: Jasper Huiskamp, gitaar: Rogier Bos

<https://www.facebook.com/mediumbangers/>

‘s Avonds treedt voor u op: Trio Bluf! Trio BLUF is een akoestische coverband uit Vlaanderen die steeds opnieuw weet te verrassen door een wervelende show in het publiek te brengen en hun setlist speelt opbouwt met nummers op aanvraag.

Funrun

Een vast onderdeel van de Nationale Wiskunde Dagen is de funrun op zaterdagochtend. Dit jaar een nieuw parcours van 6 km. Deelname is gratis en als beloning krijgt u na afloop een t-shirt. Voor de snelste dame en de snelste heer is er een echte (wissel)beker. Vanaf 6:30 uur staan koffie, thee en bananen klaar in de lobby. De start van de funrun is stipt om 7 uur ‘s ochtends, voor de ingang van NH Koningshof. Wandelen mag trouwens ook, maar dan adviseren we u het halve rondje van 3 km te doen en wat eerder te vertrekken. U kunt de funrun ook skeeleren. Er is geen tijdslimiet, maar u wordt vriendelijk verzocht vóór de lunch terug te zijn.

Wisknutselhoek

Wil je ook wat wiskundig knutselen of gewoon lekker ontspannen bezig gaan met wol, karton, papier, hout, schaar, lijm? Kom dan langs in de WisKnutselhoek onder leiding van Florine Meijer! Wij laten onze eigen knutsels zien en hebben materiaal klaar liggen waarmee je zelf aan de slag kunt met bv kartonnen bouwsels van platonische lichamen, gehaakte meetkundige objecten, origami en puzzels.
NB: Het is handig als je potlood, geodriehoek, passer bij je hebt. Bedenk dat een knutsel vaak niet in 5 minuten af is, dus neem er even de tijd voor. Alleen kijken mag, maar zelf iets maken is leuker!

Informatiemarkt

organisatie	toestemming
4TU.AMI	https://www.4tu.nl/ami/en/
bettermarks	https://nl.bettermarks.com
Boom Voortgezet Onderwijs	https://boomvoortgezetonderwijs.nl
Casio Benelux bv	www.casio-educatie.nl
Dedact	https://learnbeat.nl
Eduhint B.V.	www.smartwiskunde.nl
Epsilon Uitgaven	www.epsilon-uitgaven.nl
Freudenthal Instituut	https://www.uu.nl/onderzoek/freudenthal-instituut
HP/De Rekenwinkel	www.derekenwinkel.nl
itsacademy	www.itsacademy.nl
Nederlandse Wiskunde Olympiade	www.wiskundeolympiade.nl
Networks	www.networkpages.nl
Noordhoff Academy	nog onbekend: logo en link
Noordhoff Uitgevers, Getal en Ruimte	www.noordhoffuitgevers.nl
Noordhoff Uitgevers, Moderne Wiskunde	www.noordhoffuitgevers.nl
NVvW	www.nvww.nl
Optische Fenomenen	www.optischefenomenen.nl
Prowise	https://www.prowise.com/nl/
Pythagoras	www.pyth.eu
RESOLF	http://resolf.nl/
Rijksmuseum Boerhaave	www.rijksmuseumboerhaave.nl
Snappet Wiskunde	https://vo.snappet.org/
Stichting de Wageningse Methode	www.wageningse-methode.nl
Stichting Math4all	www.math4all.nl
Stichting Wiskunde Kangoeroe	www.w4kangoeroe.nl
Studyflow Rekenen	www.studyflow.nl
Texas Instruments	education.ti.com/nl
Vierkant voor Wiskunde	www.vierkantvoorwiskunde.nl
Wereldwiskunde Fonds	https://nww.nl/werkgroepen/wereldwiskunde-fonds

De openingstijden van de informatiemarkt zijn:

vrijdag 10:00 - 11:00 uur
12:00 - 18:30 uur

zaterdag 08:30 - 11:45 uur

Nationale Wiskunde Dagen 2020

De zesentwintigste NWD wordt georganiseerd op 31 januari en 1 februari 2020.
Uw opmerkingen op het evaluatieformulier van dit jaar zijn daarbij zeer nuttig.

Organisatie:

Joke Daemen

Saskia Klaasing

Mariozee Wintermans

Programmacommissie		Uitvoerend comité	
Gunther Cornelissen	Hans van Lint	Mieke Abels	Fridolin van der Lecq
Jeanine Daems	Marjolein Kool	Sylvia van Borkulo	Florine Meijer
Michiel Doorman	Sjoerd Rienstra	Rogier Bos	Amy Mol
Paul Drijvers	Michel Roelens	Marianne Dijke-Droogers	Sietske Tacoma
Swier Garst	Dirk Siersma	Tom Goris	Wim van Velthoven
Tom Goris	Jeroen Spandaw	Dédé de Haan	Monica Wijers
Job van de Groep	Hans Sterk		
Relinde Jurrius	Lidy Wesker		

Nationale Wiskunde Dagen

Freudenthal Instituut

Postbus 85170, 3508 AD Utrecht

tel. 030-253 9818

e-mail: nwd@uu.nl, website: www.uu.nl/onderwijs/nationale-wiskunde-dagen en

twitter: [@nwdconf](https://twitter.com/nwdconf)

43

De Nationale Wiskunde Dagen worden georganiseerd door het Freudenthal Instituut van de Universiteit Utrecht.

Deze gids is ook beschikbaar in pdf op onze site of download de app

De vijfentwintigste NWD wordt gesteund door bijdragen van de WiskundEbrief, HP de Rekenwinkel, Noordhoff Uitgevers, Casio, Resolf en Noordhoff Academy

 **RESOLF**[®]

 Noordhoff Uitgevers

 Noordhoff Uitgevers
Academy



 rekenwinkel[®]
Verstand van school(materialen)

CASIO

**Wiskund
E-
brief**

Overzicht sprekers

Vrijdag 1 februari

Blok 1 13:45-14:30/14:45 uur

Marleen Balvert	DNA
Fedde Benedictus	Wiskunde en cultuur
Frits Beukers	Overig
Anthony Brown	Wiskunde naar de maan
Aad Goddijn	In hogere sferen
Josette Farrugie en Michiel Doorman	Wiskunde en cultuur
André Heck	In Hogere sferen
Melanie Steentjes en Nicolette Jurgens	CITO 50 jaar
Martin Kindt	Het getal Pi
Peter Lanser	Overig
Joeri van Leeuwen	Wiskunde naar de maan
Ger Limpens en Ruud van Stolwijk	CITO 50 jaar
Hans van Maanen	Het getal Pi
Peter Pabon	Wiskunde en muziek
Michel Roelens	Denken Door Doen
Klaas Slooten	DNA
Bert Wikkerink	Denken Door Doen
Wadim Zudilin	Allemaal getallen

Vrijdag 1 februari

Blok 2 15:15-16:45 uur

Erik van Barneveld en Peter Kop	WisEbrief docenteprijs winnaar
Jeanne Breeman en Hans van Lint	Denk door doen
Luc Van den Broeck	Het getal Pi
Anthony Brown	Wiskunde naar de maan
Ivo Claus en Irene van Stiphout	CITO 50 jaar
Birgit van Dalen en Quintijn Puite	Wiskunde en probleemoplossen
Johan Deprez	Wiskunde en economie
Wilma van Donk en Frank van Megen	Docentenworkhop
Katharina Floesser en Monica Wijers	Wiskunde en cultuur
Jan Hogendijk, Wilfred de Graaf en en Tom Reijngoudt	Wiskunde en cultuur
Amy Mol	Overig
Herr D Poppe	Wiskunde naar de maan
Geke Scheepstra en Ger Scheepstra	Denk Door Doen
Erik Scheurwater	WisEbrief docenteprijs winnaar
Pieter Visser	Wiskunde naar de maan
Steven Wepster	Allemaal getallen
Wisrun	25 jaar NWD
Daniel Worm	Wiskunde en probleemoplossen

Zaterdag 2 februari

Blok 3 9:00/9:15 – 10:00/10:30 uur

Hans Baaijens	Wiskunde en probleemoplossen
Rogier Bos en Paul Drijvers	Wiskunde en probleemoplossen
Frank Brinkkemper	Wiskunde en Economie
Matthijs Coster en Odette De Meulemeester	Denken Door Doen
Madelon Groenheiden en Jos Remijn	CITO 50 jaar
Martha Hoebens en Trudy vd Kolk	Wiskunde en economie
Timon Iedema	DNA
Vincent Jonker	Wiskunde en cultuur
Relinde Jurrius	Wiskunde naar de maan
Cynthia Liem	Wiskunde en Muziek
Ger Limpens en Ruud van Stolwijk	CITO 50 jaar
Margot Neggers	Overig
Rob van Oord	Denken Door Doen
Iris Yuping Ren	Wiskunde en muziek
Damaris Schindler	Allemaal getallen
Mieke Schuermans, Renaat Frans en Jeroen Vanesser	Wiskunde en muziek
Roland van der Veen	In Hogere sferen
Annette Warner-Imhausen	Wiskunde en cultuur
Sander Wuyts	Wiskunde en DNA

