Wat komt na
punt, lijnstuk, vierkant, kubus?

Meetkunde met meer ruimte

NWD 2019

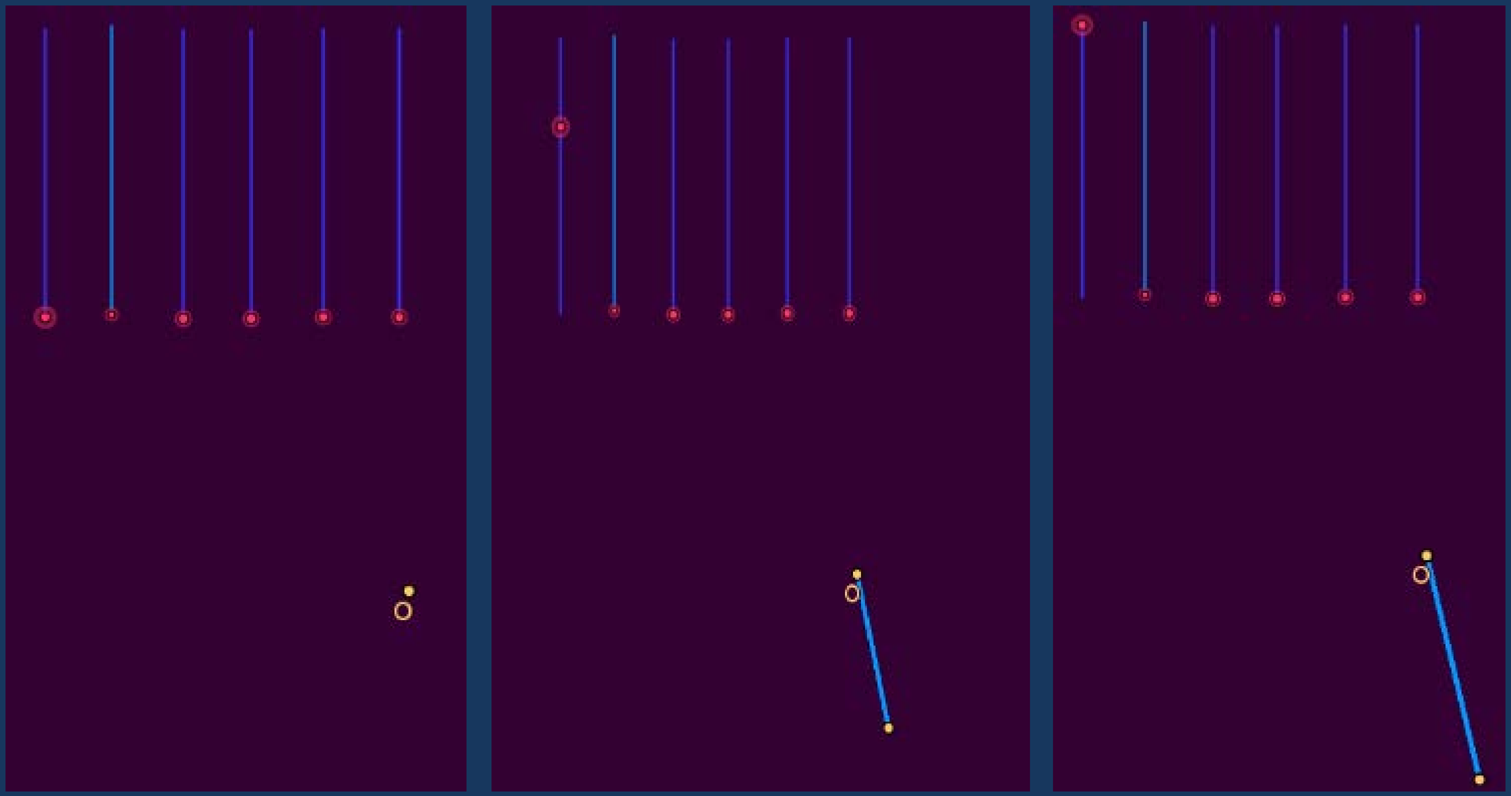
Aad Goddijn

Deze ppt en gebruikte software 'Alle Kubussen' beschikbaar op NWD website.

Wat komt

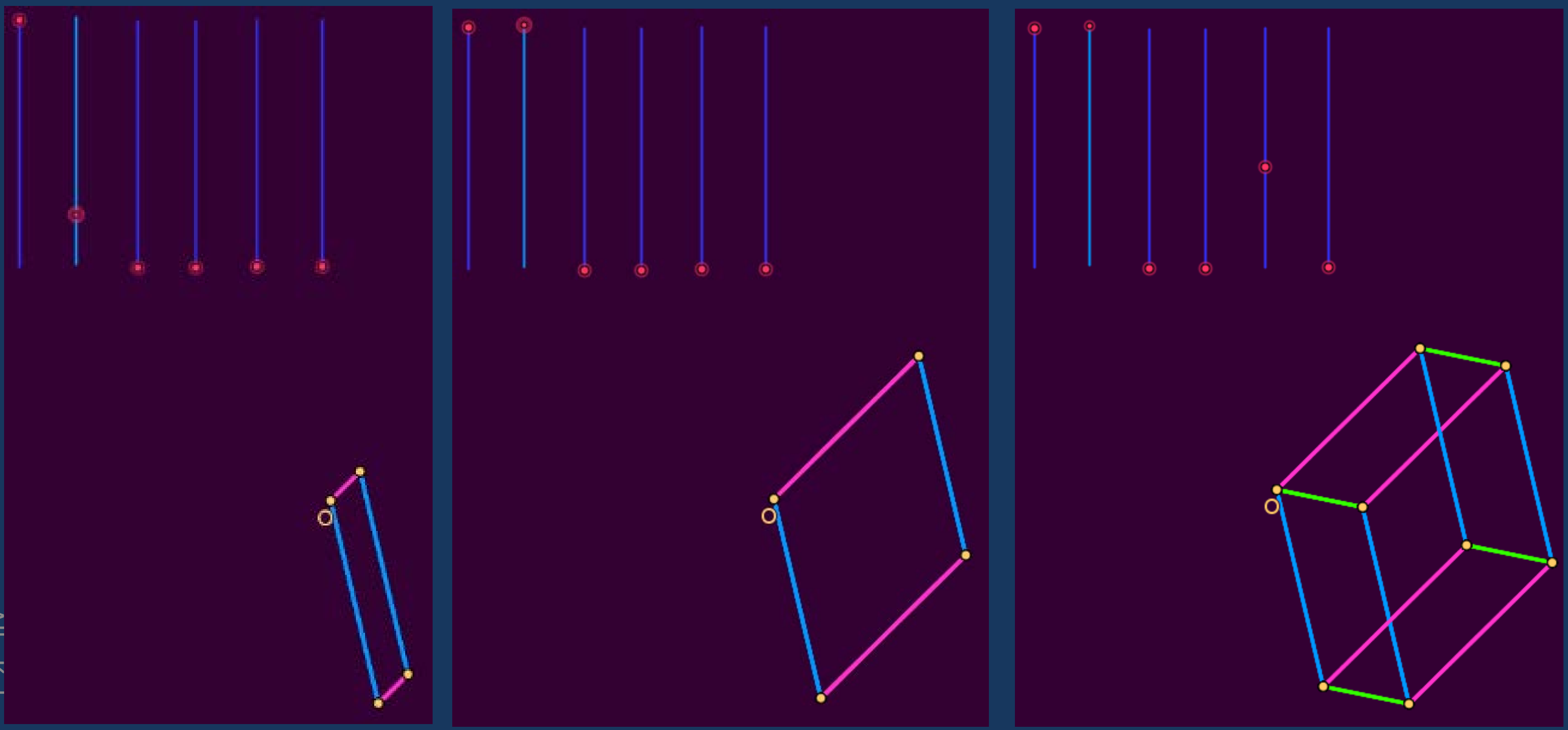
- Constructie van *alle* kubussen
- Tellen met 3 pijltjes
- Ruimere ruimte , met meer mogelijkheden
- Ongezonde spiegelingen
- Een Dali op-vouwen
- Dreigingen uit D4 en juwelen in D7
- Een perfecte kluwen van 24 oktaëders
- Isometrische beelden met zeldzame gaatjes
- Extra informatie

Constructie: in stappen met GGB (a)
<< constructieHk.ggb



Alles (.. 1 punt) wordt gekopieerd en er ontstaat een verbinding;
er ontstaat een *lijntje*.

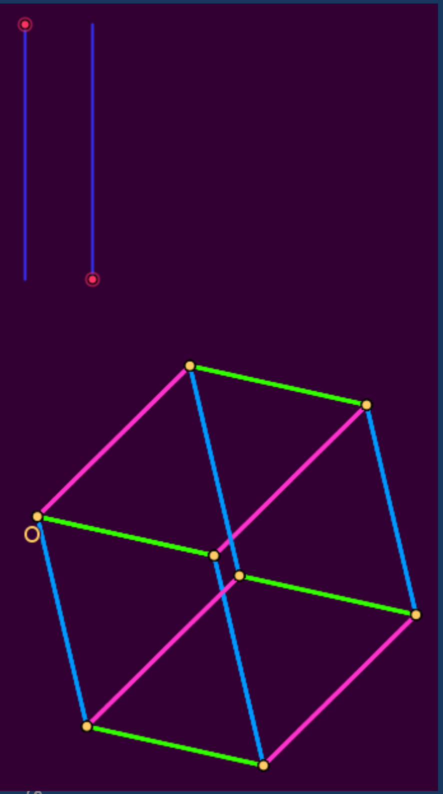
Constructie: in stappen met GGB (b)

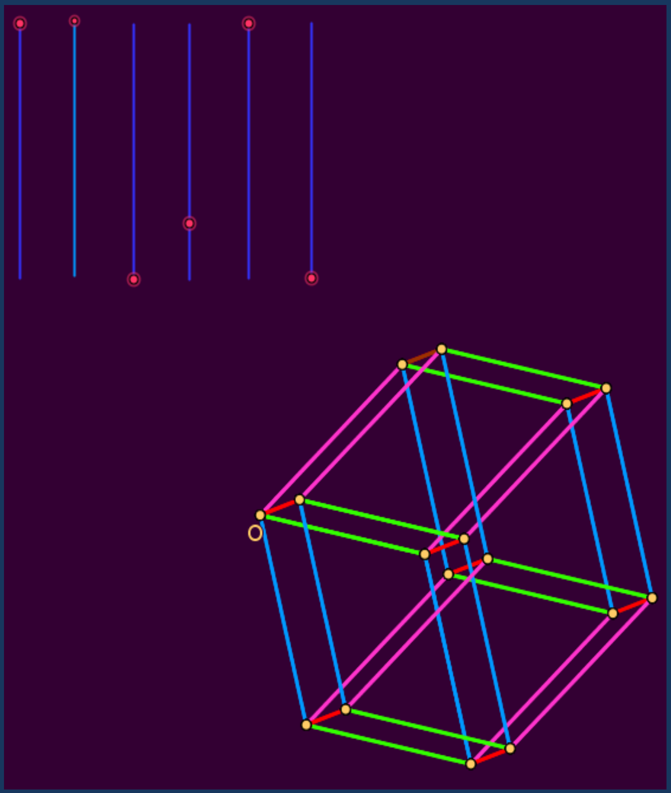


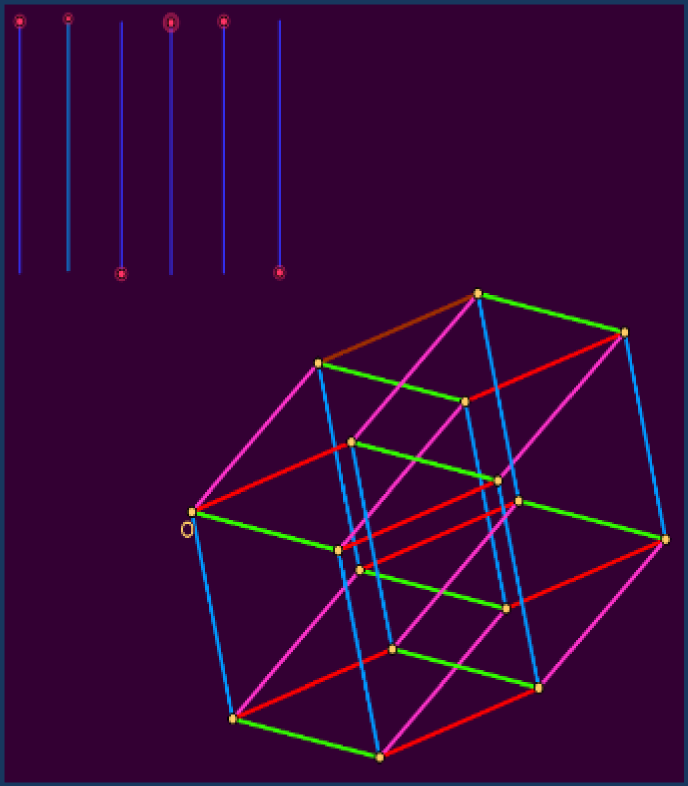
Alles wordt gekopieerd: nieuwe punten en lijntje. En er ontstaan verbindingen; lijntjes, een vlakje. Een *vierkant*!

Alles wordt gekopieerd: nieuwe punten, lijntjes, vlakjes. En er ontstaan verbindingen; lijntjes, vierkanten, een *kubus*!

Constructie: in stappen met GGB (c)



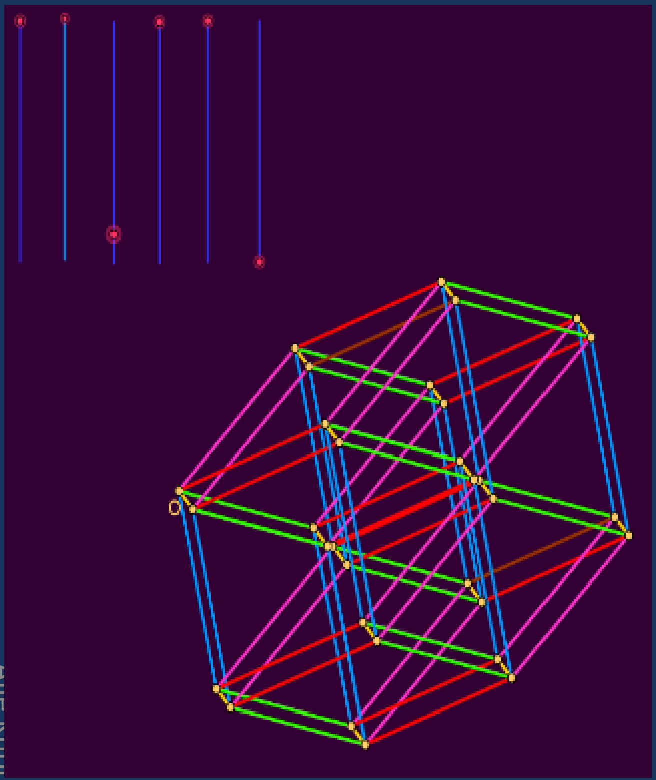


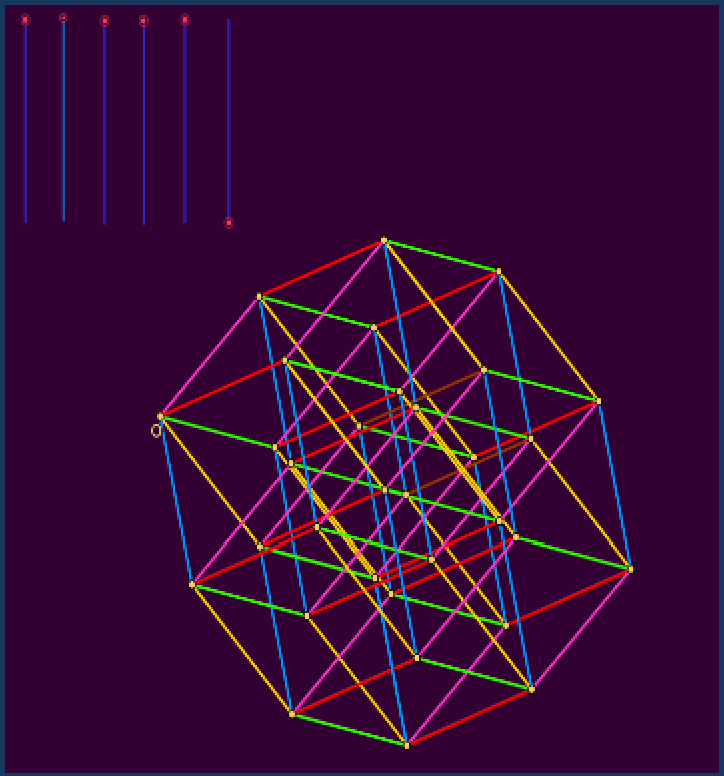


opieerd: nieuwe
vlakjes. En er
dingen; lijnt*jes*,
kubus!.

Alles wordt gekopieerd: nieuwe
punten, lijntjes, vlakjes, kubussen. En er ontstaan
verbindingen; lijntjes, vierkanten, kubussen.
En een *tesseract*!

Constructie: in stappen met GGB (d)





, . . . , . . . ,

Alles wordt gekopieerd: nieuwe punten, lijntjes, vlakjes, kubussen, tessaracten. En er ontstaan verbindingen; lijntjes, vierkanten, kubussen, tesseracten. En er ontstaat een *H5*!

Constructie van de rij

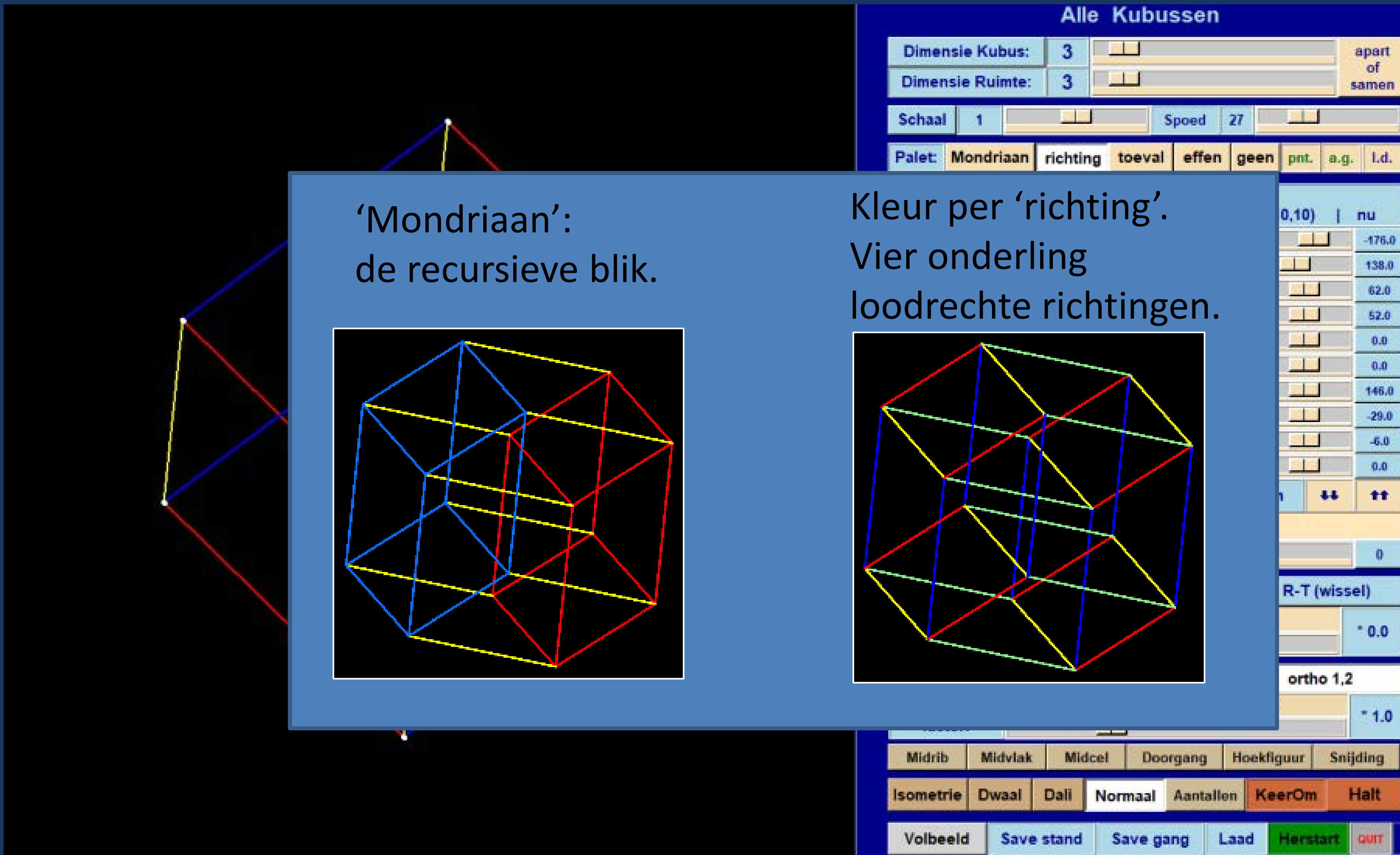
H_0 (punt), H_1 (lijnstuk), H_2 (vierkant), H_3 (kubus),
H_4 (hyperkubus, tesseract), H_5 , H_6, …, H_n (hyperkubus *n*) , . . .

Recursief geconstrueerde rij:
elk element gebouwd volgens vast recept
uit het voorgaande.

Je ‘kent’ nummer H_n
omdat je wee t HOE H_n
gemaakt is uit de H_{n-1} *DIE JE AL KENT.*

Maar er blijven nog vragen, conflicten met oude 3D-intuïties en ...
veel verrassingen.

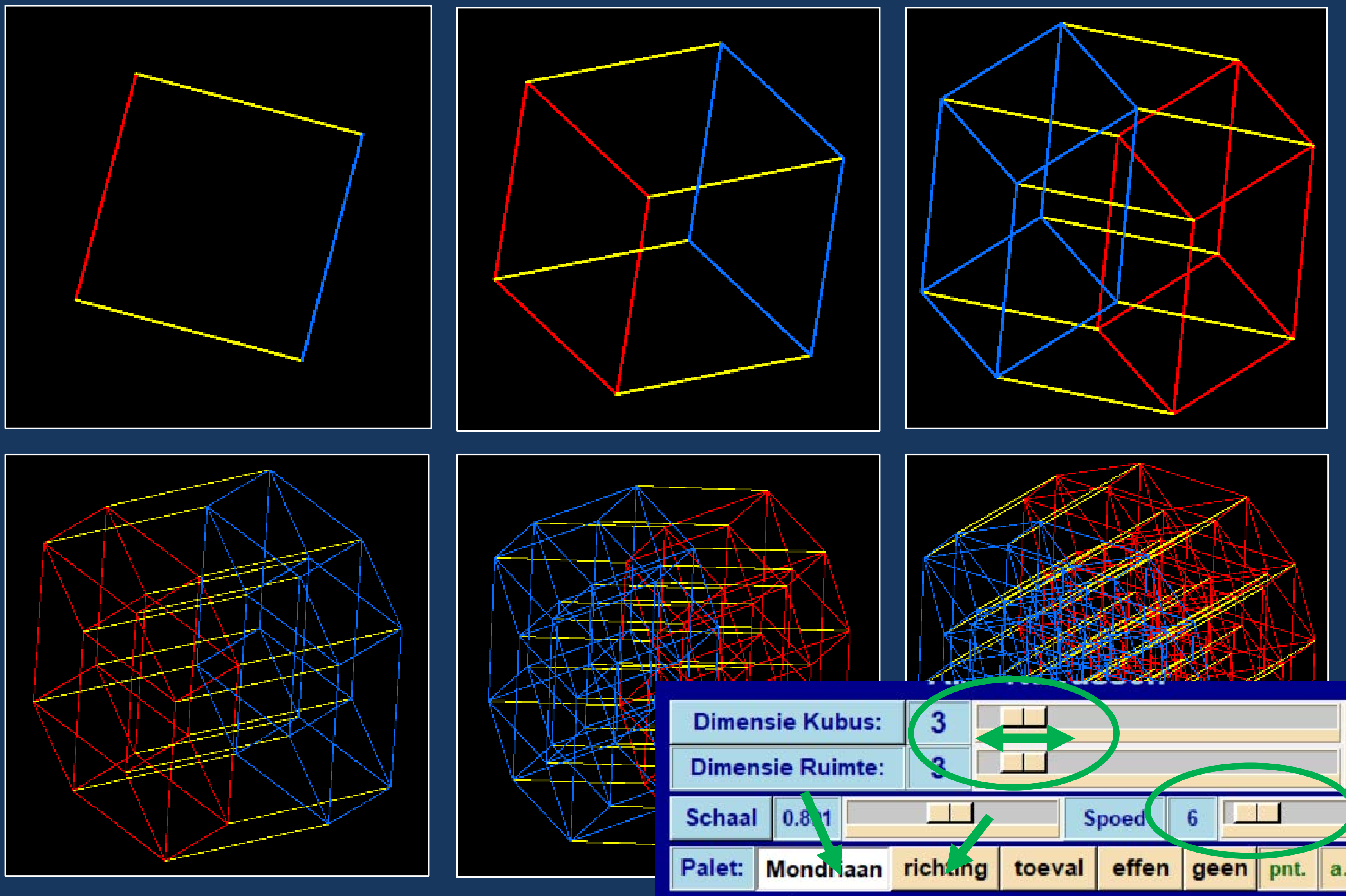
Kijkprogramma; kleurschema’s



‘Mondriaan’:
de recursieve blik.

Kleur per ‘richting’.
Vier onderling loodrechte richtingen.

‘De Stijl’: recursie zichtbaar



Tellen met recursie

$N_{k,n}$ = aantal *deelobjecten* van dimensie *k* in H_n

		aantal deelobjecten van dimensie					
		punten	lijntjes	vierkanten	kubussen	hyperk. H4	H5
dim		0	1	2	3	4	5
0	punt	1					
1	lijntje	2	1				
2	vierkant	4	4	1			
3	kubus	8	12				
4	hyperkubus			$N_{2,4}$			
5	H5						

Leeg = 0

oprekking

vorige

kopie

$N_{1,3} = 12$ $N_{2,4} = ??$ $N_{3,5} = ??$

Bekend als coëfficiënten van ..

		aantal deelobjecten van dimensie					
		punten	lijntjes	vierkanten	kubussen	hyperk. H4	H5
n		0	1	2	3	4	5
	punt	1					
	lijntje	2	1				
	vierkant	4	4	1			
	kubus	8	12	6	1		
	hyperkubus	16	32	24	8	1	
	H5				40		

$$(2+x)^2 = 4 + 4x + 1x^2$$

$*x$ $\quad$ $* \ 2$

$$(2+x)^3 = 8 + 12x + 6x^2 + 1x^3$$

$$(2+x)^4 = 16 + 32x + 24x^2 + 8x^3 + 1x^4$$

$N_{k,n}$ = coëfficiënt van x^k in $(2 + x)^n$

$$N_{k,n} = \binom{n}{k} 2^{n-k}$$

Totaalaantal objecten
Stelling van Euler-Poincaré

$N_{k,n}$ = coëfficient van x^k in $(2 + x)^n$

$x = 1$: totaal aantal objecten H_n is

$$N_{0,n} + N_{1,n} + N_{2,n} + N_{3,n} + \ldots + N_{n,n} = (2+1)^n = 3^n$$

$x = -1$: alternerende som van aantallen is

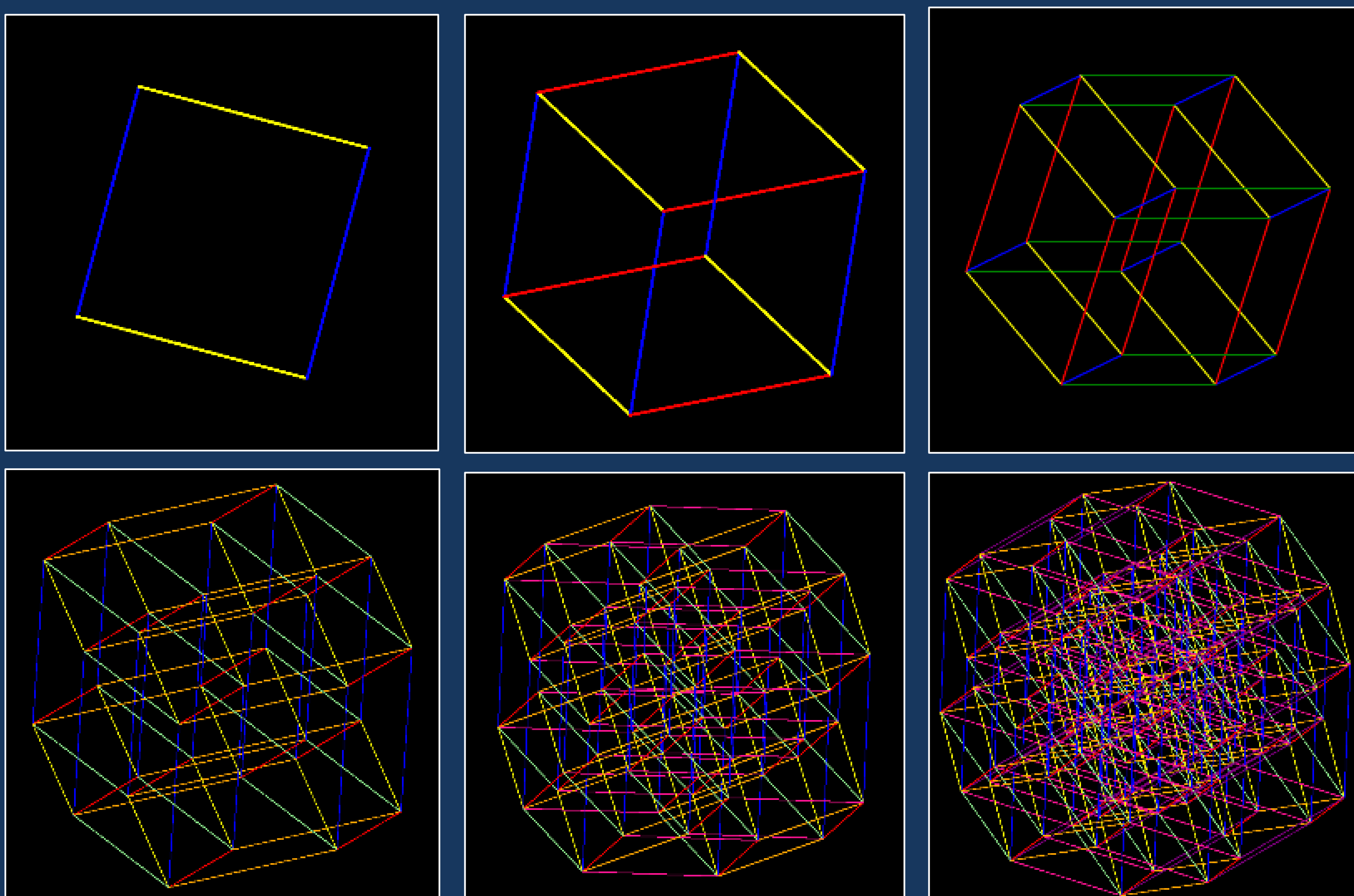
$$N_{0,n} - N_{1,n} + N_{2,n} - N_{3,n} + \ldots \pm N_{n,n} = (2-1)^n = 1$$

Kubus: *8 - 12 + 6 - 1 = 1*

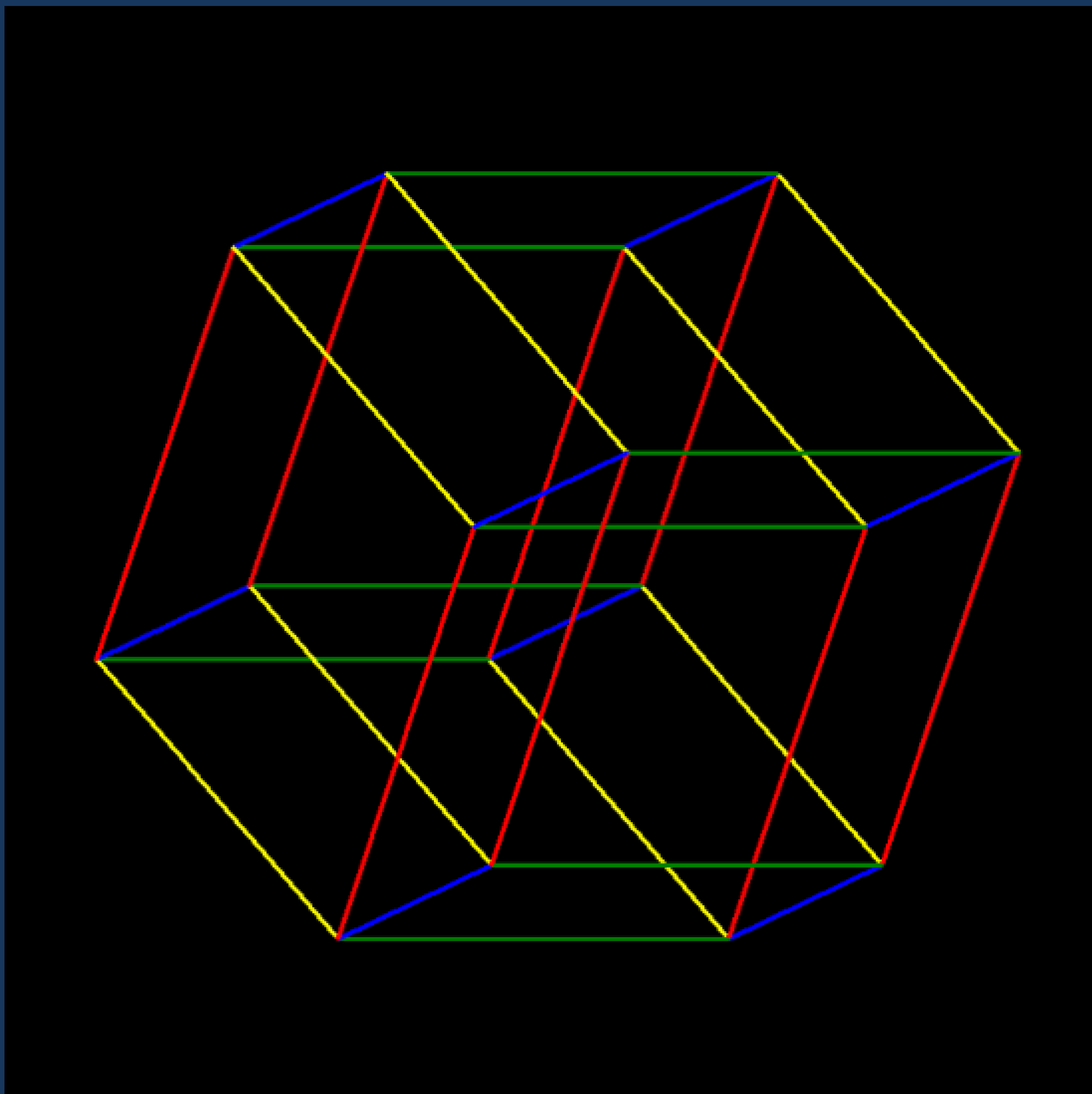
8 - 12 + 6 = 2

EP geldt voor alle (enkelvoudig samenhangende) polytopen.
Hier alleen bewezen voor de maatpolytopen H_n

Kleur per richting



Oefen kijken naar de H_4



- Focus op een rood-geel-blauw kub.
- Vind de 6 aangrenzende kubussen.
- Waar grenzen die zes allemaal ook aan?

- (Doe hetzelfde vanuit een groen-geel-blauw kubus als start.)

- Kies een vlakje. Van hoeveel/welke kubussen is dat een?
- -----------
- Kies een ribbe. Van hoeveel/welke kubussen is die een ribbe?

Theorie I: Hoekfiguur van de 4D-ruimte

Houten vierbeen uit een *4-dimensionale ruimte*, opgevouwen op een 2-dim. vloer.

De vier benen geven vier onafhankelijke *ruimterichtingen* aan.

DEMONSTRATIE van het gebruik:

1. Elke twee benen zijn onderling loodrecht. (Per definitie …)
2. Drie benen bepalen een gewone 3D ruimte. Elke keus van drie!
3. Rood staat loodrecht op de hele geel-blauw-groen ruimte.
   Geel staat loodrecht op de hele blauw-groen-rood ruimte. Enz.
4. De twee vlakken, bepaald door groen-geel en rood-blauw, hebben slechts één punt gemeen.
   Bovendien: elke lijn in het ene vlak staat loodrecht op alle lijnen in het andere vlak op elke lijn uit het andere vlak.

Theorie II: Het 4D-wonder van *draaien om een vlak*

Draaien zonder schuiven in 3-D:

Er is een lijnvormige as, die stilstaat.

Elk punt draait in een cirkel in een vlak loodrecht op die as.

Denk in 4D aan een punt, dat draait om O in het groen-geel vlak, dus om de rode as.

Het punt draait dan *ook om de blauwe as;*

want die staat *ook* loodrecht op het groen-geel vlak

En om *elke* lijn in rood-blauw, want ……….

5. We zien:

het punt draait om het rood-blauw vlak

(Advies: lig hier maar eens nachtje wakker van …..)

Axiomatisch mimimum:

Buiten een vlak ligt zeker één punt

Theorie IV: Coördinaten, matrix van draaiing (3, 6, α)

Een rotatiematrix draait een vector over hoek α om een stilblijvende 5D-deelruimte in dimensie 7:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\alpha) & 0 & 0 & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin(\alpha) & 0 & 0 & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{pmatrix}$$

Dit rekenwerk doet de computer voor ons ; met veel punten, en voor veel beelden per seconde.

Wij zien het resultaat: een afbeelding van iets D7-ac htigs,

Het coördinaten-systeem is ook een *model* waarin alle genoemde meetkundige wonderen kloppenmet rekenen en algebra.

Dat garandeert de *consistentie* van onze nieuwe (vreemde) meetkunde(n).

Bestaat de 4D-ruimte?

Antwoord:

Het hangt ervan af wat je met ‘bestaan’ bedoelt …

G.W.F. Hegel (1821):

.. was *gedacht* ist, *ist*; und daß, was *ist*, nur *ist*, insofern es Gedanke ist.

A.J. Goddijn (1/2/2019):

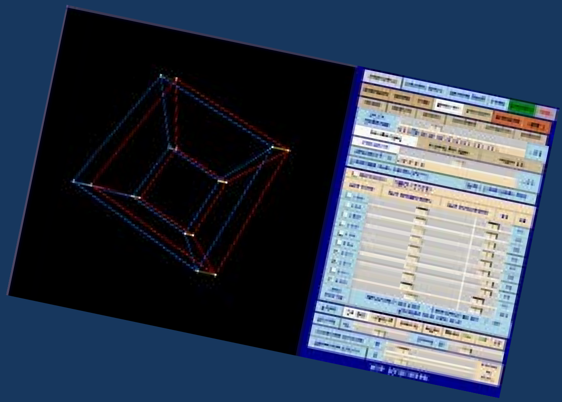
Wij spreken [impliciet, wiskundig] af hoe we gaan redeneren over onze gedachteconstructie.

Plaatjes en computerprogramma’s zijn hulp,

de n-D werkelijheid zit in de activiteiten die je in je hoofd uitvoert.

Aan de slag!

Komt dat zien!



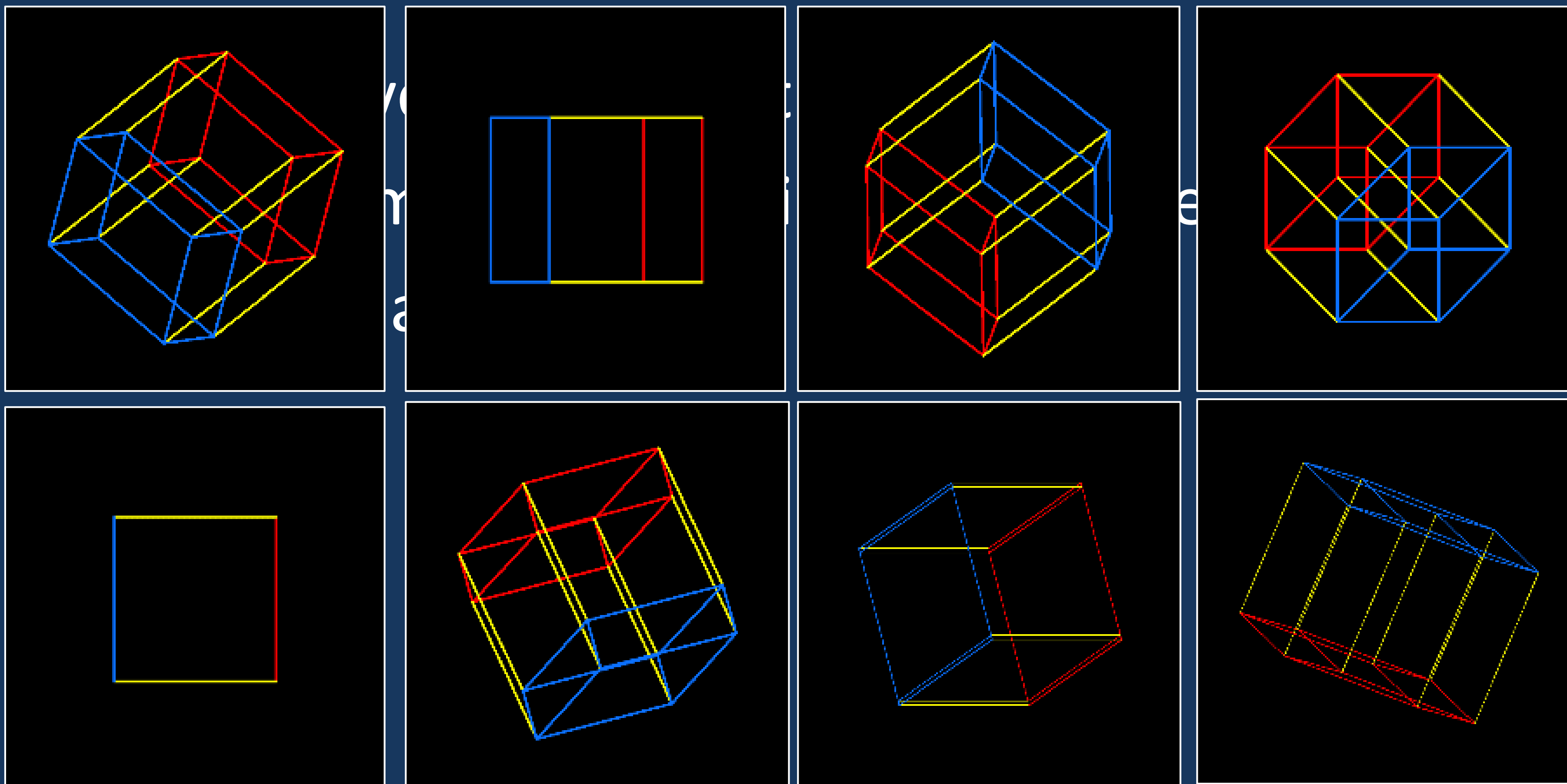
Draaiende H4 in R4 <H4inR4.hyp>

Draaiende H2 in R3 <H2inR3.hyp>

Twee geheel loodrechte even snelle draaiingen

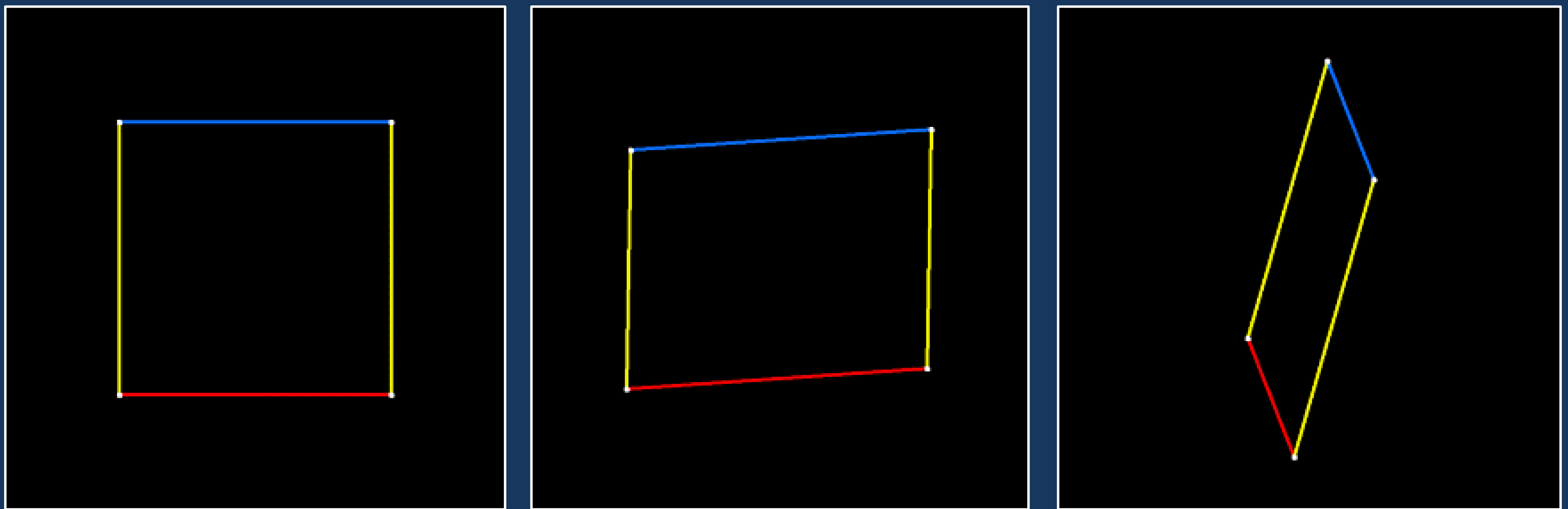
<Clifford23en14.hyp>

Draaiende H_4 in 4D-ruimte

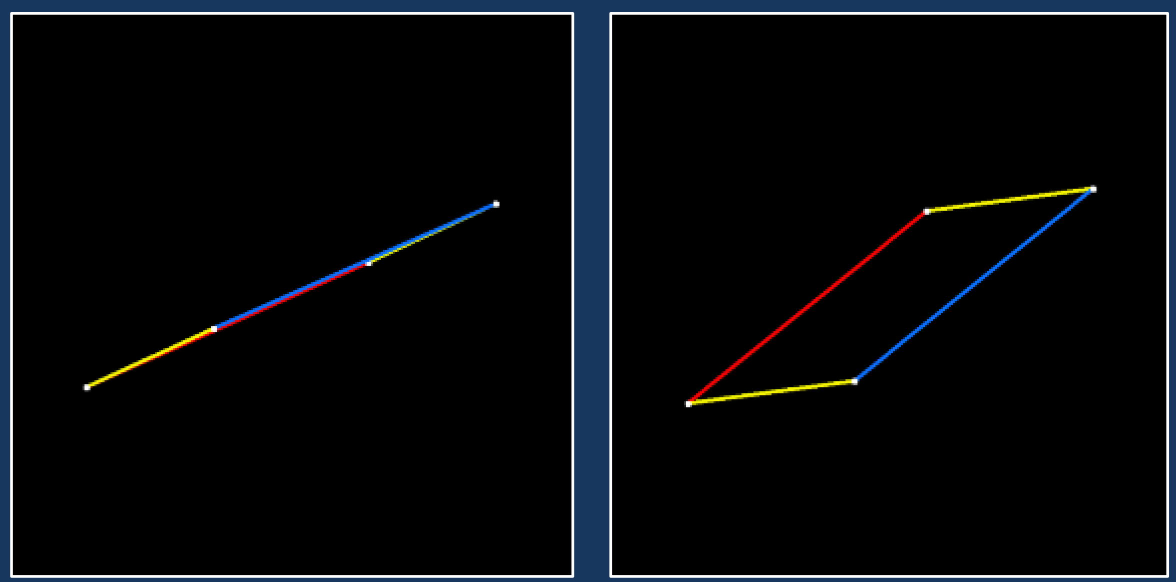


Dit is steeds hetzelfde object,
maar steeds vanuit een andere richting gezien.
<H4inR4.hyp>

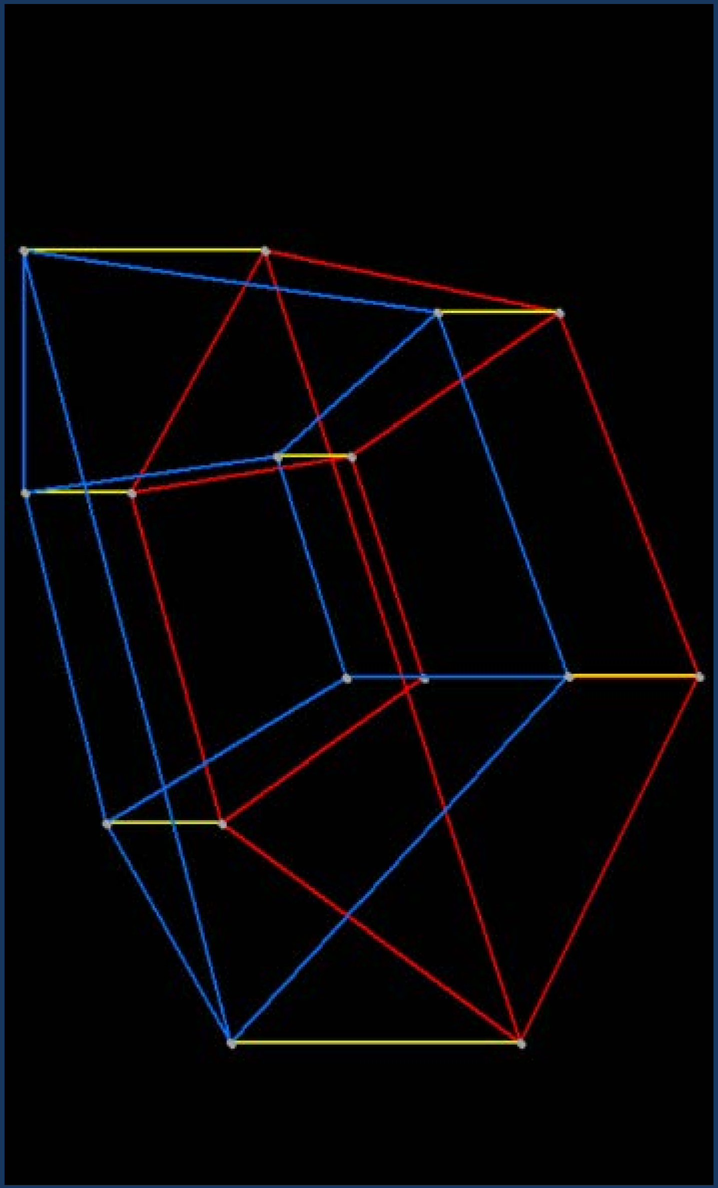
Draaiende H_2 in 3D-ruimte

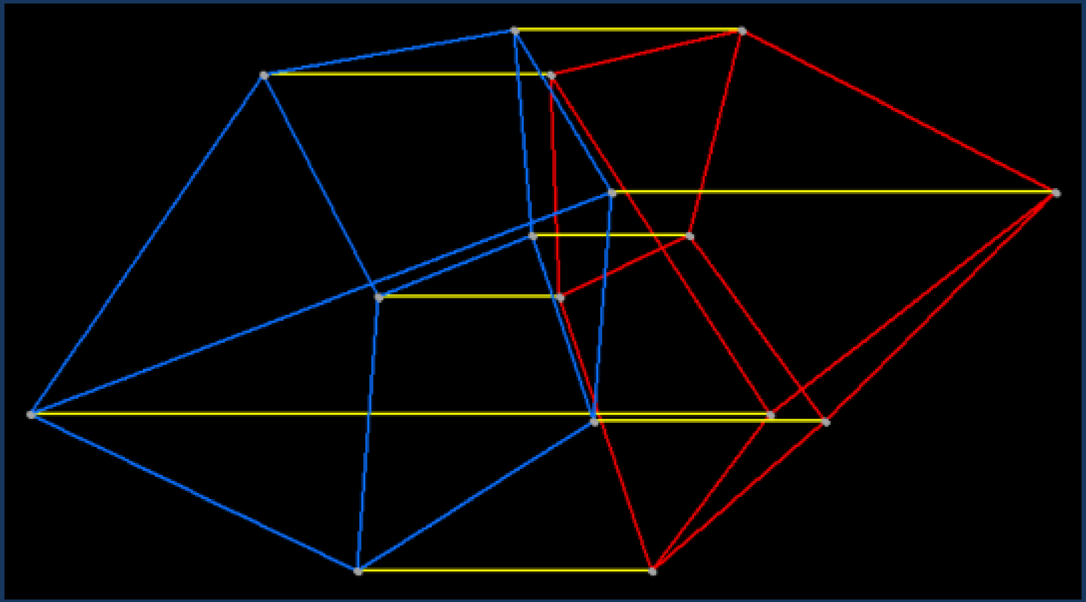


Echt, de H_2 zelf verandert niet! Je ‘ziet’ hem wel steeds in een andere stand. <H2inR3.hyp>



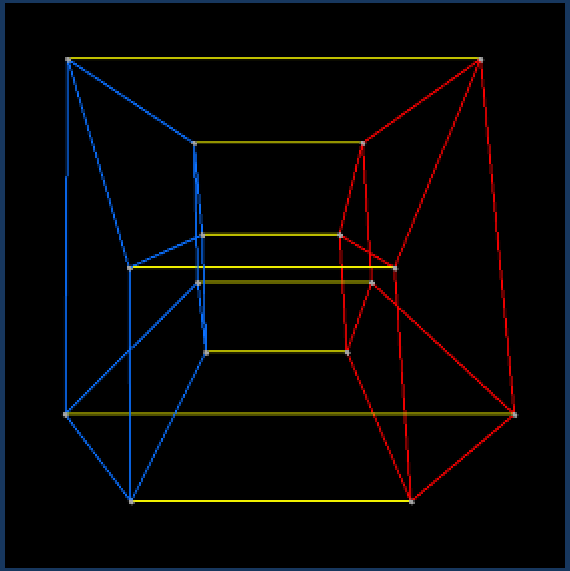
Synchroon draaien 2>>3 en 1 >>4, met een shot perpectief



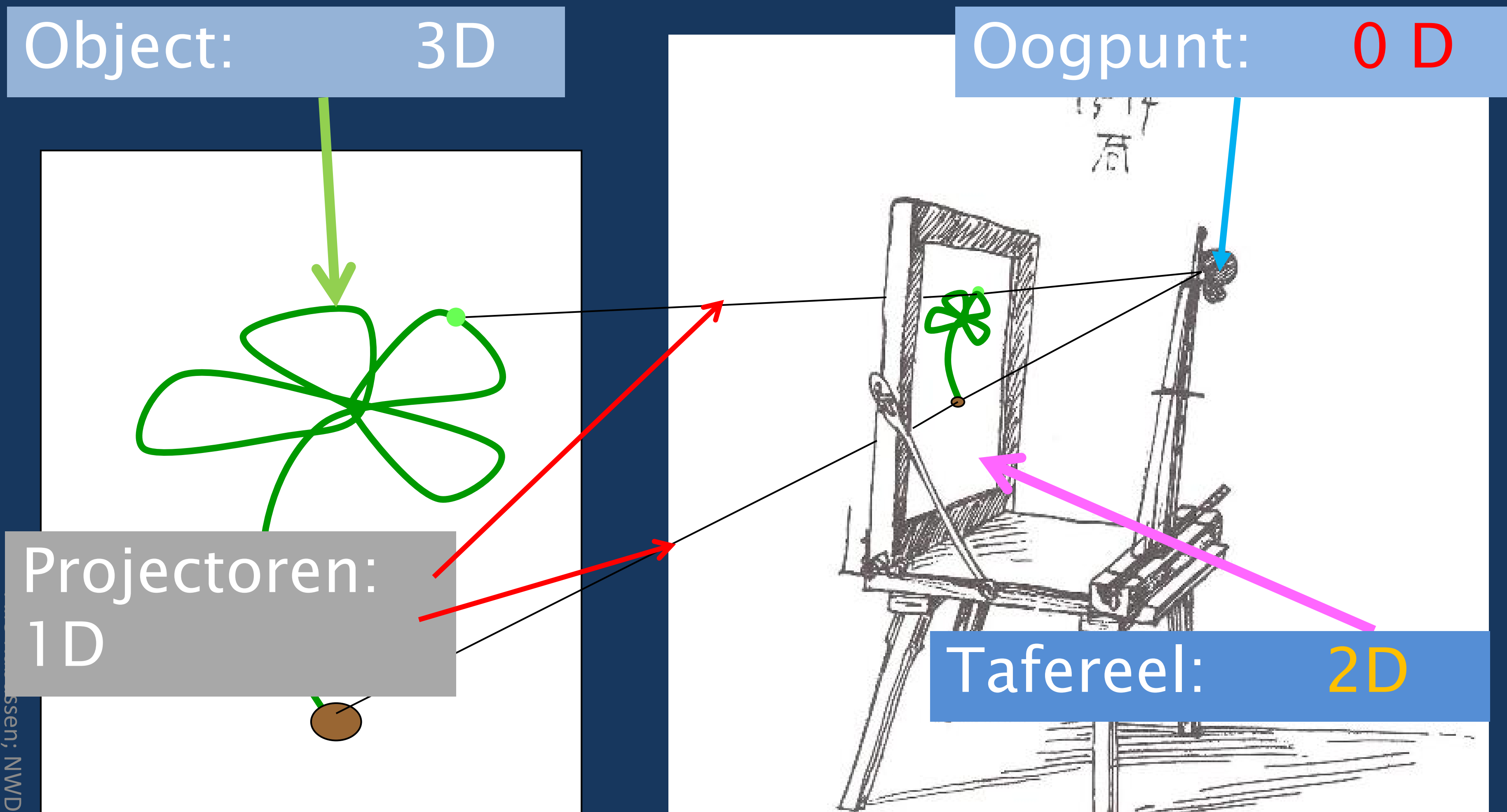


Echt, de H_4 zelf verandert niet! Je ‘ziet’ hem wel steeds in een andere stand.

<Clifford23en14.hyp>



Ouderwets perspectief



Dimensie(Object) = Dimensie(Tafereel) + Dimensie(Projector)

Dimensieverlies= Dimensie(Object) - Dimensie(Tafereel) = 1

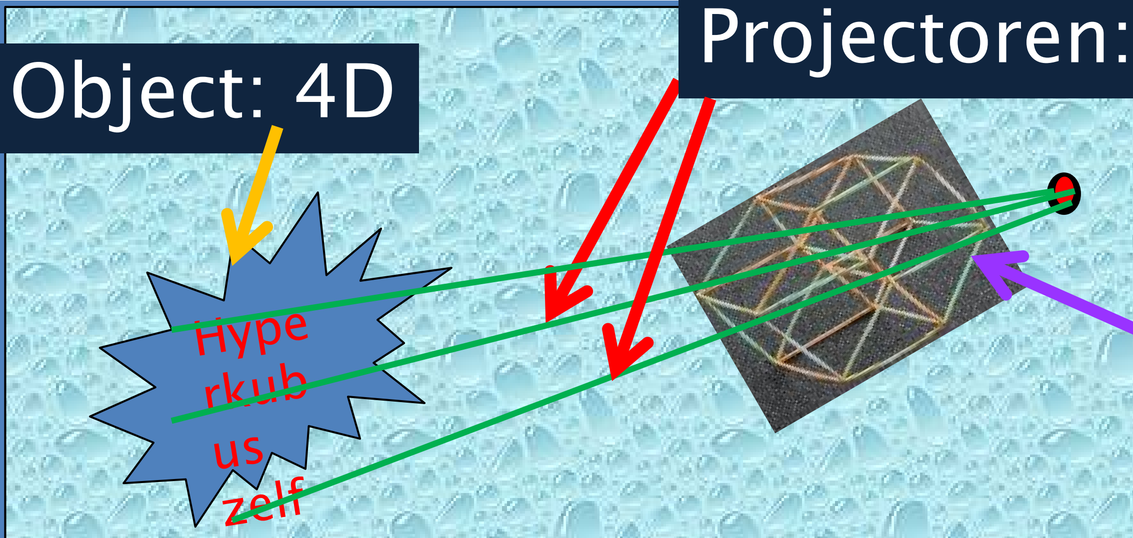
ssen; NWD 2019, Aad Goddijn

De H_4 in perspectief, fase 1 en 2

Object: 4D

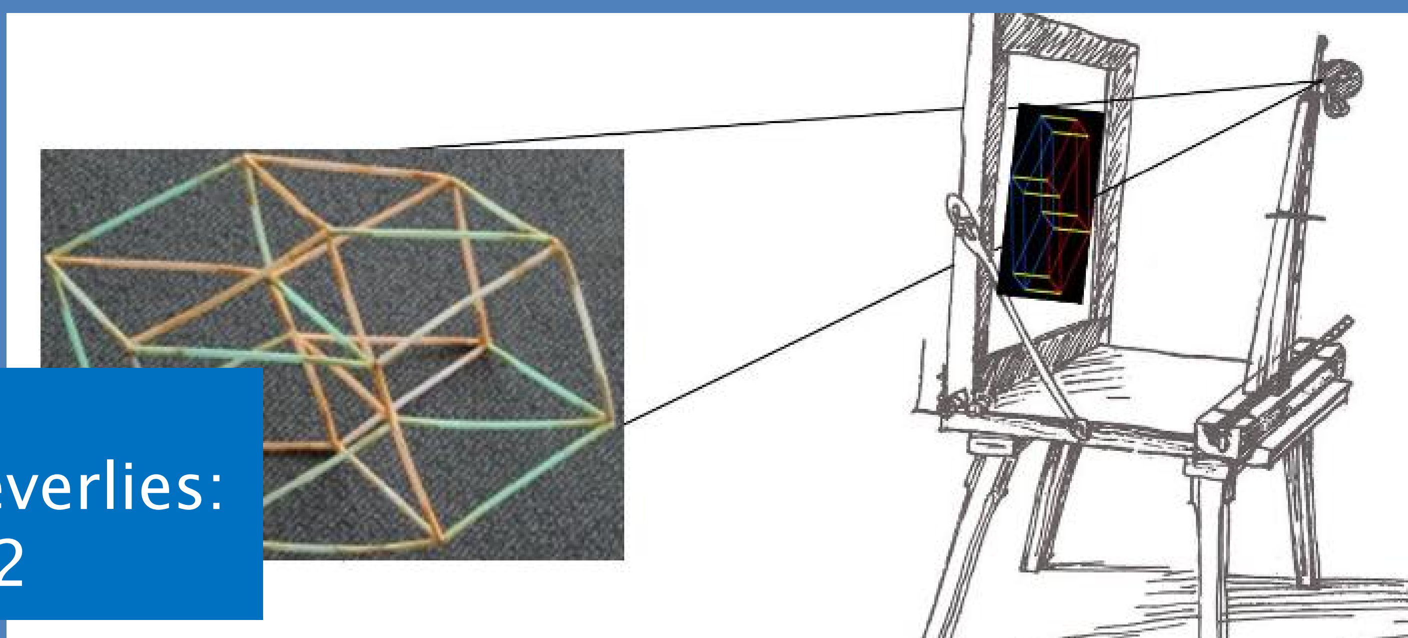
Projectoren: 1D

fase 1



Tafereel met beeld: 3D-deelruimte

fase 2



Totaal dimensieverlies:
1 + 1 = 2

Direct perspectief: 4D naar 2D

Directe aanpak:

projectie via 2D-vlakken, die door vaste *ooglijn* gaan.

Dimensieverlies=

Dim (Object) – Dim (Tafereel) = Dim (Projector)

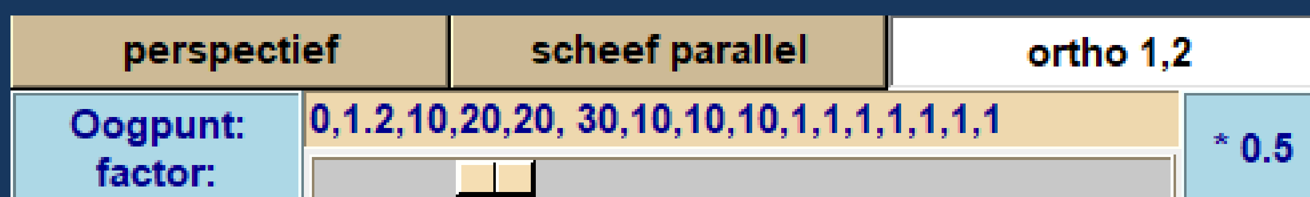
Lastiger voor de intuitie ....

Tweefase aanpak is gelijkwaardig met de directe.

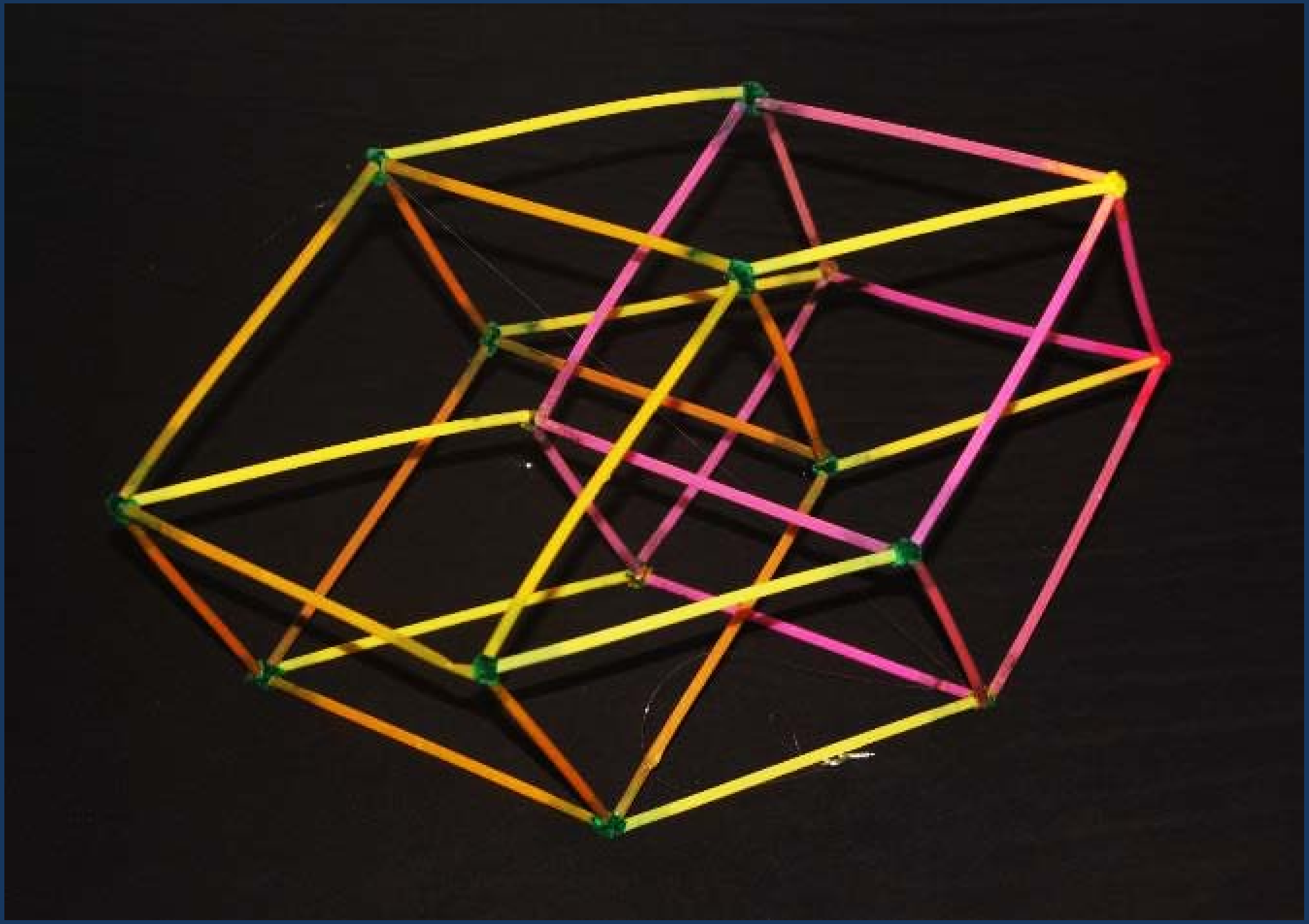
Ooglijn = lijn door *oogpunt1* en *oogpunt2*

In *n* dimensies: projecteren via (n-2) dimensionale deelruimten.

In *Alle Kubussen:*



Parallelprojectie H_4 naar 3D

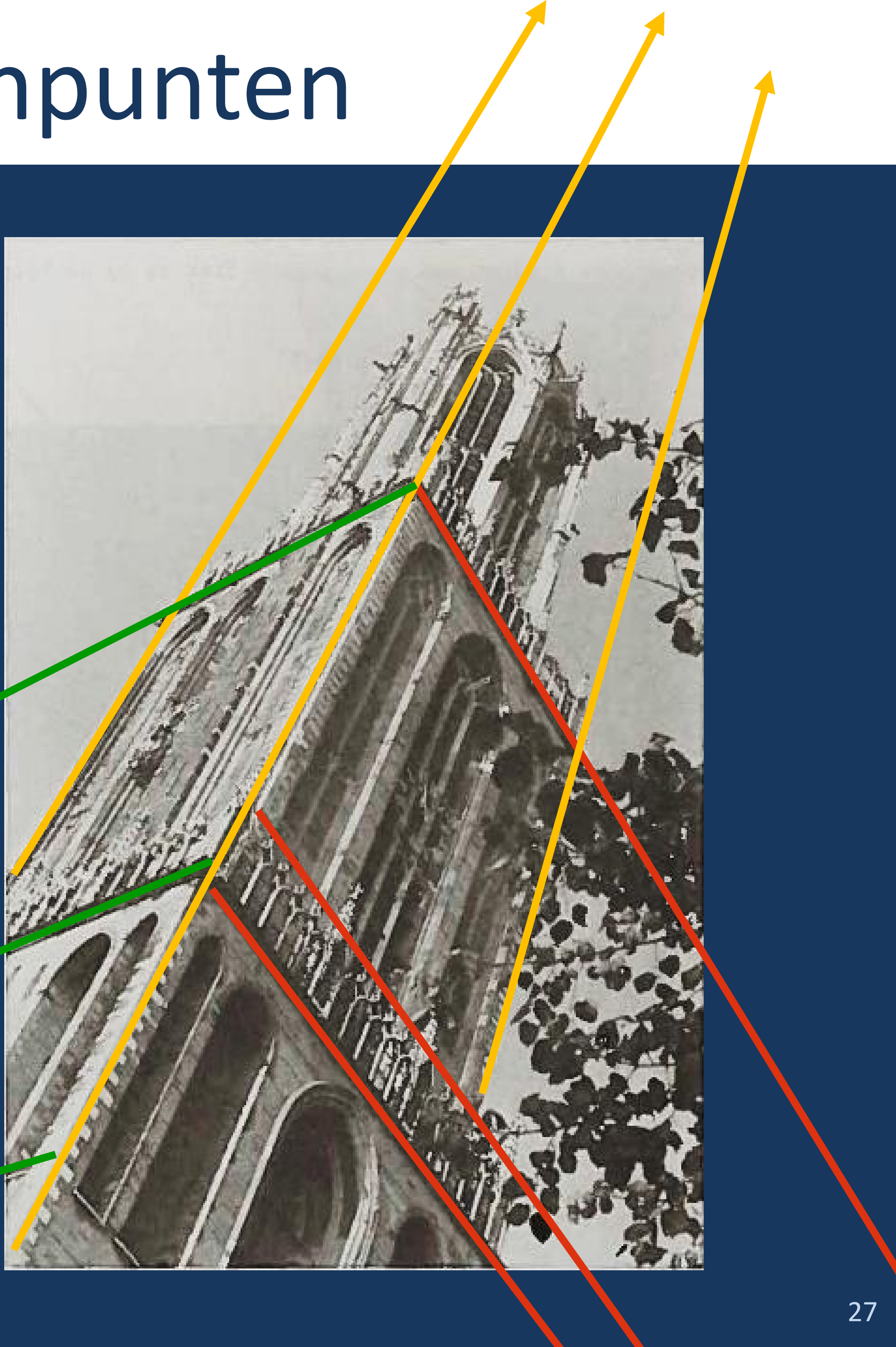


Rietjes, pijpen-reinigers, lijm

Verdwijnpunten

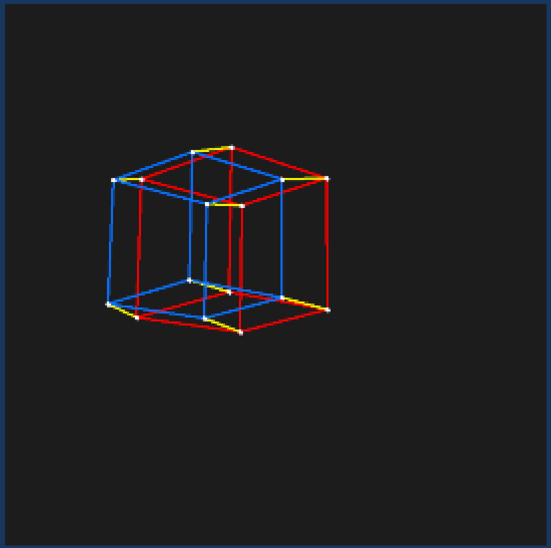
Bij elke parallelle
lijnenbundel
in het object hoort
een verdwijnpunt
in het tafereel,
dat ook ∞ ver kan
liggen. Dan verschijnen
de lijnen parallel
in het tafereel

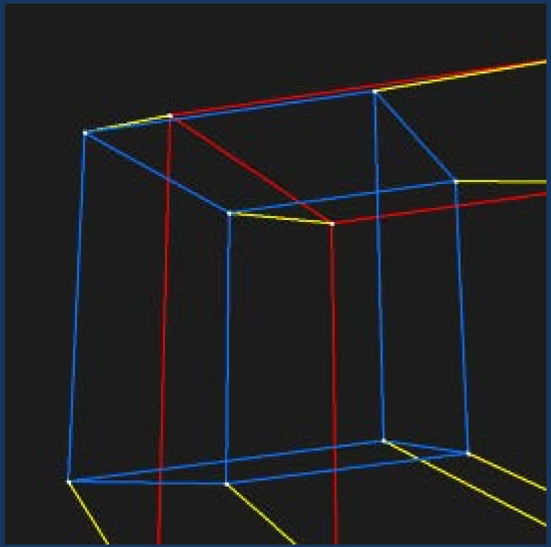
Neem het waar
in hogere dimensies dan 3!

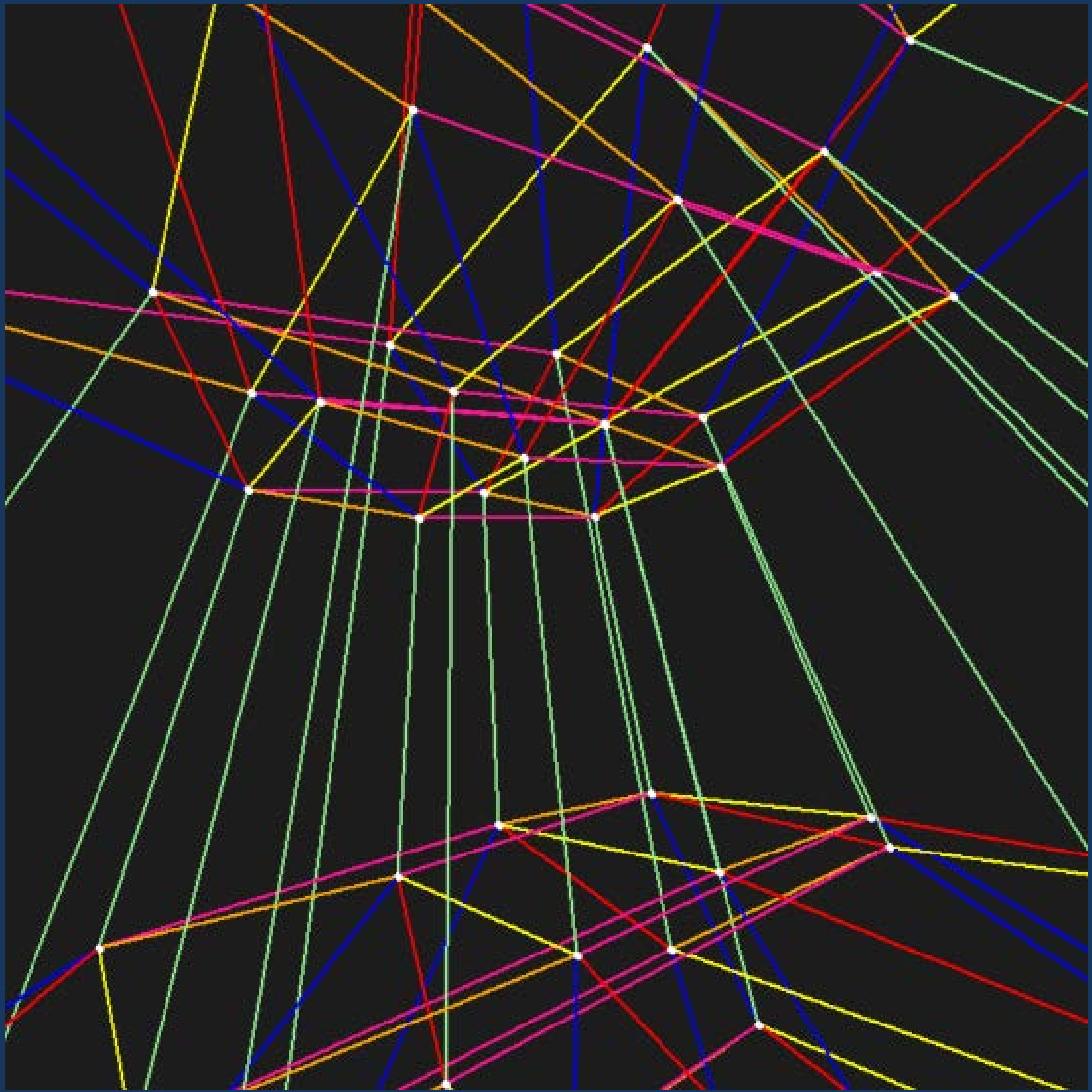


↓↓ Diepte in de hyperkubus <ver_dichtbij.hyp>

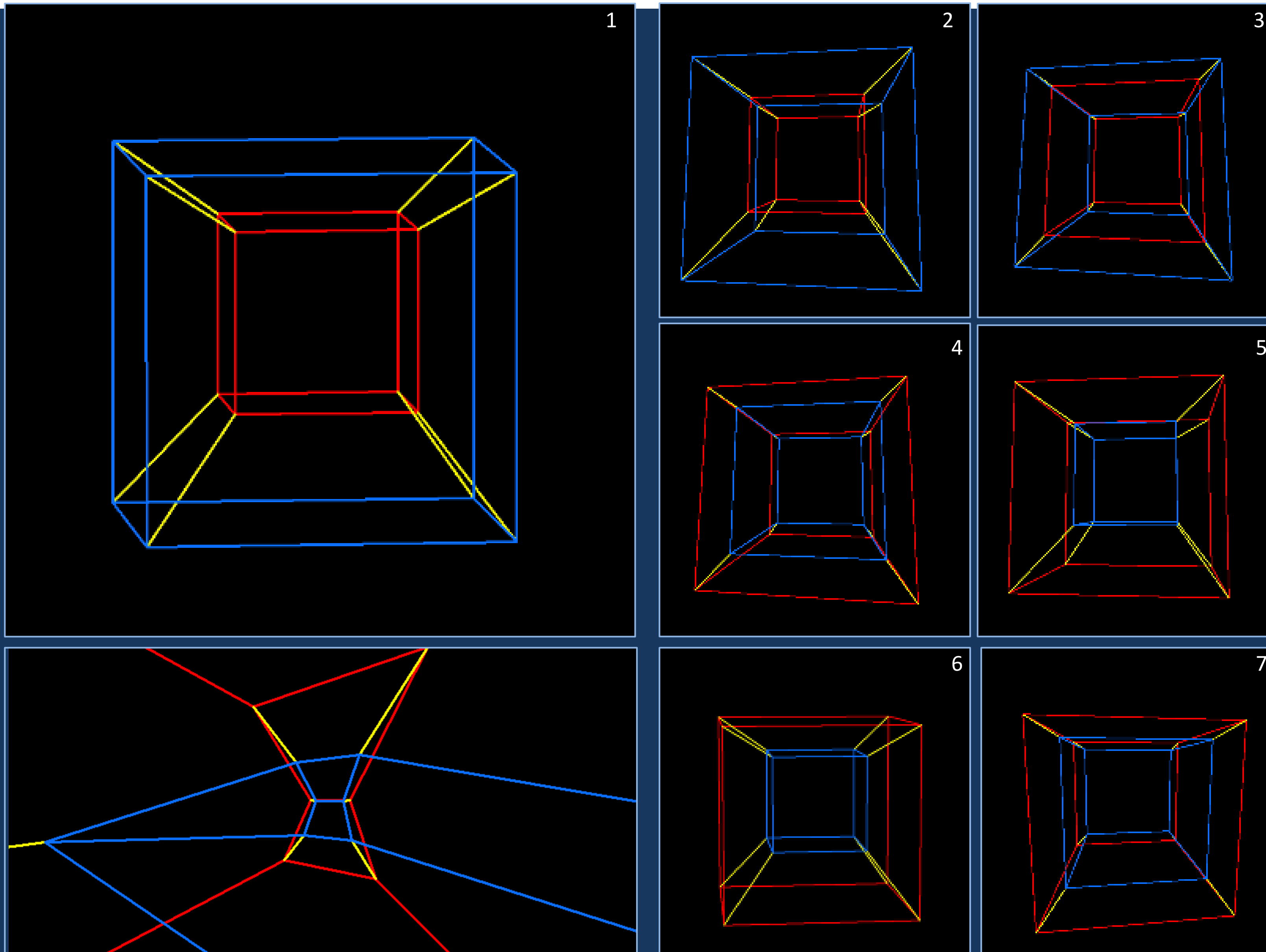
Perspectief in dim 6 (<verdwijnpuntenDim6.hyp>↓







Vreemde draai <binnenbuiten34.hyp>



Op de tast in dim 7 <TastDim7.hyp>

Ogen dicht, en voelen:

- In elk snijpunt zeven lijntjes bij elkaar.
- Staan daar allemaal loodrecht op elkaar.
- Zijn allemaal even lang.
- Je voelt een vierkant, kubus, en een ..

Met de *kennis* van nu verdwaal je niet ...

Gevaarlijke spiegelingen

Twee spiegelgelijke vormen in 2D gaan niet door schuiven in elkaar over.

Maar wel via een

uitstapje in dimensie 3.

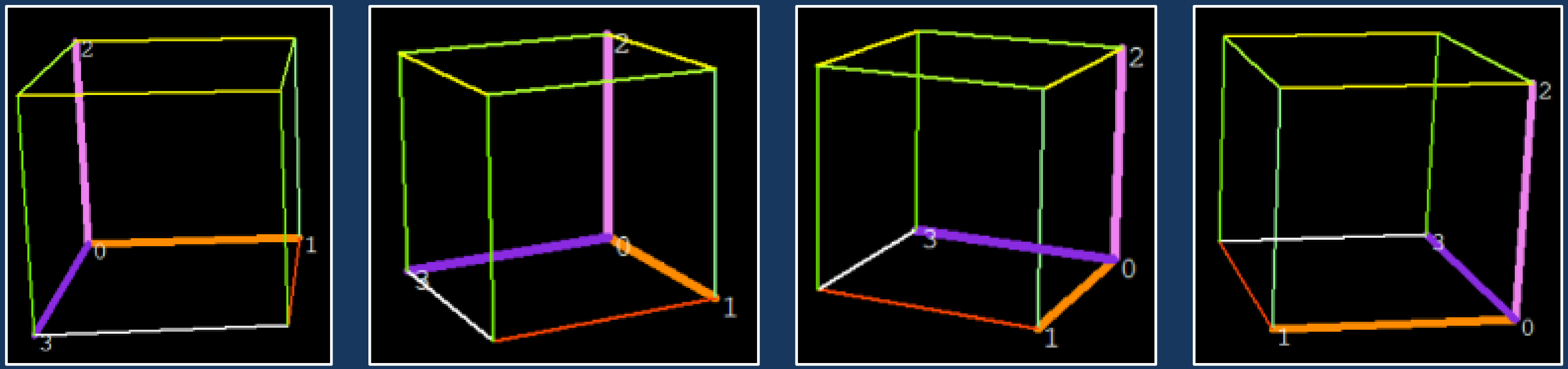
Wat links is in 3D kan niet door bewegen rechts worden.
Zou het kunnen via 4D?

<spiegel4D.hyp>

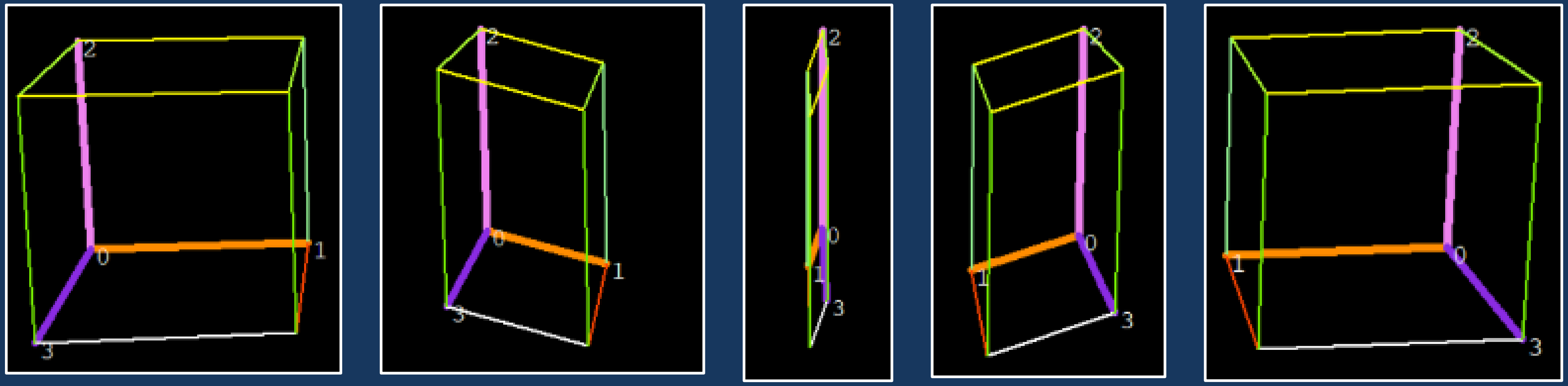
3D Kubus in 4D 'spiegelt?' zich!

3D Kubus draait over 180°

Draai parallel aan vlak 1,3



Draaien parallel aan vlak 1, 4



Beroemde (on)gezonde spiegelingen

Alice Liddell Haregreaves (??)

Through the Looking-Glass, and What Alice Found There.
(Lewis Caroll, 1871)

The Annotated Alice (Martin Gardner, 1960)

Gottfried Plattner

The Plattner Story. (H.G. Wells, 1897)

Richard Nelson

Technical Error. (Arthur C. Clarke, 1968)

Louis Pasteur

Wijnsteenzuur (1847) Moleculen met gelijke opbouw, maar elkaars spiegelbeeld.

Vouwen In 4D

interpretatie 1:

vouw een papier dubbel in de gewone ruimte

doe het in de parallelle ruimtes ook.

Samen wordt een blok om een vlak gevouwen.

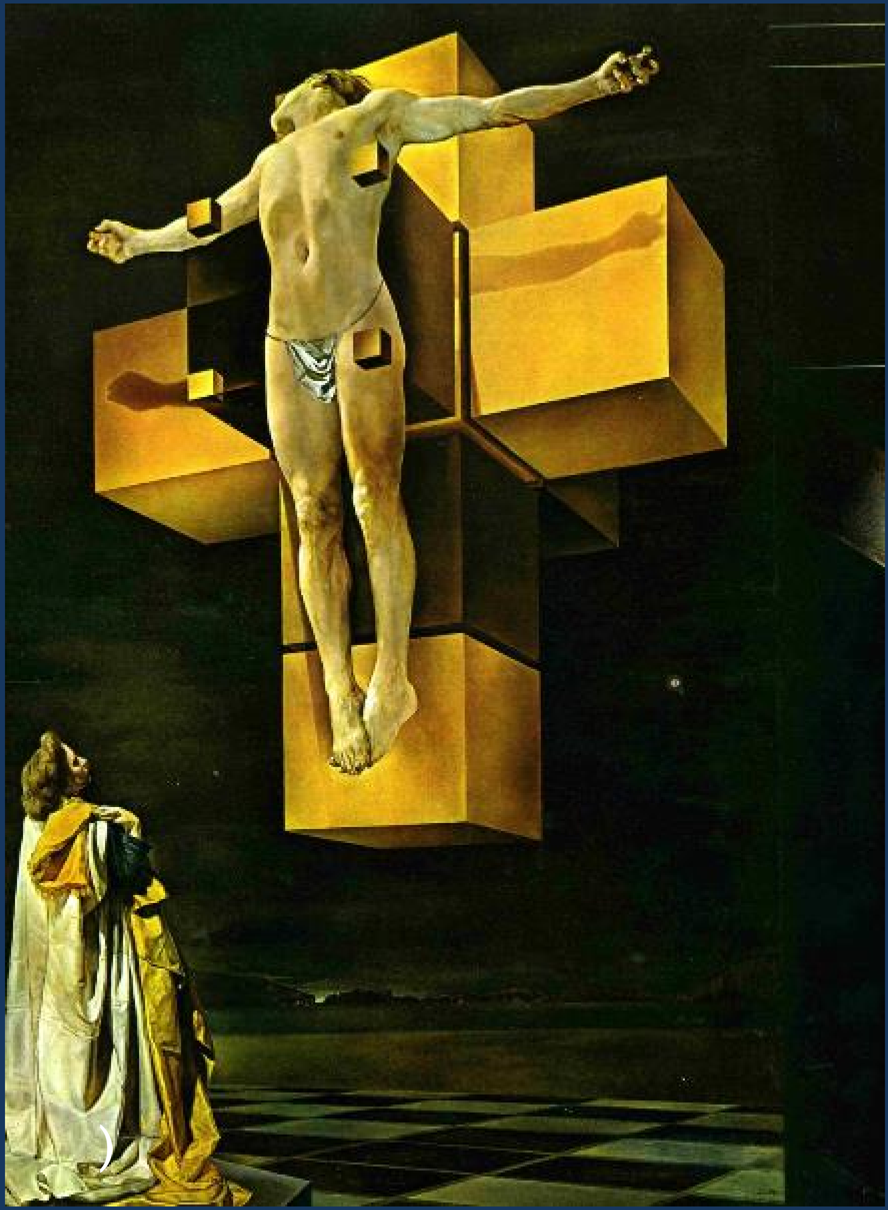
interpretatie 2:

vouwen in 4D is roteren om een vlak.

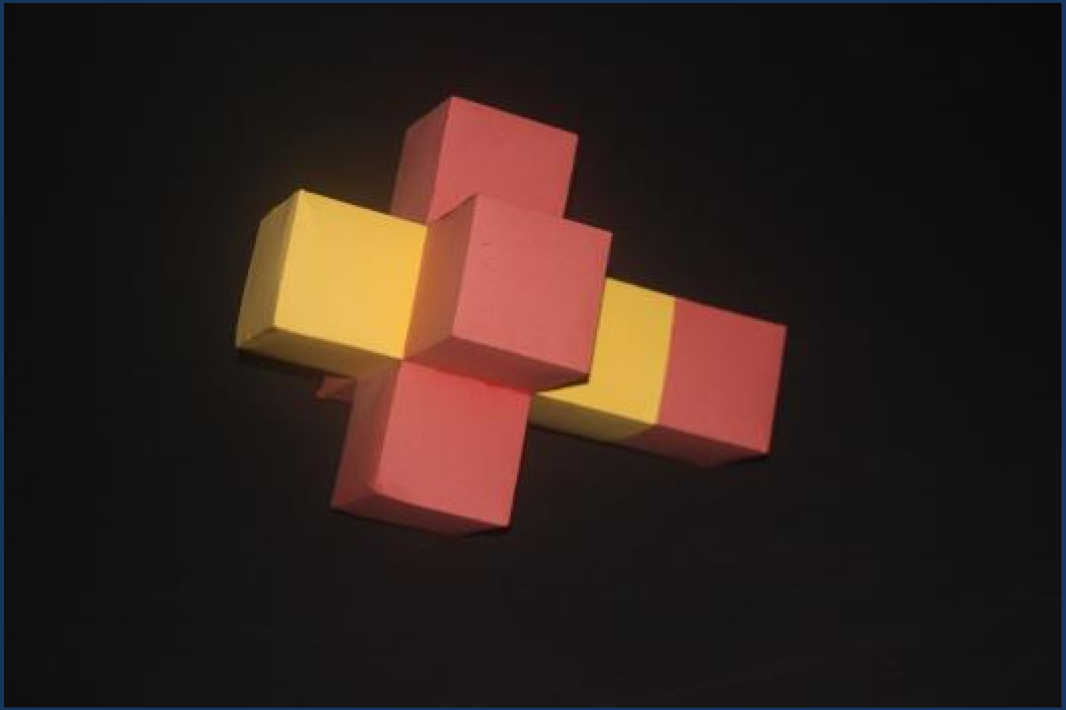
interpretatie 3:

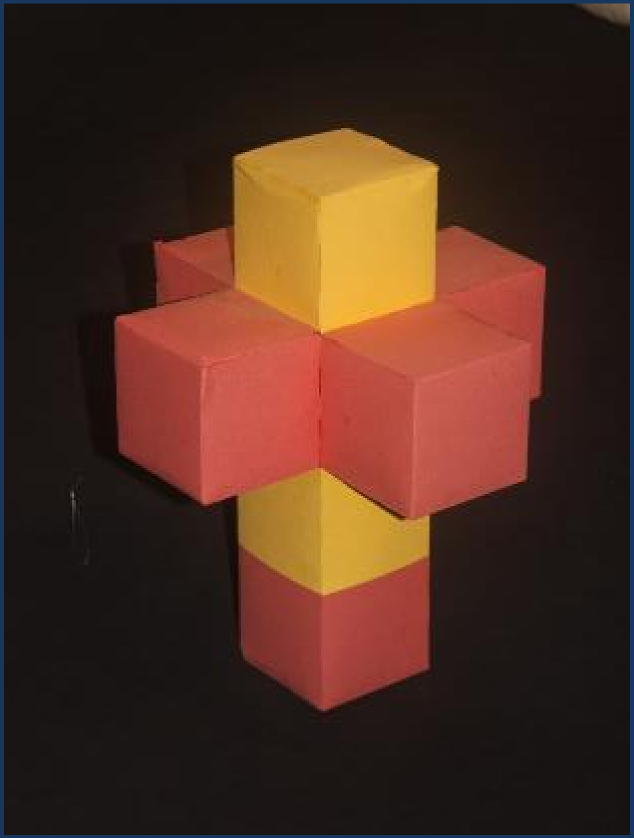
met coördinaten en formules

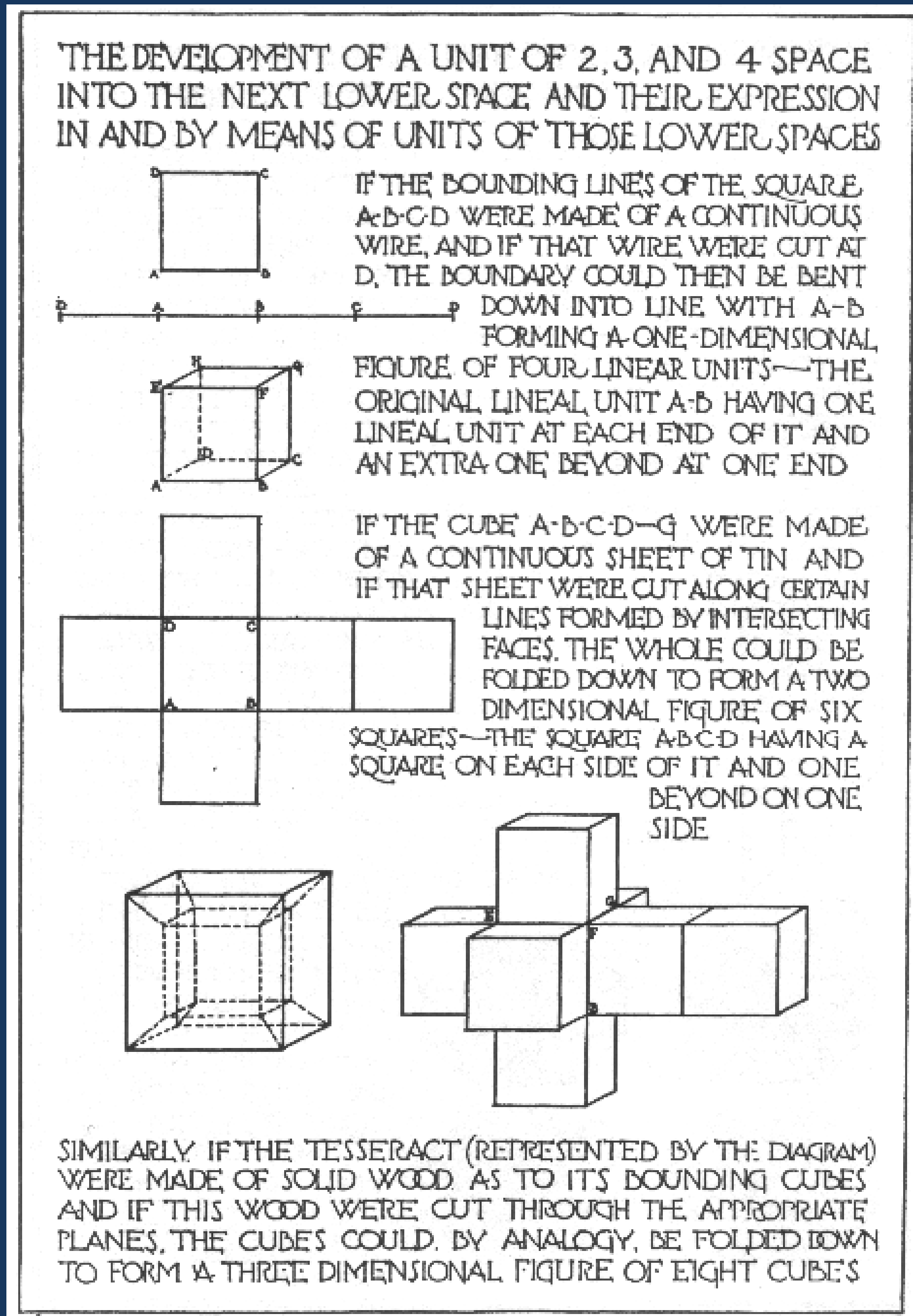
Salvador Dali:
Corpus Hypercubus (1954)



Uitgevouwen hyperkubus







THE DEVELOPMENT OF A UNIT OF 2, 3, AND 4 SPACE INTO THE NEXT LOWER SPACE AND THEIR EXPRESSION IN AND BY MEANS OF UNITS OF THOSE LOWER SPACES

IF THE BOUNDING LINES OF THE SQUARE A-B-C-D WERE MADE OF A CONTINUOUS WIRE, AND IF THAT WIRE WERE CUT AT D, THE BOUNDARY COULD THEN BE BENT DOWN INTO LINE WITH A-B FORMING A ONE-DIMENSIONAL FIGURE OF FOUR LINEAR UNITS—THE ORIGINAL LINEAL UNIT A-B HAVING ONE LINEAL UNIT AT EACH END OF IT AND AN EXTRA ONE BEYOND AT ONE END

IF THE CUBE A-B-C-D—G WERE MADE OF A CONTINUOUS SHEET OF TIN AND IF THAT SHEET WERE CUT ALONG CERTAIN LINES FORMED BY INTERSECTING FACES, THE WHOLE COULD BE FOLDED DOWN TO FORM A TWO DIMENSIONAL FIGURE OF SIX SQUARES—THE SQUARE A-B-C-D HAVING A SQUARE ON EACH SIDE OF IT AND ONE BEYOND ON ONE SIDE

SIMILARLY IF THE TESSERACT (REPRESENTED BY THE DIAGRAM) WERE MADE OF SOLID WOOD AS TO ITS BOUNDING CUBES AND IF THIS WOOD WERE CUT THROUGH THE APPROPRIATE PLANES, THE CUBES COULD, BY ANALOGY, BE FOLDED DOWN TO FORM A THREE DIMENSIONAL FIGURE OF EIGHT CUBES

Uitvouwen van de Tesseract

Claude Bragdon

Alle Kubussen; NWD 2019, Aad Goddijn

We vouwen het op.

Dit gebeurt (o.a.):

Kruis ligt in 3D.

Z ligt in 4D; *ZQ* ⟂ *QA,* QB *en* QC

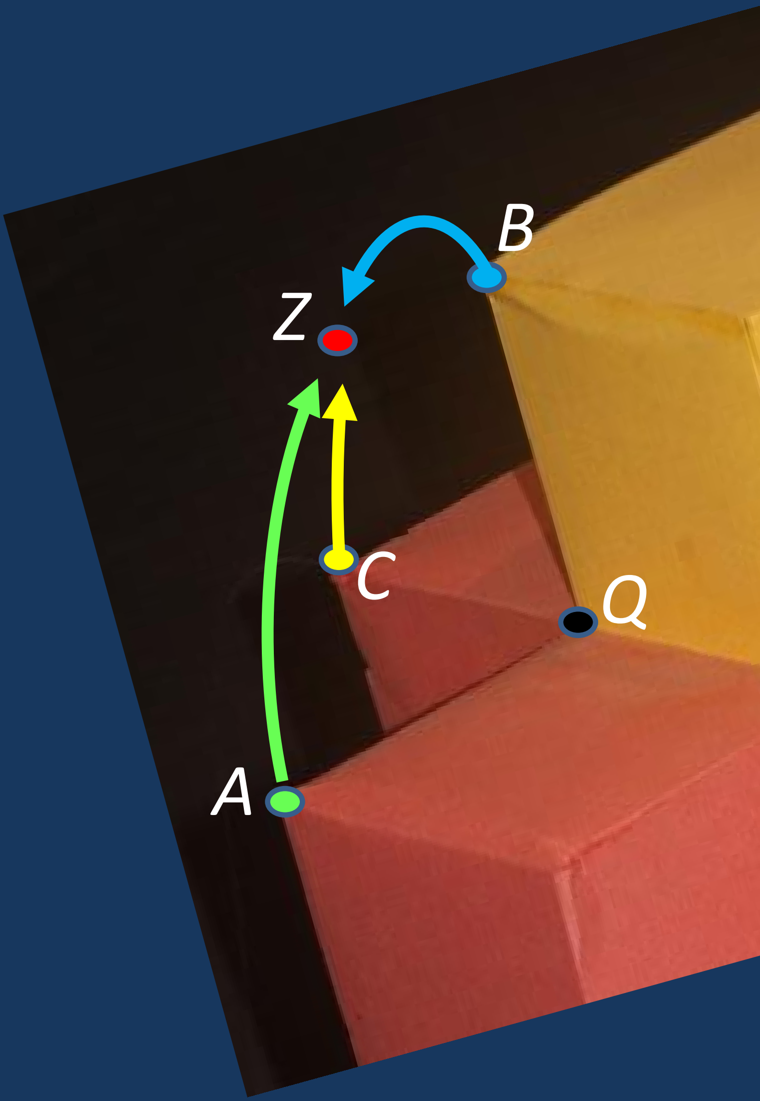
A draait in vlak *AQZ* naar *Z*.

B en *C* idem.

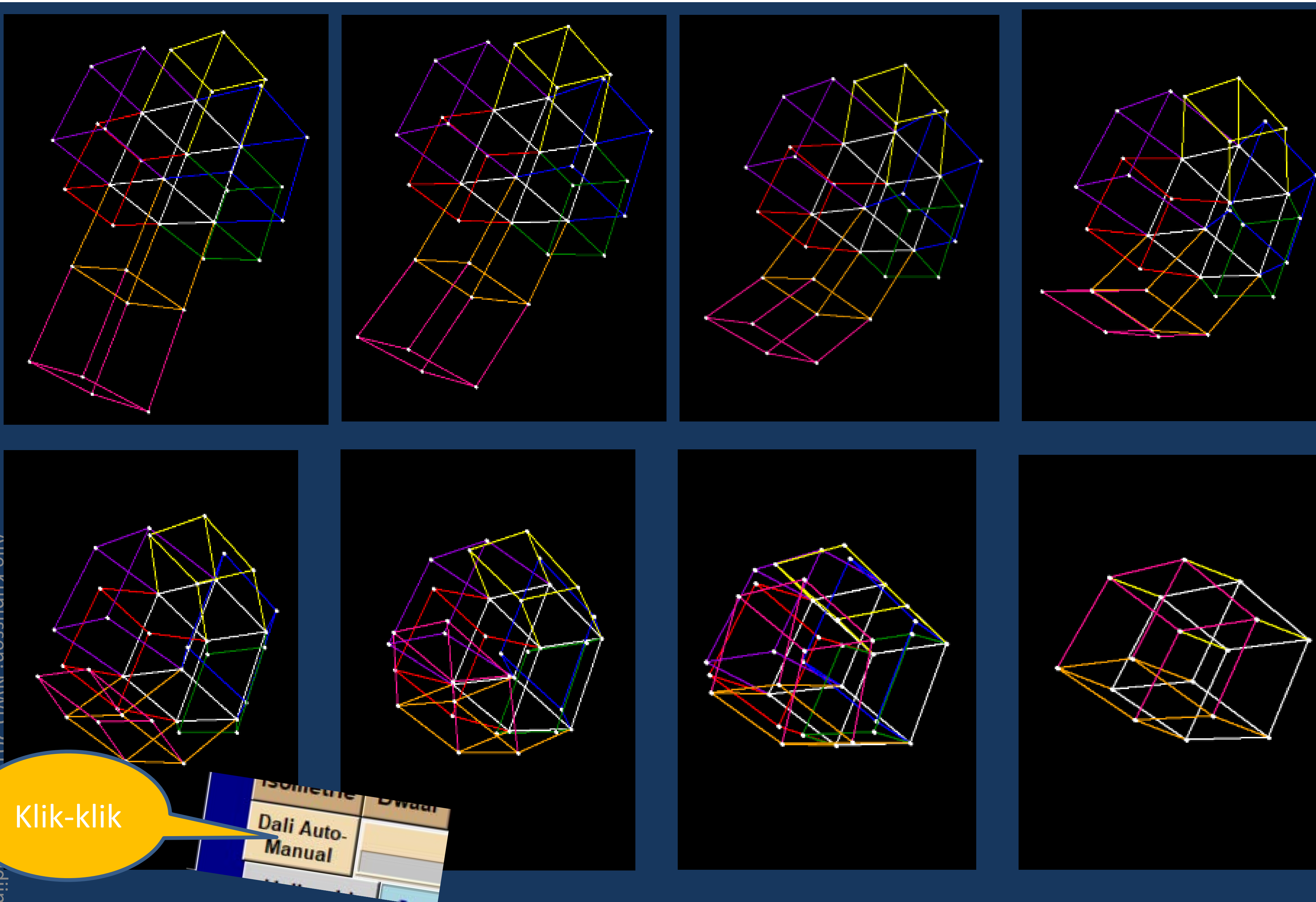
A, *B* en *C* komen tegelijk in *Z* aan!

Etc.

Volg het met <DaliVouw.hyp> !

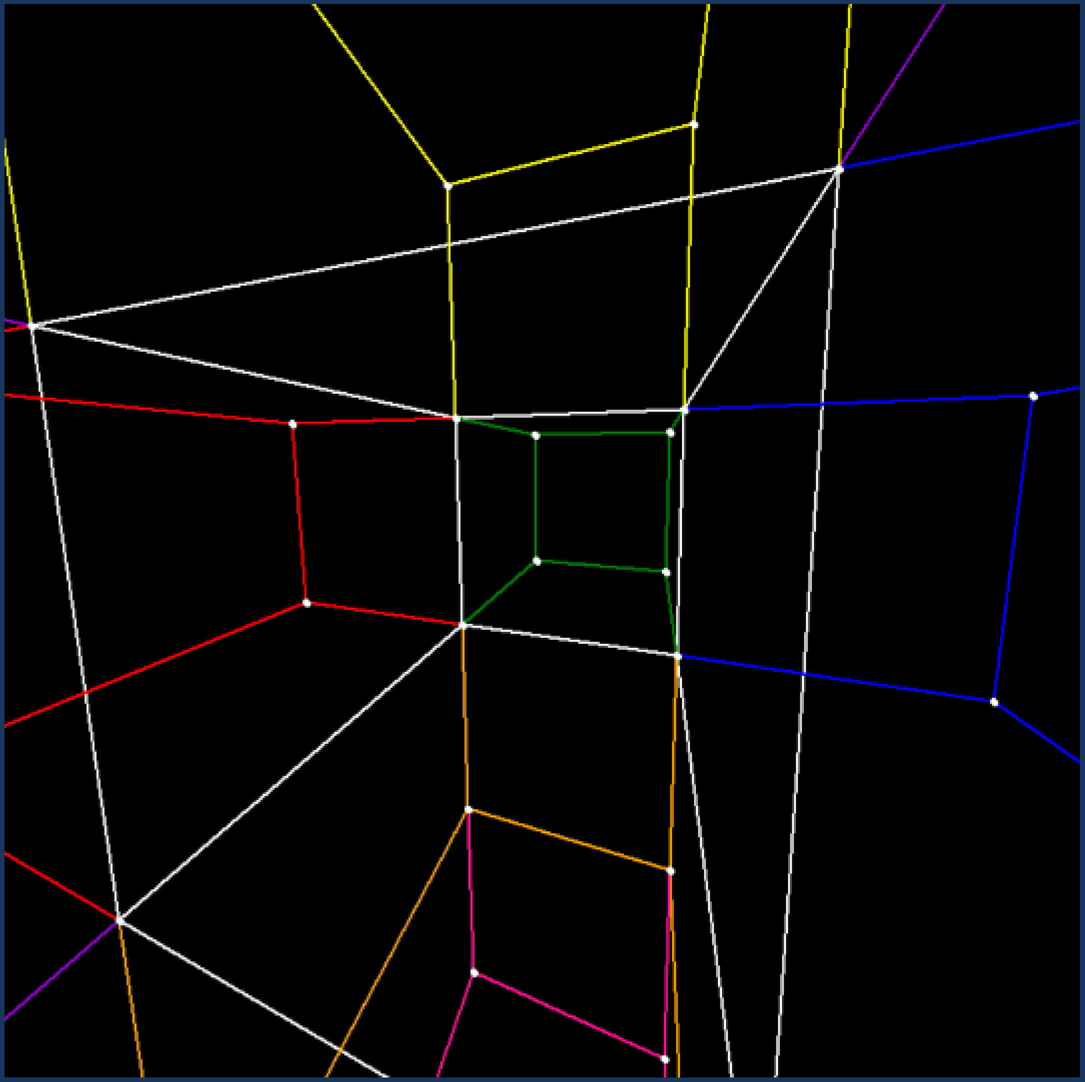


<DaliVouw.hyp> Klik op



Klik-klik

Robert Heinlein, SF-auteur



- And He Built a Crooked House –

Architect bouwt huis in vorm van de uitgevouwde H4

Een uitslag van de kubus is een gammel ding.

Het Crooked House stort in

Als 3D ervaring van binnenuit in Funda-perspectief

<HeinleinCrooked.hyp>

Onze wereld een 3D-hypervlak in een grote 4D-wereld?

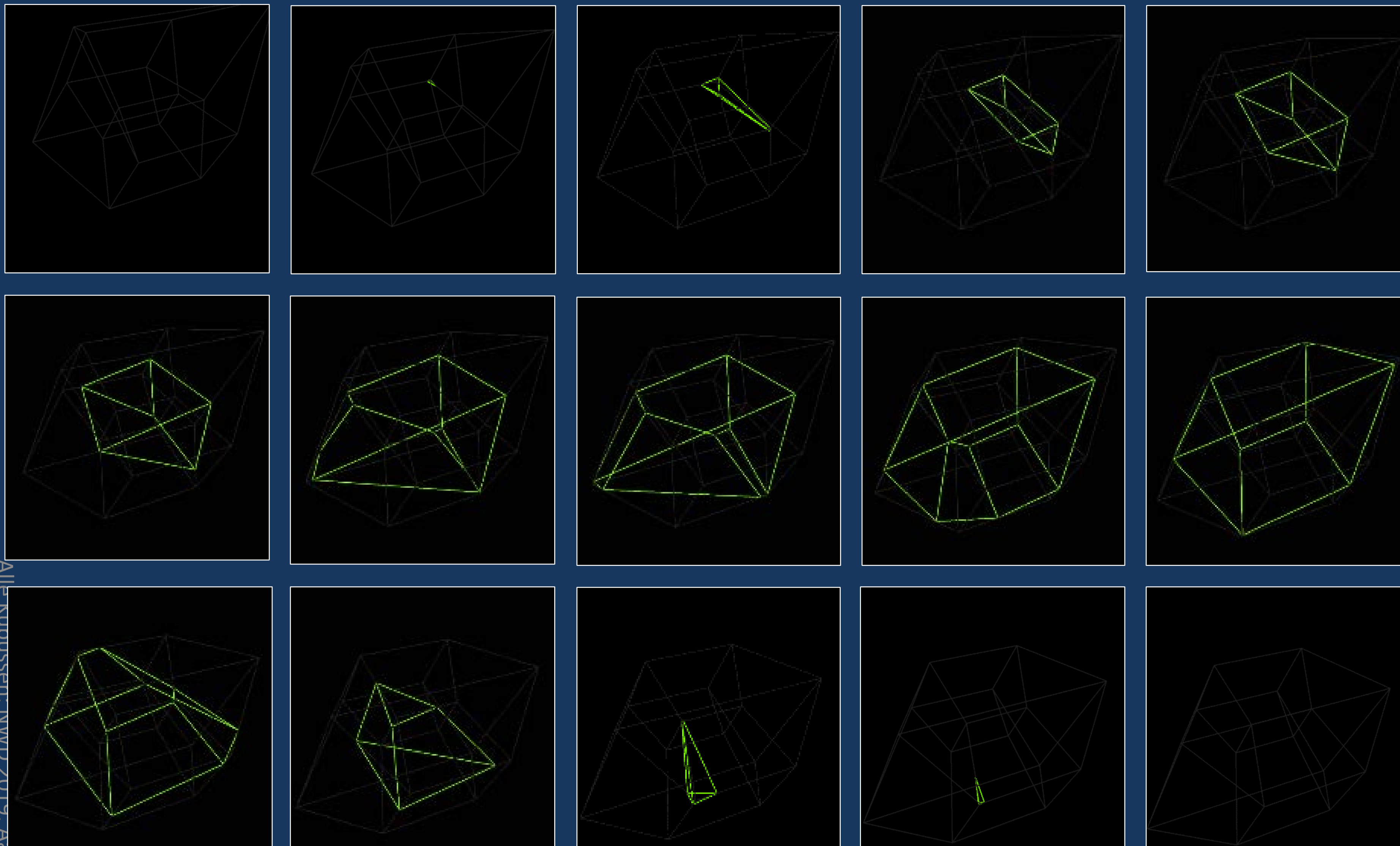
Wat zien wij als een H4 door onze ruimte heen gaat?

<doorgang3D.hyp>

<doorgang4D.hyp>

Zo gaat een H_4 (grijs) dan dwars door onze wereld. Wij zien allen het groene spoor.

Onze wereld een 3D-hypervlak van een 4D-wereld?



Zo gaat een H_4 (grijs) dan dwars door onze wereld. Wij zien allen het groene spoor.

Andersom: snijdingen

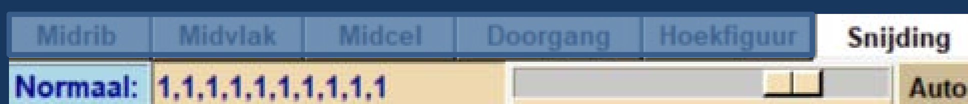
Een hypervlak (3D-ruimte) door de H4 laten gaan, parallel verschuivend. Alsof je een cake in plakjes snijdt.

We snijden in het algemeen met met hypervlakken, ruimtes met 1 dimensie minder dan het te snijden object heeft.

In *Alle Kubussen* de snijdingen aangeven:

Geef een *normaalvector* aan waarop het snijvlak loodrecht moet staan.

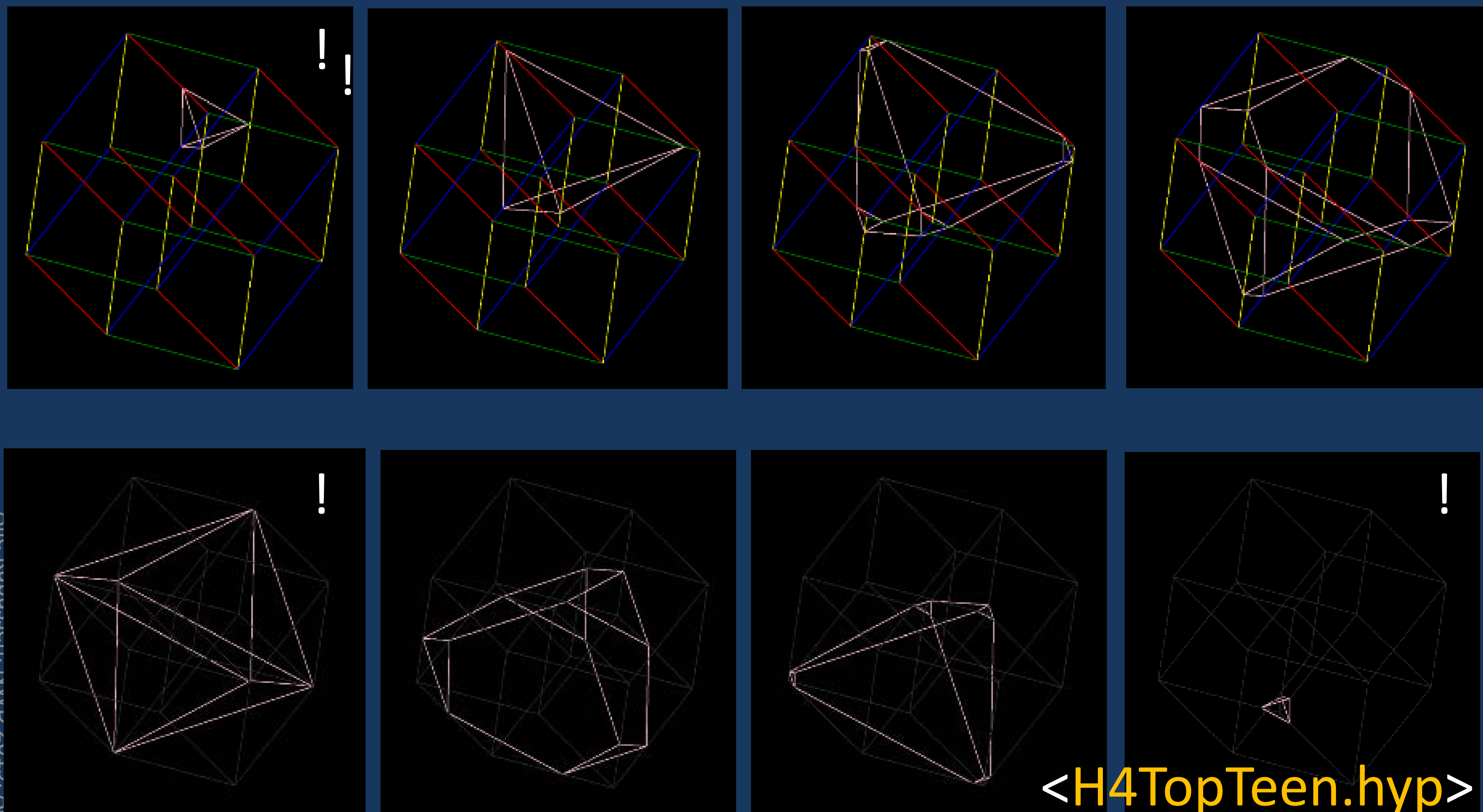
Zet het vlak steeds een stukje verder met de slider)



Stel je de hyperkubus voor in de as-richtingen.
Goede mogelijkheden, ingedeeld naar eerste contact:

Punt eerst (1,1,1,1,….): *< SnijPuntEerst4D.hyp >*
Lijn eerst (0, 1,1,1,…..) *< SnijLijnEerst4D.hyp >*
Vlak eerst (0,0,1,1,1 , …) *< SnijVlakEerst4D.hyp >*
Kubus eerst (0, 0, 0, 1,1,1,1 …) *<SnijCelEerst4D.hyp>*

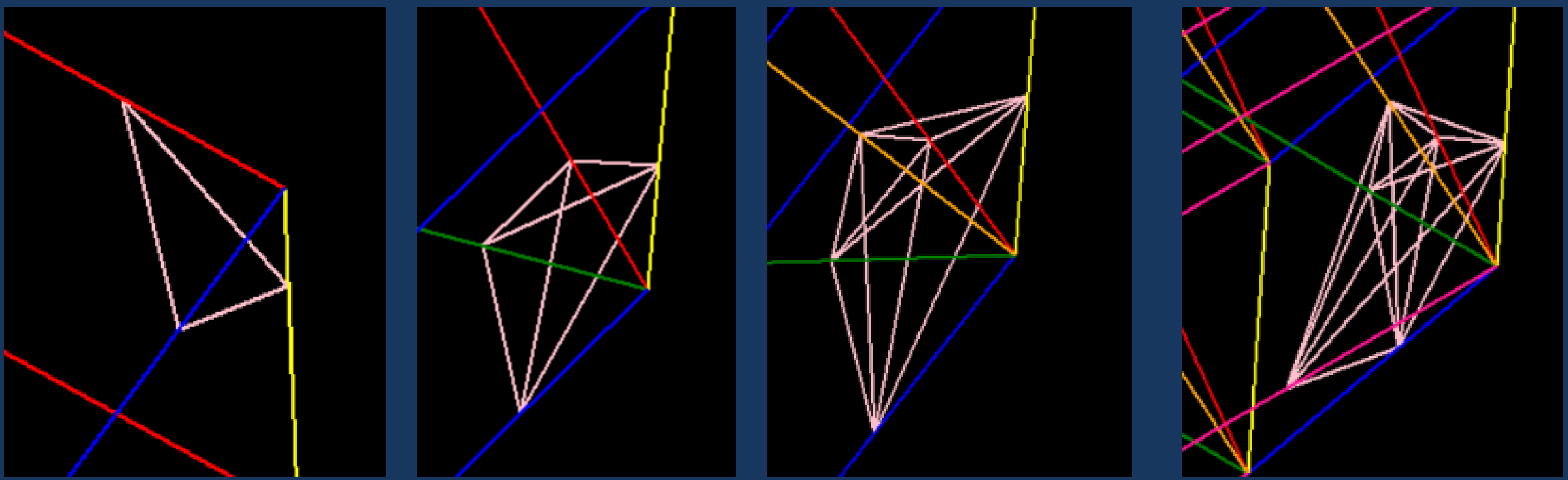
4d van top tot teen gesneden



<H4TopTeen.hyp>

Welke 3D objecten zijn dat ?

Simplex-rij:
de eenvoudigste juwelen in High-D

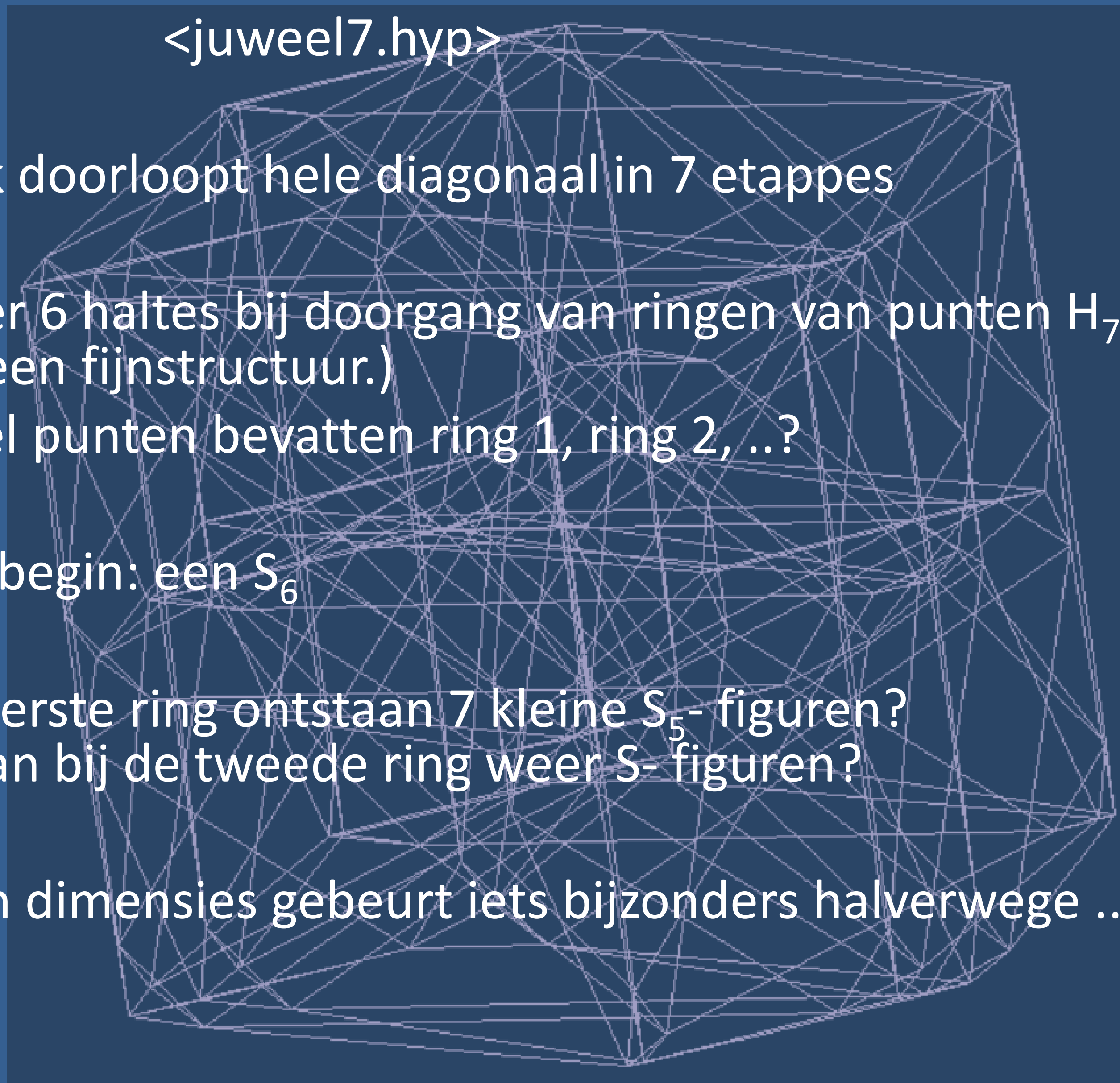


Wat eerst wordt afgesneden van de H_3, H_4, H_5, H_6 etc. , is een

S_2 (driehoek), S_3 (tetraëder), S_4, S_5, etc.

Recursief: S_n is een S_{n-1} plus één nieuw punt en alle verbindingen van dat punt met alles van S_{n-1}

Complexe schatten in doorsnijding van de H_7



<juweel7.hyp>

Snijvlak doorloopt hele diagonaal in 7 etappes

Markeer 6 haltes bij doorgang van ringen van punten H_7. (Dan even geen fijnstructuur.)

Hoeveel punten bevatten ring 1, ring 2, ..?

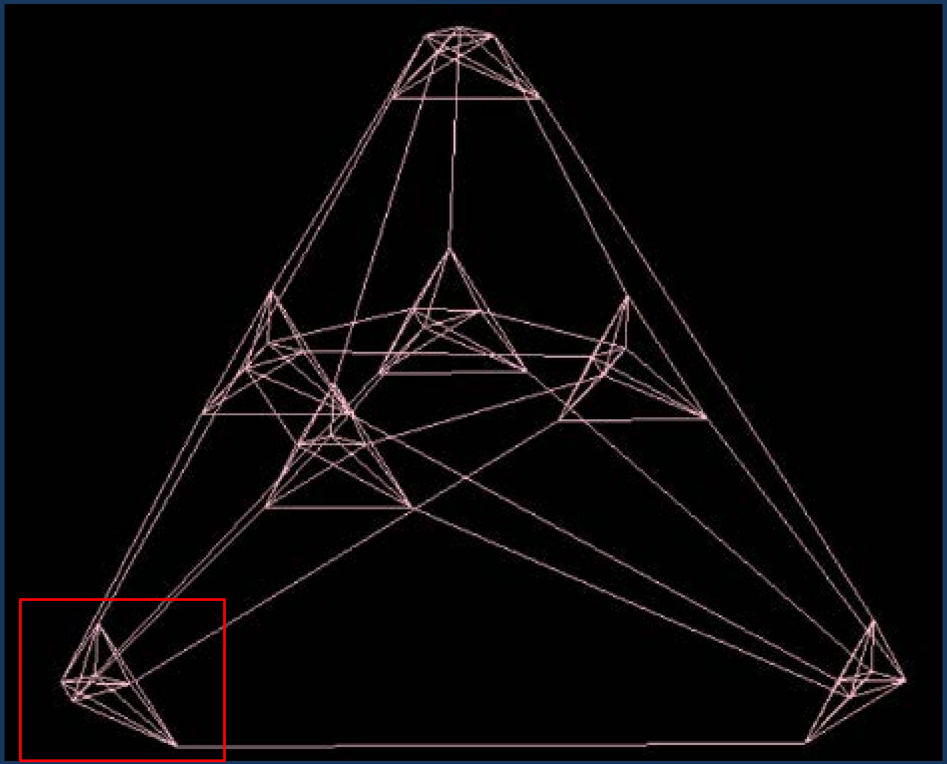
Na het begin: een S_6

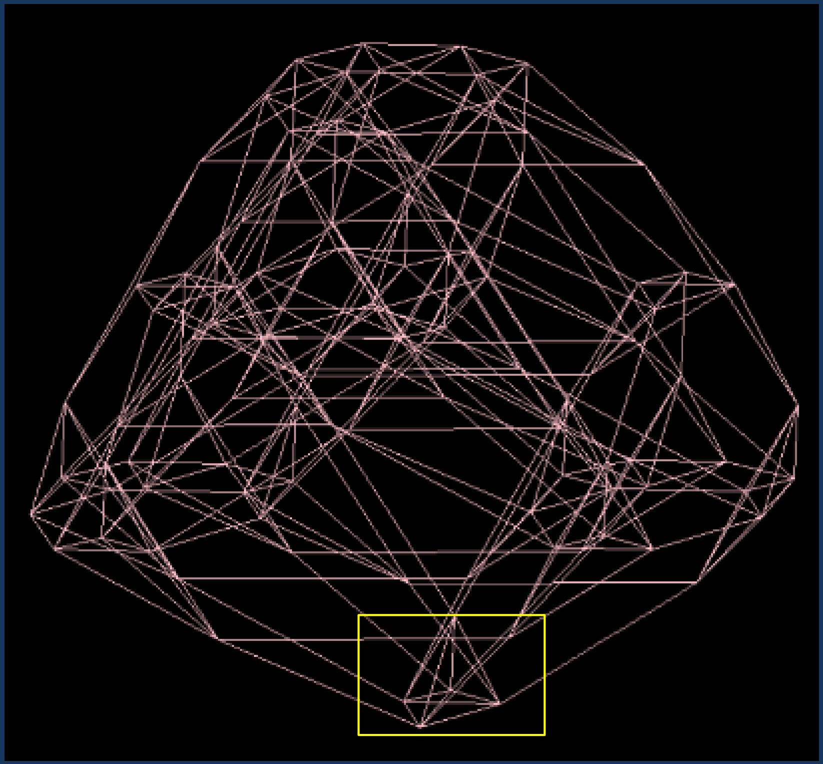
Bij de eerste ring ontstaan 7 kleine S_5- figuren?
Ontstaan bij de tweede ring weer S- figuren?

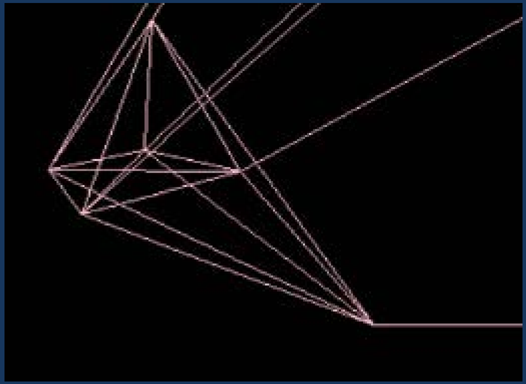
Bij even dimensies gebeurt iets bijzonders halverwege ..

Wat?

Details vlak na de doorgangen 1 en 2

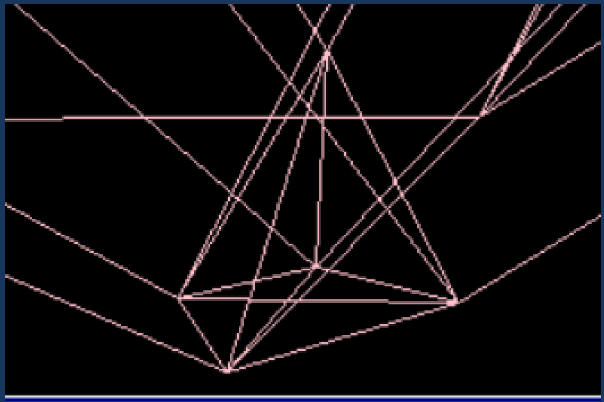






Links: S_5 als marionet aan 6 draadjes.

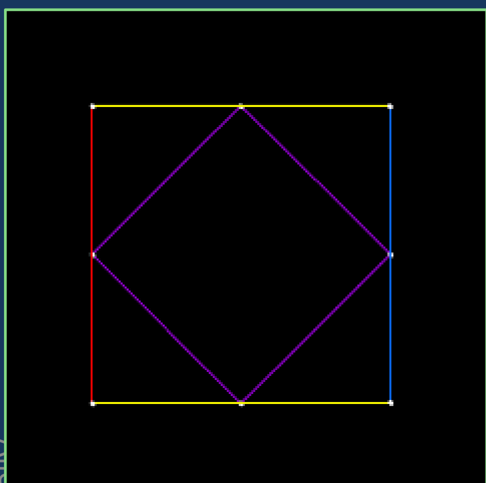
En rechts?

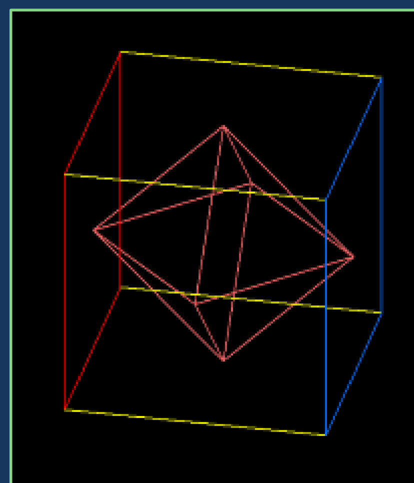


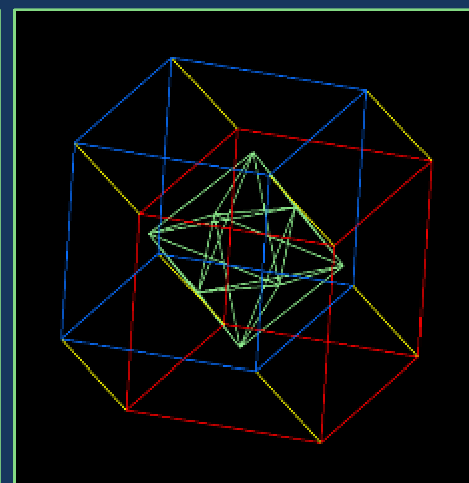
Kruispolytopen, in alle dimensies ≥2

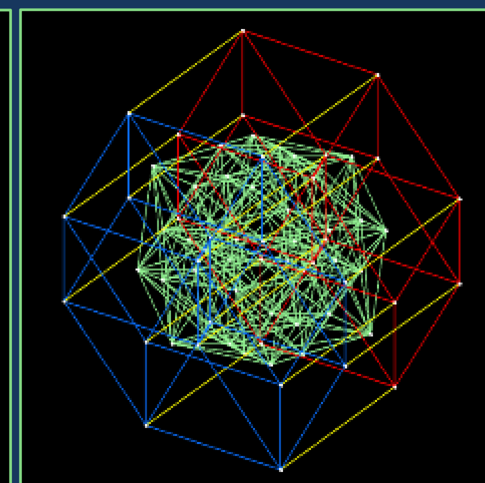
Verbind in H_n de middens van burende H_{n-1} objecten

n = 2 n= 3 n = 4 n= 5





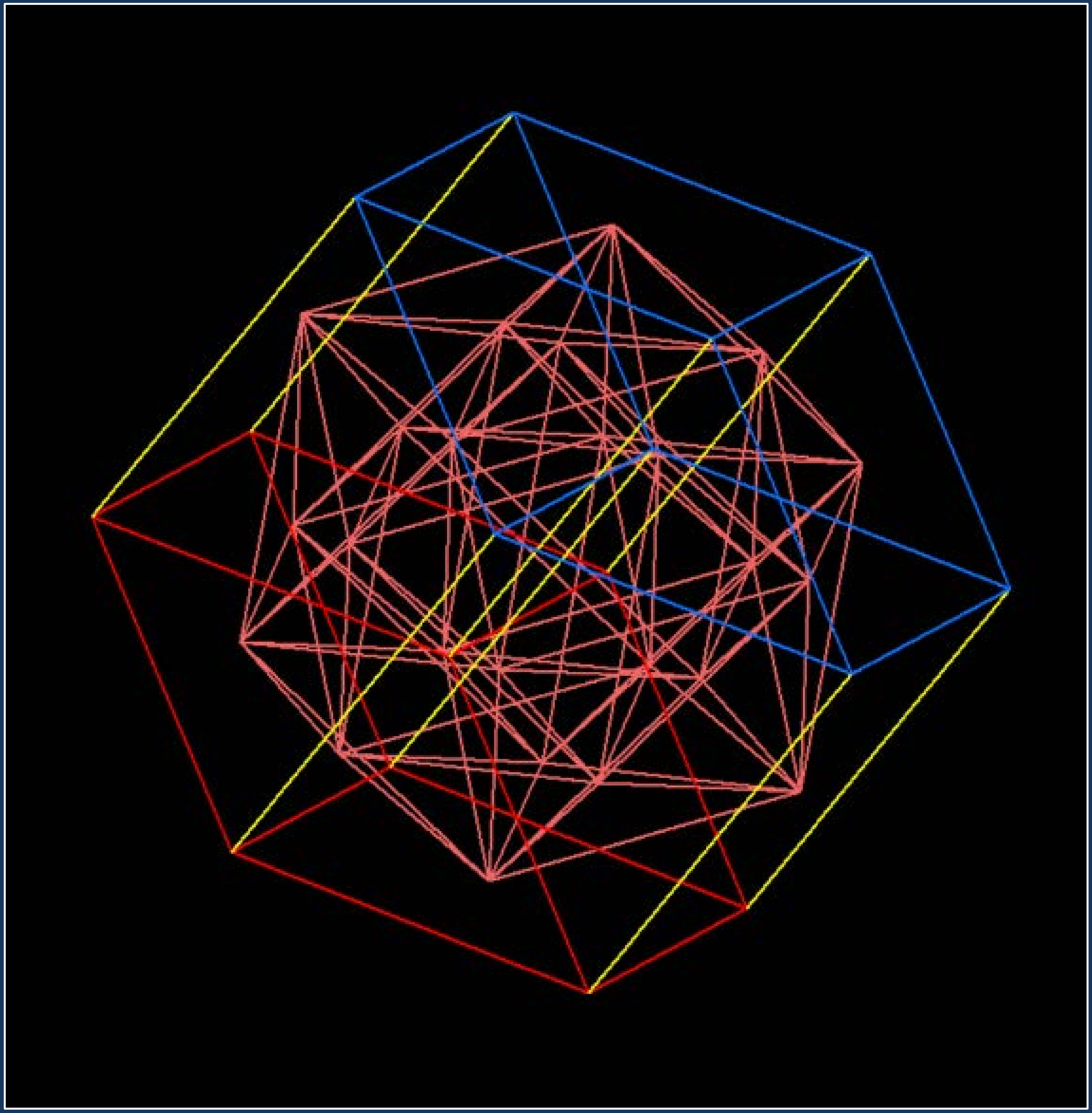




K_2 (vierkant) K_3 (oktaëder) K_4 (16 cell) K_5

K_n zelfstandig: twee punten (± 1) op elke as.
Verbind 'de juiste' punten . (Niet die op één as.)

Speciaal in 4D!
Verbind middens burende vlakken in H_4



Een zwerm oktaëders

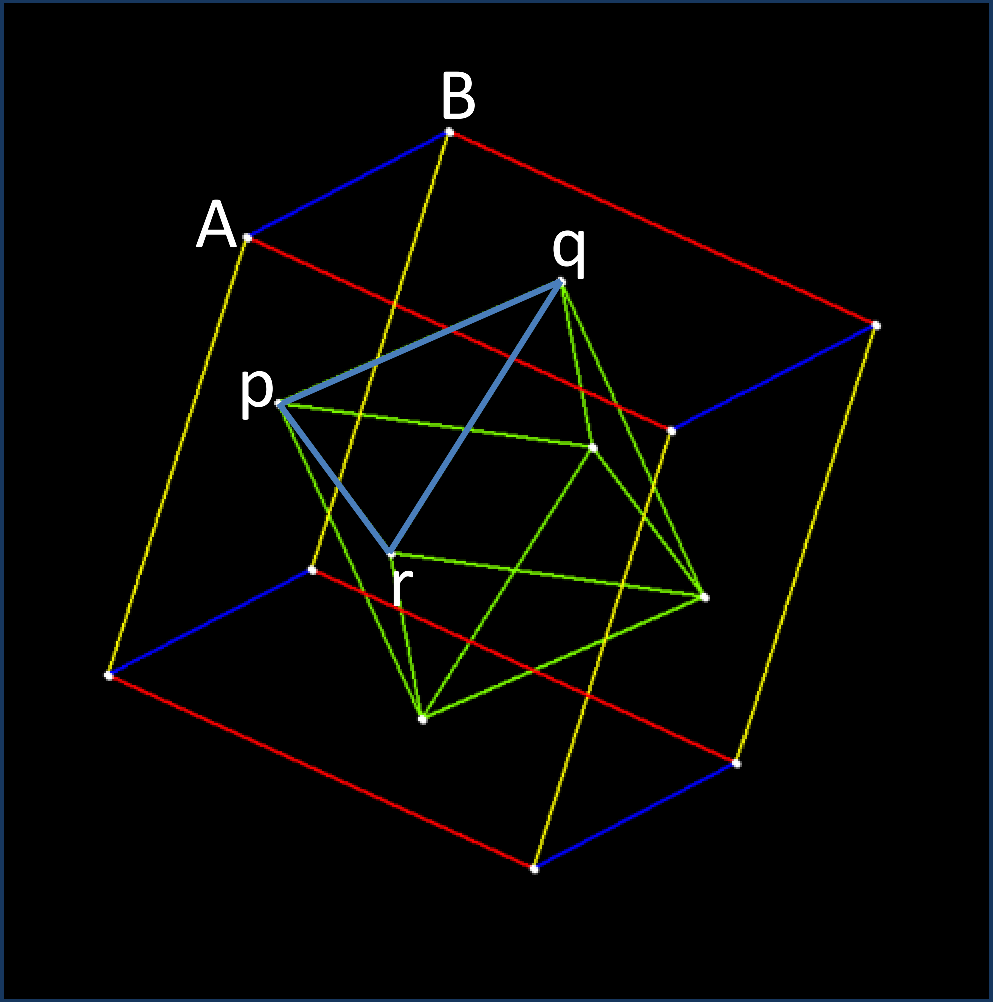
Zeker:

In elk van de acht cellen ligt een oktaëder.

Er zijn er meer!

Alle Kubussen; NWD 2019, Aad Goddijn

Kijk goed naar 1 punt en ribbe



Er is een natuurlijk bij *A* horende driehoek in deze cel , *pqr.* Zo zijn er *vier,* want A hoort bij vier cellen!

Er zijn nog twee lijntjes als *pq* die bij *AB* horen, in de andere twee kubussen aan *AB*. Samen: een driehoekje, dat ook aan *pq* vast zit..

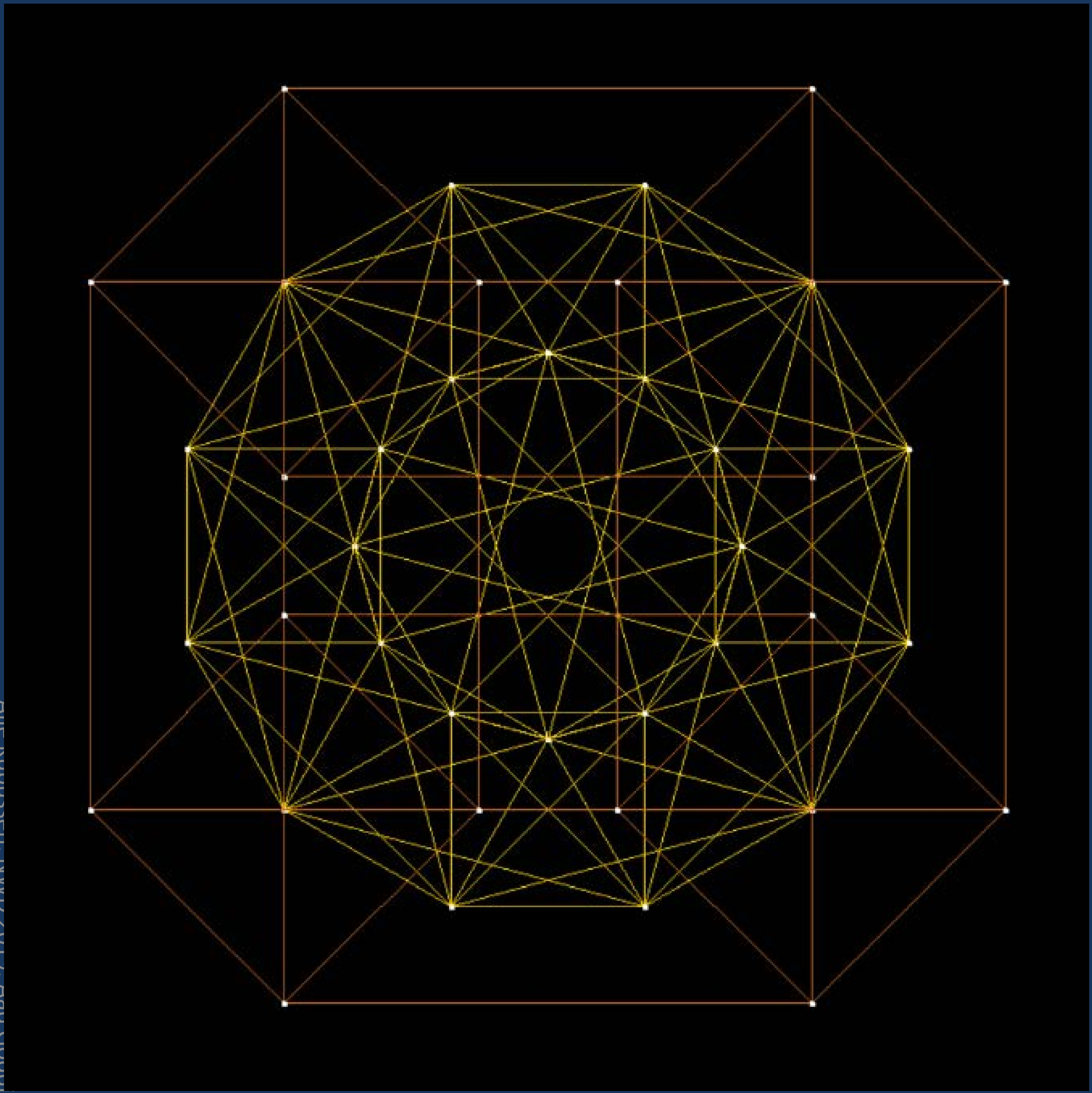
Zo zijn er *vier* driehoekjes, bij de vier ribben vanuit *A*.

Samen: 8 driehoeken:een ***oktaëder*** vormen, horend bij *A*.

Zo zijn er 16.
We vonden de:

Regelmatige 24-cel

Alle Kubussen; NWD 2019, Aad Goddijn



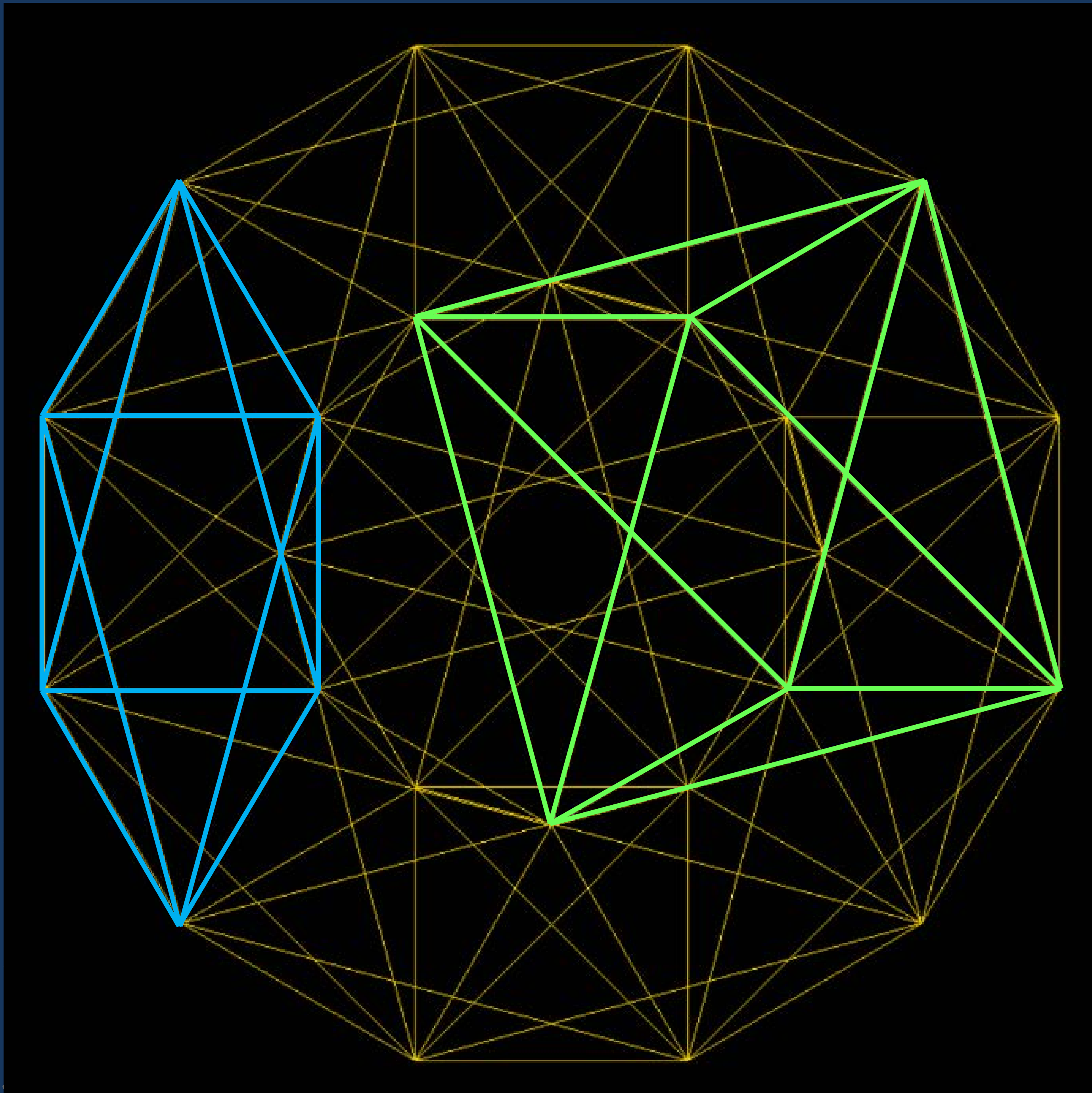
De
dodecagon-
projectie van
de 24-cel

Via
draaiingen:

(1,2,45)
(1,3,62.57)
(2,4,62.57)

punten-ribben-
vlakken-cellen:
24, 96, 96, 24

<R24celtwaalfhoek>

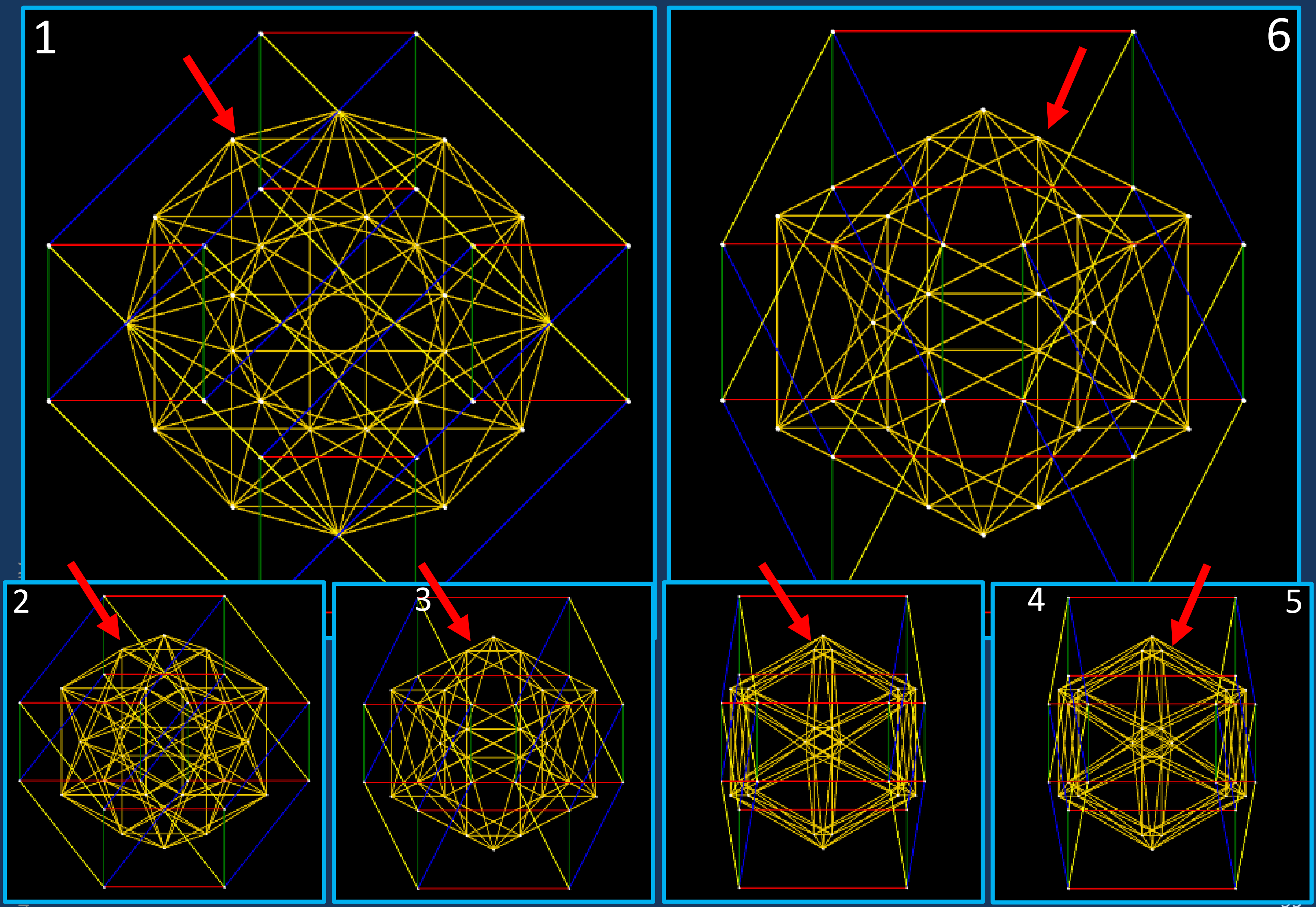


Analyse 12-hoekversie 24-cel

Twee oktaëders gemarkeerd, elk 1 uit 12.

Zoek cellen die in kubussen liggen en welke bij de hoekpunten van H_4 horen.

Voor- naar zijaanzicht: <R24celzijaanzicht_a.hyp>



numéros des sommets correspondants de l'hypercorps, se rapportent également aux deux ou aux quatre points dont ils sont

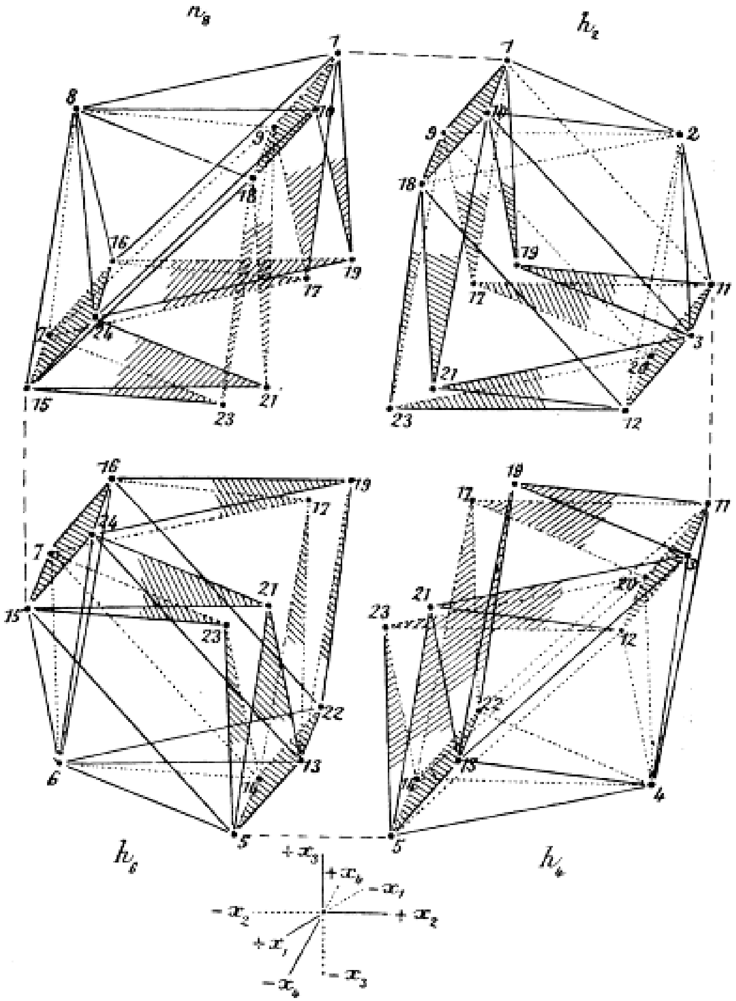


Fig. 41. — Perspective cavalière des seize octaèdres fondamentaux.

voisins; nous ne les avons écrits qu'une fois, et il appartient au lecteur de faire, le cas échéant, le triage des numéros se rapportant à l'un ou à l'autre de ces points. Chaque carré de A ou C,

Esprit Pascal Jouffret

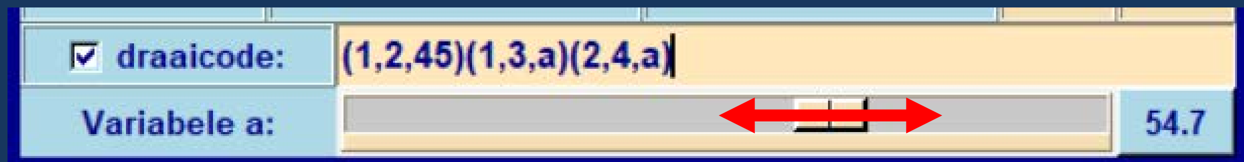
Traité élémentaire de géométrie à quatre dimensions

(Parijs, 1903)

De 24-cel in vier corresponderende 2-dimensionale aanzichten

De levende 24-cel in *Alle Kubussen*

Laad < *R24cel_bewegend.hyp*>



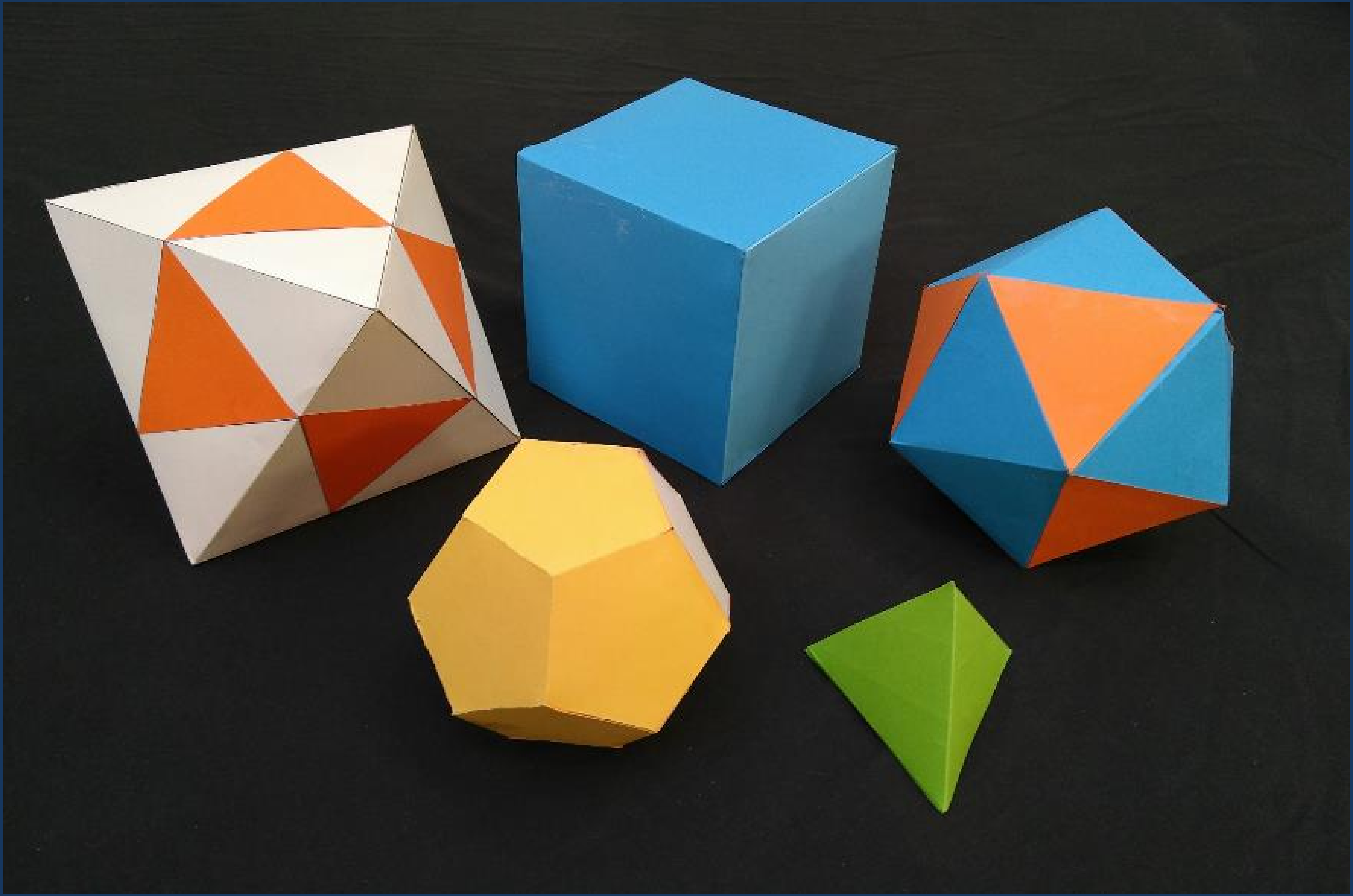
a = 27.422 : dubbel-twaalfhoek liggingen

a = 62.577 :

a = 45 : drie concentrische achthoeken

a = 54.74 : simpele 8-hoek versie met diverse samenvallende punten

Oude bekenden in 3D



Alle Kubussen; NWD 2019, Aad Goddijn

Alle regelmatige polytopen

Dimensie 2: Regelmatige n-hoeken, $n \geq 3$

Dimensie 3: 

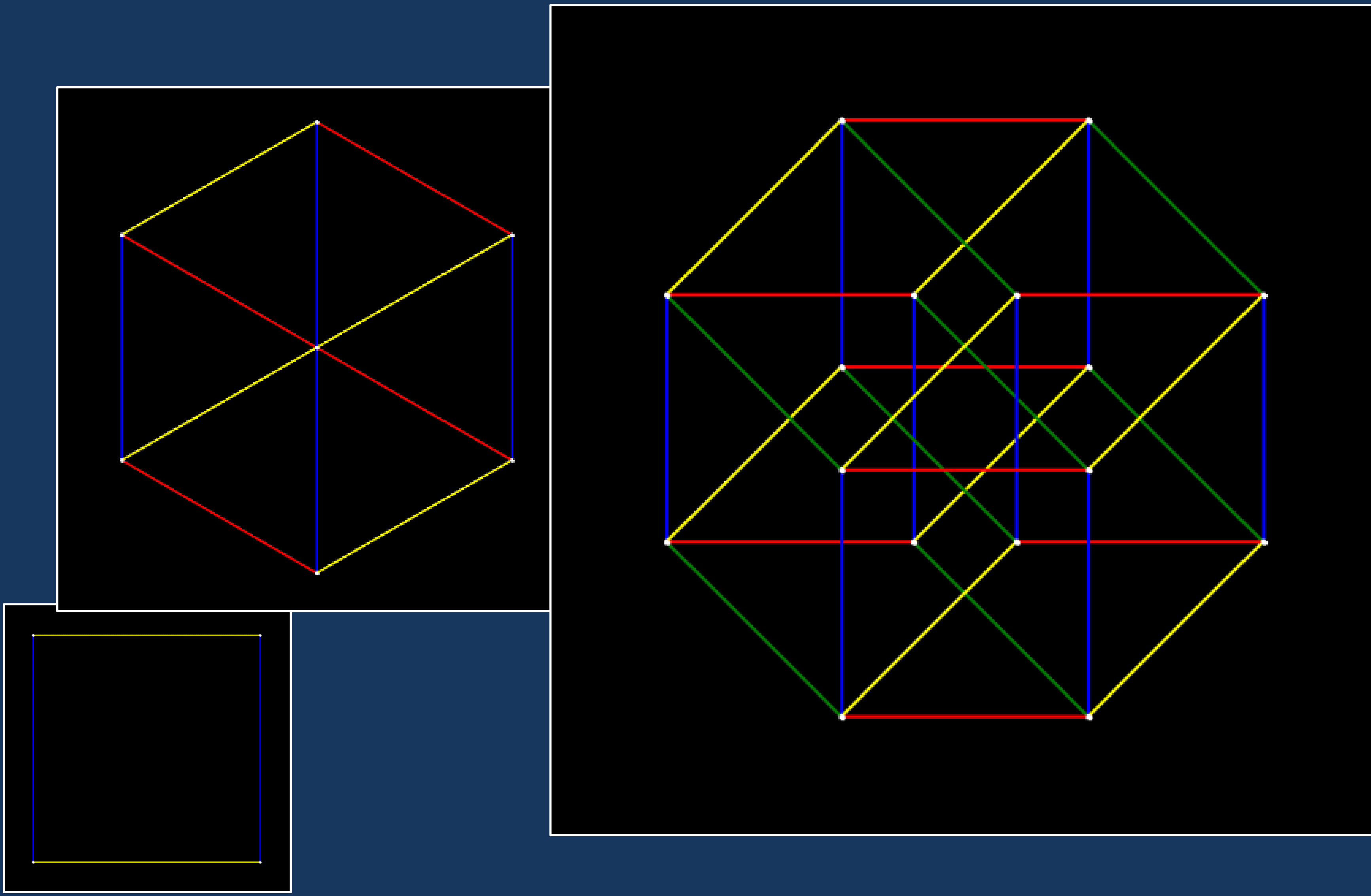
Dimensie 4:

naam	Schäfli	celtype	#punten	#ribben	#vlakjes	#cellen
5-cel, S_4	{3,3,3}	tetraëder	5	10	10	5
16-cel, K4	{3,3,4}	tetraëder	8	24	32	16
8-cel, tessaract, H_4	{4,3,3}	kubus	16	32	24	8
24-cel	{3,4,3}	oktaëder	24	96	96	24
120-cel	{5,3,3}	twaalfvlak	600	1200	720	120
600-cel	{3,3,5}	tetraëder	120	720	1200	600

Dimensies $n \geq 5$:

Alleen de S_n, K_n en H_n

Isometrische afbeelding van H_2, H_3 *en* H_4



Isometrische afbeelding van H_n

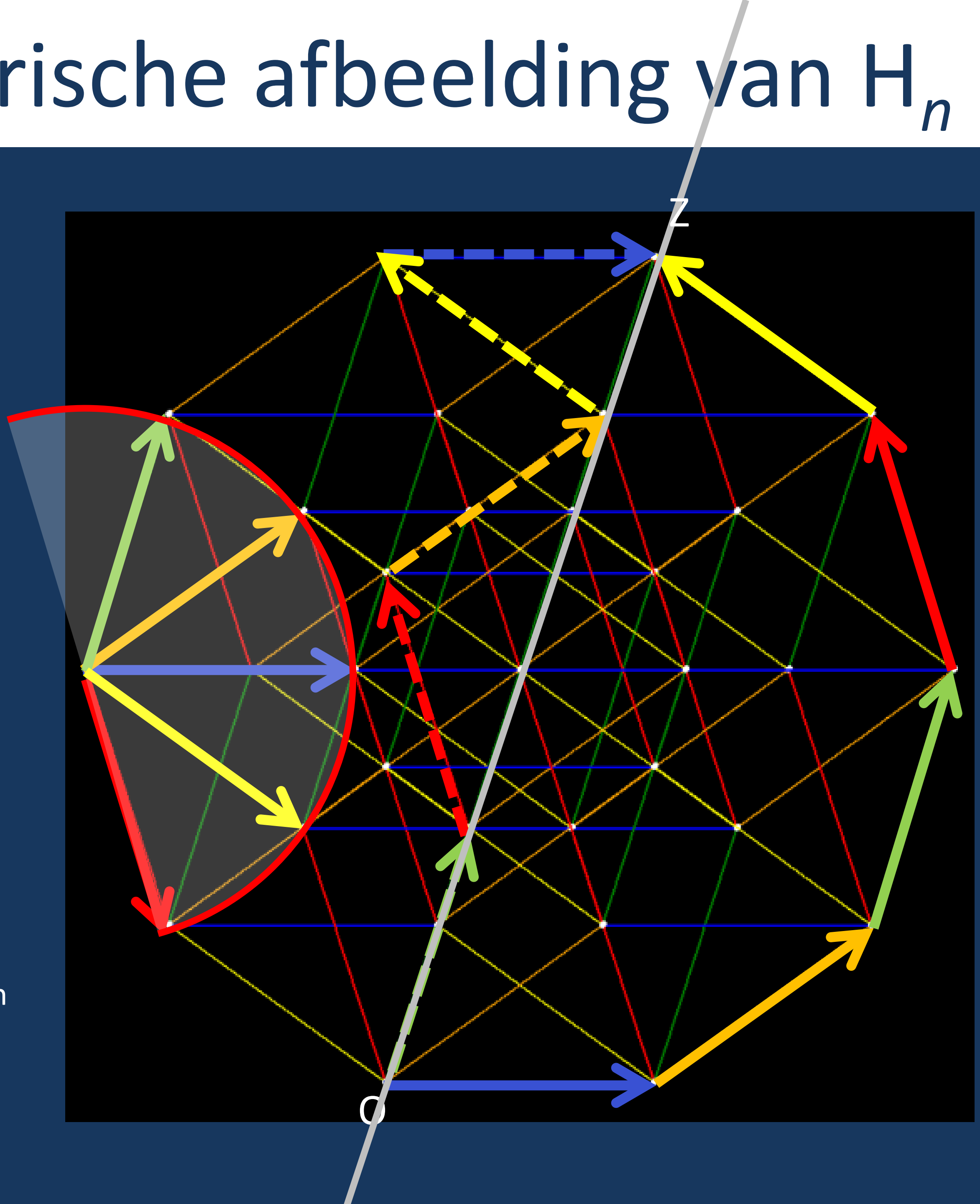
Alle ribben
in afbeelding
even lang

Omtrek is
regelmatige
2n –hoek

Hoekfiguur is
halve 2n-taart

Routes OZ door
permutaties van de
vectoren
uit rechterhelft
van de omtrek

(Bestaan van de projectie
gegarandeerd door
meerdim. generalisatie van
stelling van Pohlke)



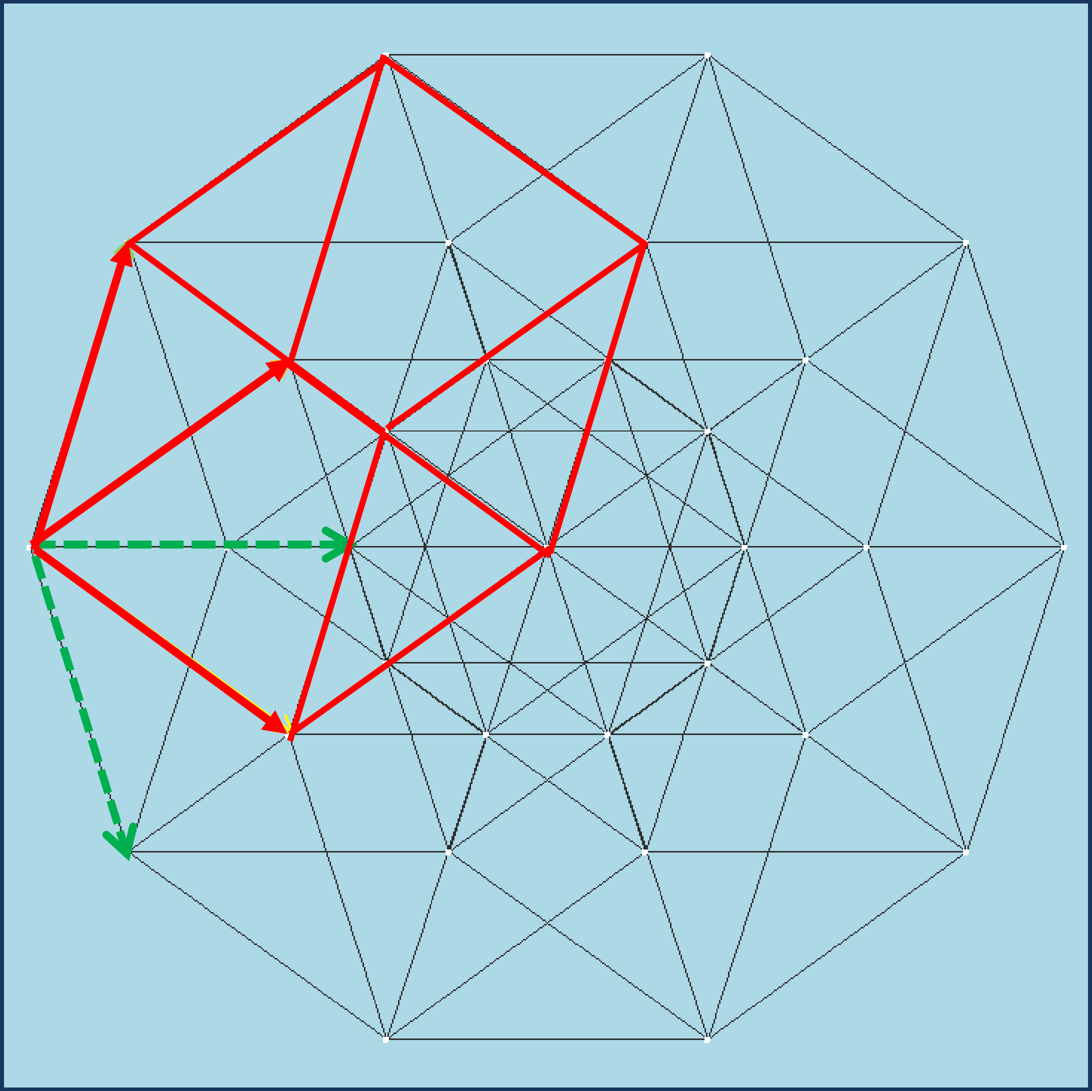
Isoprojectie H_n bewijst zijn bestaan

Stelling
van Pohlke …

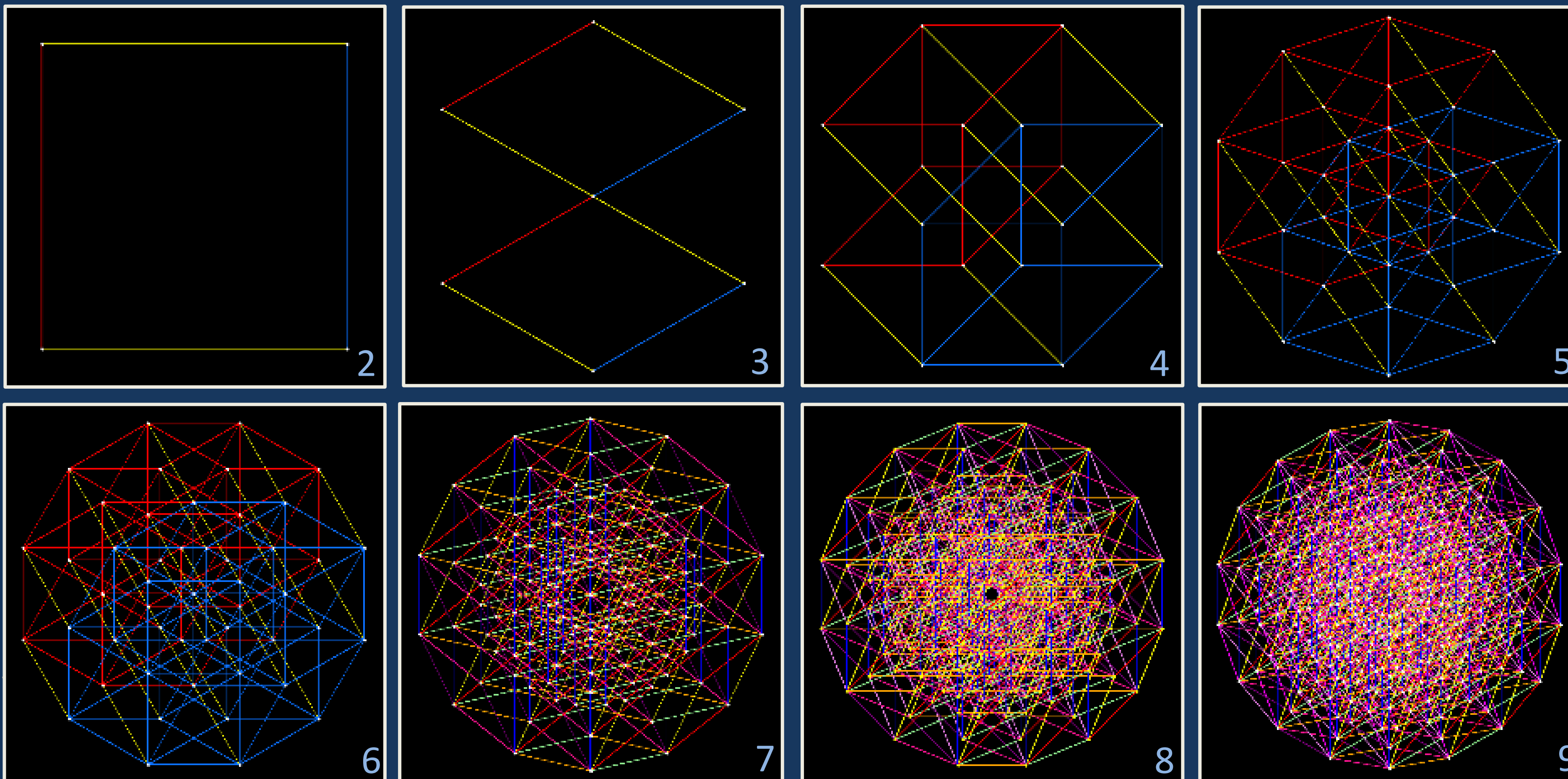
‘Elk vlak driebeen
is scheve parallelprojectie
van een
Kubus-driebeen’

Er is een natuurlijke
generalisatie
naar meer dimensies .

(Bewijs: Voeg lijnen van extra
punten naar bedoelde
projecties ervan toe
aan de ‘projector’ toe
(zie perspectief direct).



Isometrische projecties, H_2 t/m H_9



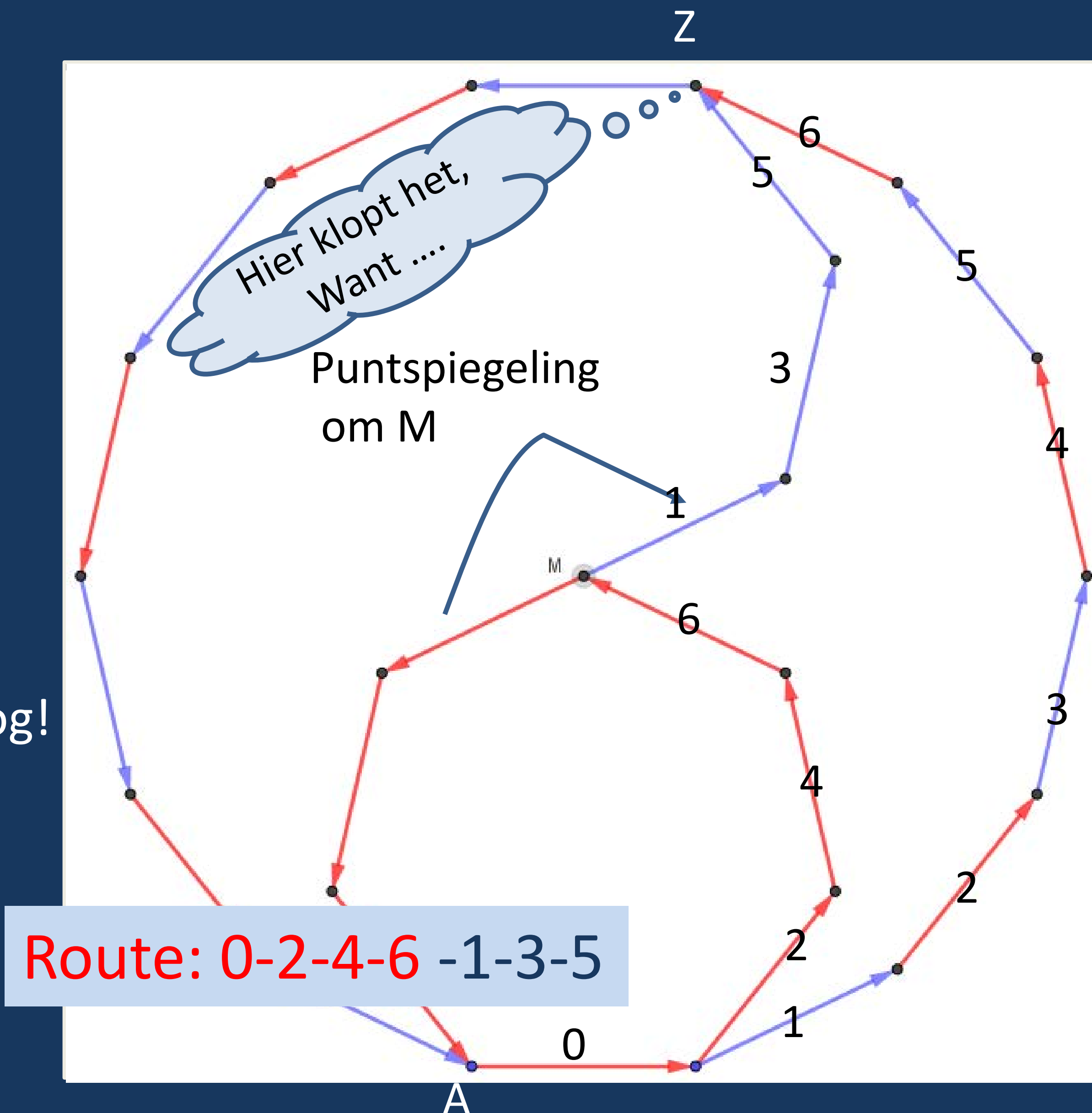
Het geval n = 7

Er is een route van A
naar Z via het centrum!

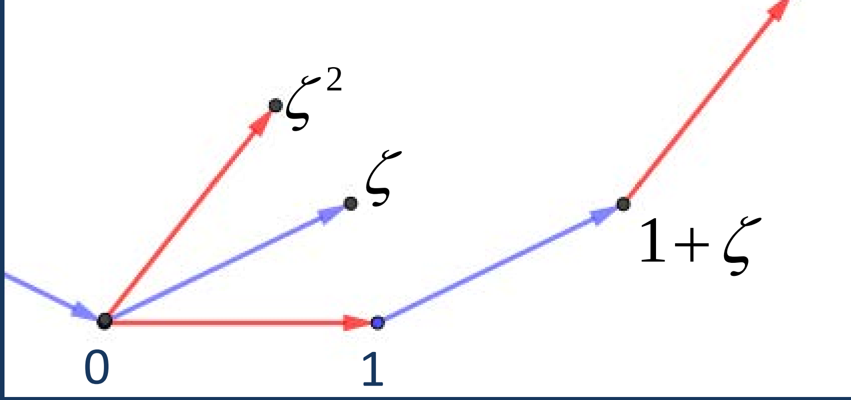
Analyseer die;
Dat levert een constructie.

Veelvoud van zeven?
Laat de onderverdeling
van de 14 bogen
intact . Het 7-plan werkt nog!

Deze strategie werkt als
de dimensie een
oneven deler heeft.



En bij dimensie *n* = 2^a ?



Bekijk eerst geval dim = 7 in het complexe vlak.

14-e eenheidswortel: $\zeta = \mathrm{e}^{\frac{2\pi i}{14}}$

14-hoek: $1+\zeta+\zeta^2+\zeta^3+\ldots+\zeta^{12}+\zeta^{13}=0$

Centrumroute 0-2-4-6 -1-3-5 , dus: $1+\zeta^2+\zeta^4+\zeta^6=\zeta+\zeta^3+\zeta^5$

ζ is oplossing van vergelijking $1-X+X^2-X^3+X^4-X^5+X^6=0$

Nu dimensie *n* = 2^a. *Vertaal net zo. Sleutelvraag:*

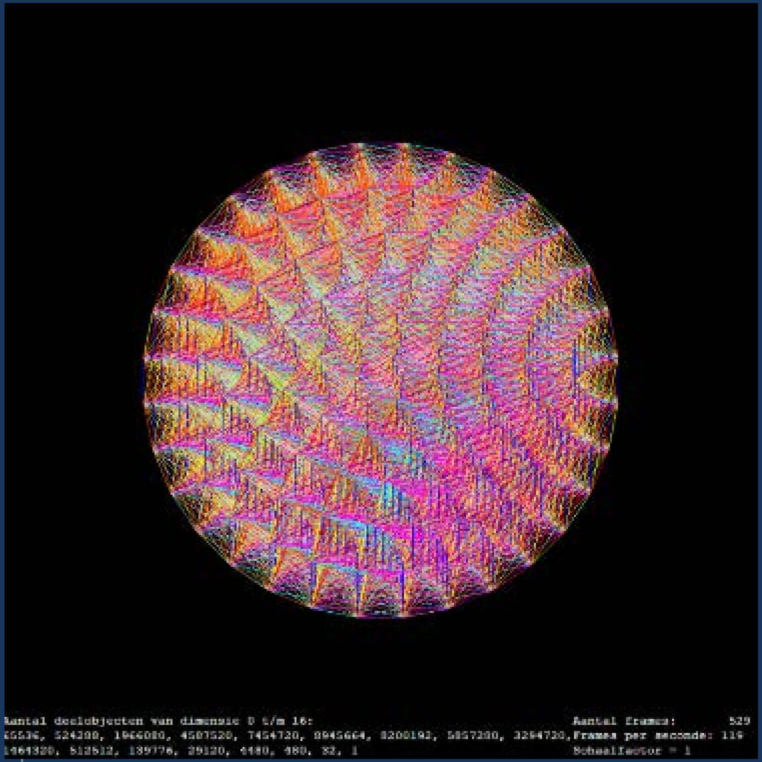
Is $\zeta = \mathrm{e}^{\frac{2\pi i}{2.2^a}}$ oplossing van een vergelijking als $\sum_{i=0}^{2^a-1} \pm X^i = 0$?

NEE! Want ζ is oplossing van $X^{2^a}+1=0$, en $X^{2^a}+1$ is *niet ontbindbaar in factoren met gehele coefficiënten*.

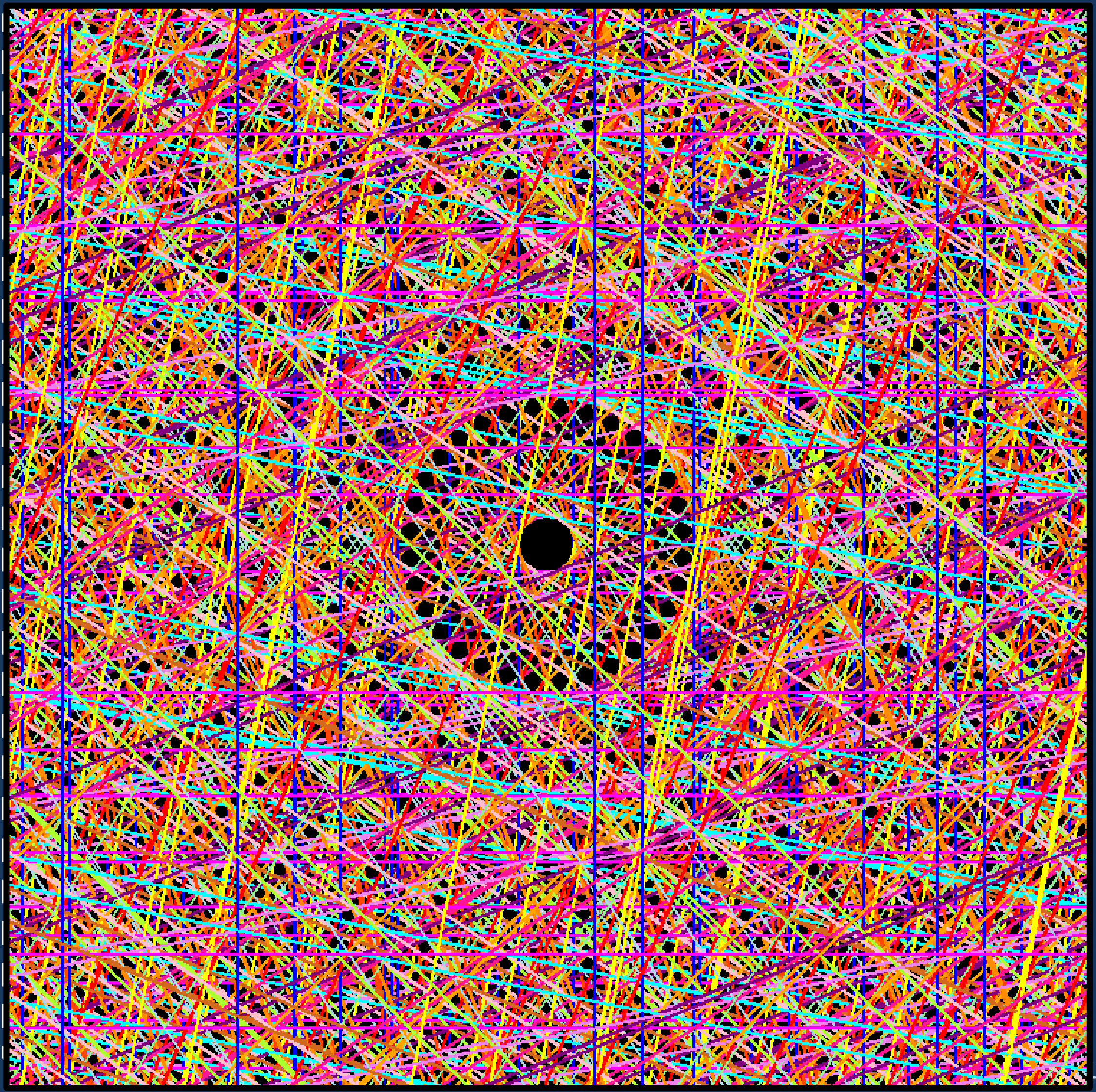
(Laatste stap vereist apart stukje algebra, b.v. het kriterium van Eisenstein)

Dimensie 16 moet een gaatje laten zien

Isometrisch, H_{16}



Centrum, 500 × vergroot:



Downloaden …….

Info:

powerpoint van presentatie met veel meer informatie
en schermbeelden

hier gebruikte versie programma *Alle Kubussen*   voor Windows
(werkt direct na downloaden)

gebruikte <extrabestanden.hyp> bestanden

géén handleiding (klik, sschuif en vind het zelf maar uit)

staan/komen op de NWD-site.

Aad Goddijn
A.Goddijn@uu.nl

Toppers uit de boekenkast