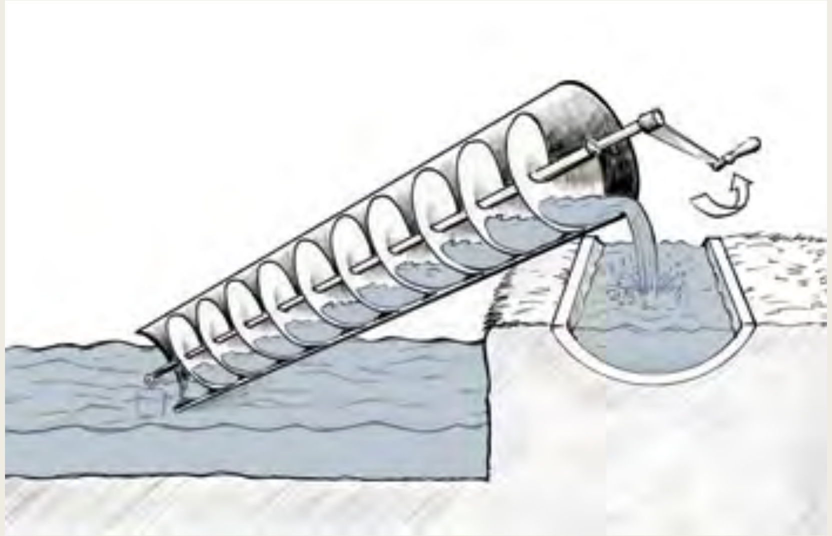
DE METHODE

OVER MECHANISCHE STELLINGEN, DOOR ARCHIMEDES

Luuk Hoevenaars
Hogeschool Utrecht

Fields Medaille



- Syracuse 287-212 v. Chr.
- Zoon van een astronoom Pheidias
- In Alexandrië geweest
- Grafsteen met cilinder en bol

Vraag 20 *

Je hebt een grote, cilindervormige glazen vaas met tien liter water en markeert het waterpeil met een streepje. Vervolgens haal je vier liter water uit de vaas en maakt daar ijsblokken van. De vaas houd je intussen afgedekt. Dan laat je de ijsblokken voorzichtig in de vaas zakken en wacht tot het wateroppervlak niet meer beweegt. Hoe hoog staat het water dan?

- a. Boven het streepje
- b. Precies tot het streepje
- c. Onder het streepje

Vraag 11 *

Je bent aan het fietsen en je valt naar links. Wat moet je doen om niet verder om te vallen?

- a. Naar rechts sturen
- b. Je lichaam naar rechts bewegen
- c. Naar links sturen

Overgebleven werken van Archimedes

Codex A:

- *Evenwichten van vlakke figuren*
- *Quadratuur van de parabool*
- *Over bol en cilinder*
- *Over spiralen*
- *Over conoiden and sphaeroiden*
- *Cirkelmeting*
- *De Zandrekenaar*

Codex B:

- *Evenwichten van vlakke figuren*
- *Quadratuur van de parabool*
- *Drijvende lichamen*

Codex C:

- *De Methode, over mechanische stellingen*
- *Over spiralen*
- *Het Stomachion*
- *Drijvende lichamen*
- *Cirkelmeting*
- *Evenwichten van vlakke figuren*
- *Over bol en cilinder*

De Archimedes Palimpsest

±950 n. Chr. Constantinopel

1229 Jeruzalem, palimpsest

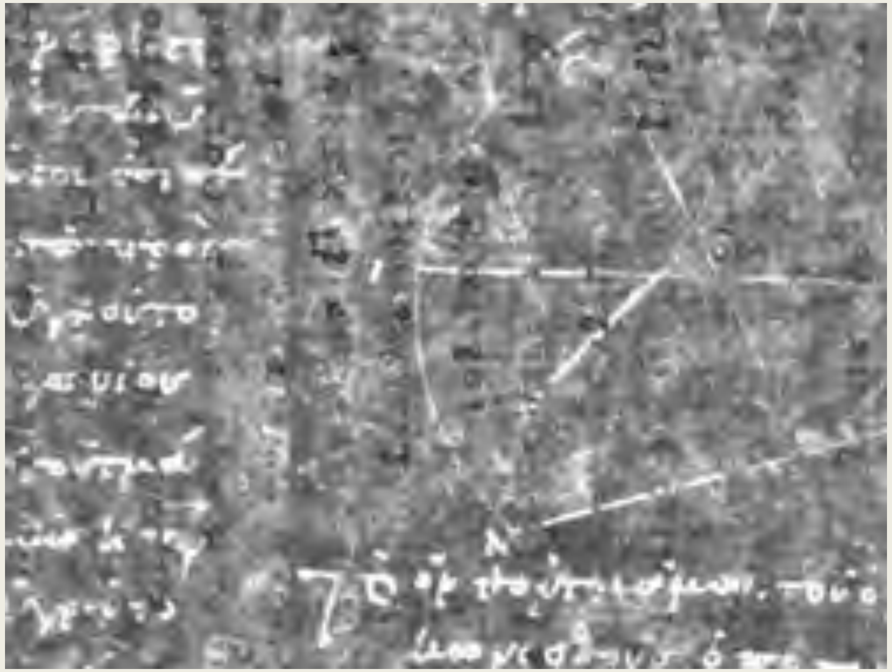
±1750(?) Constantinopel bibliotheek Metochion

1906 Heiberg

1906-1998 Frankrijk

1998 verkocht voor $2.000.000, gerestaureerd

Restauratie met röntgentechnieken



Wat staat in de Methode?

■ Propositie 1	oppervlakte paraboolsegment
■ Propositie 2	volume van een bol (& oppervlakte van een bol)
■ Propositie 4	volume van een paraboloïde
■ Propositie 5	zwaartepunt van een paraboloïde
■ Propositie 6	zwaartepunt van een halve bol
■ Propositie 12-15	volume van doorsnede van cilinders

Archimedes aan Eratosthenes Heil!

..want sommige dingen, die ik eerst langs mechanischen weg had ingezien, zijn later geometrisch bewezen, omdat de beschouwingswijze volgens deze methode ***geen bewijskracht*** *heeft. Want het is gemakkelijker, om het bewijs te leveren, wanneer men* ***eerst door de methode een zekere kennis*** *van het gezochte heeft verworven, dan iets te zoeken, zonder dat men er nog iets van weet.*

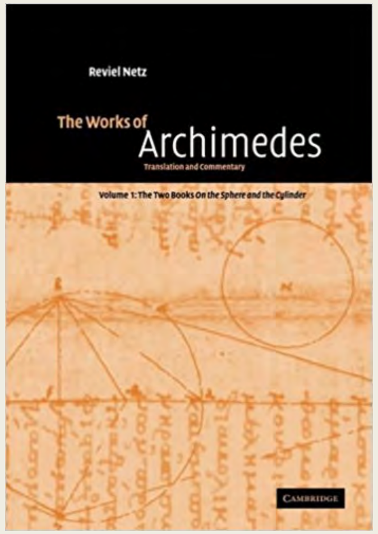
..ik vermoed namelijk, dat er zoowel onder de huidige als onder de komende generaties zullen zijn, die ***door de uiteengezette methode nog andere theoremata zullen vinden,*** *die ons nog niet te beurt zijn gevallen.*

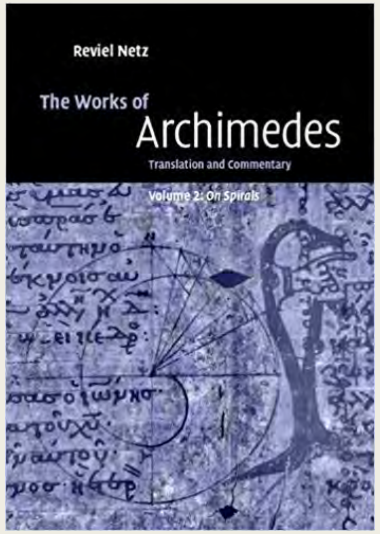
Bronnen

Volledige Nederlandse tekst van Dijksterhuis zoals verschenen in Euclides:

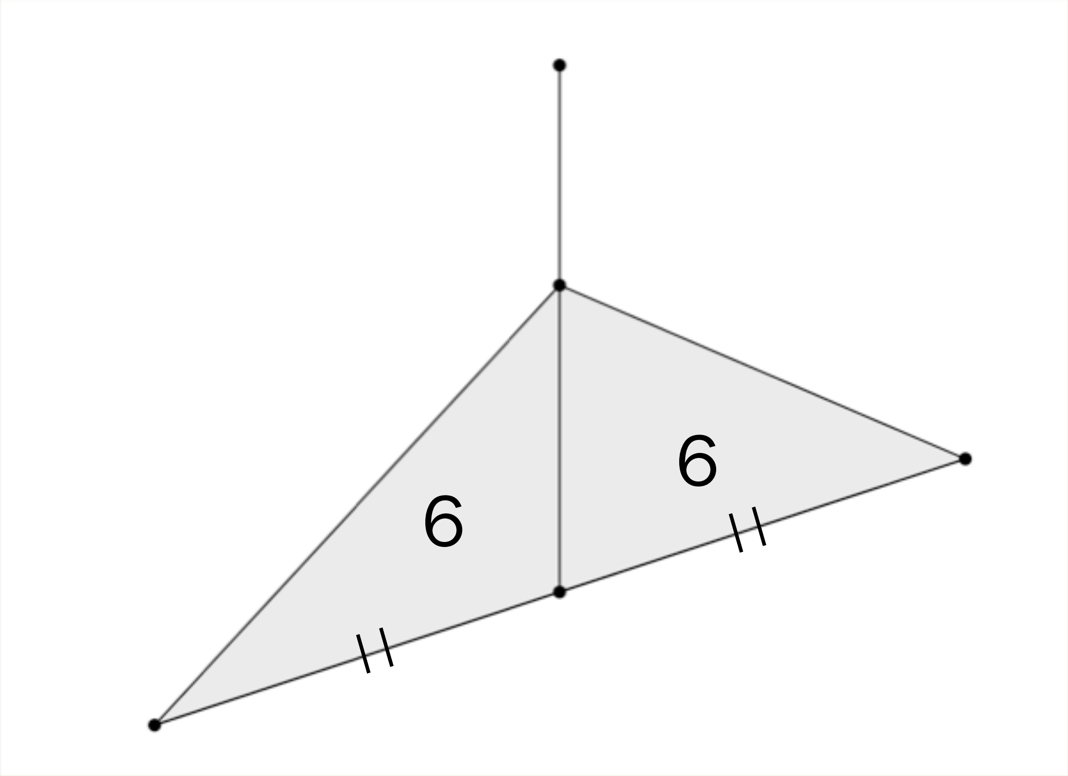
https://goo.gl/dzwo2K

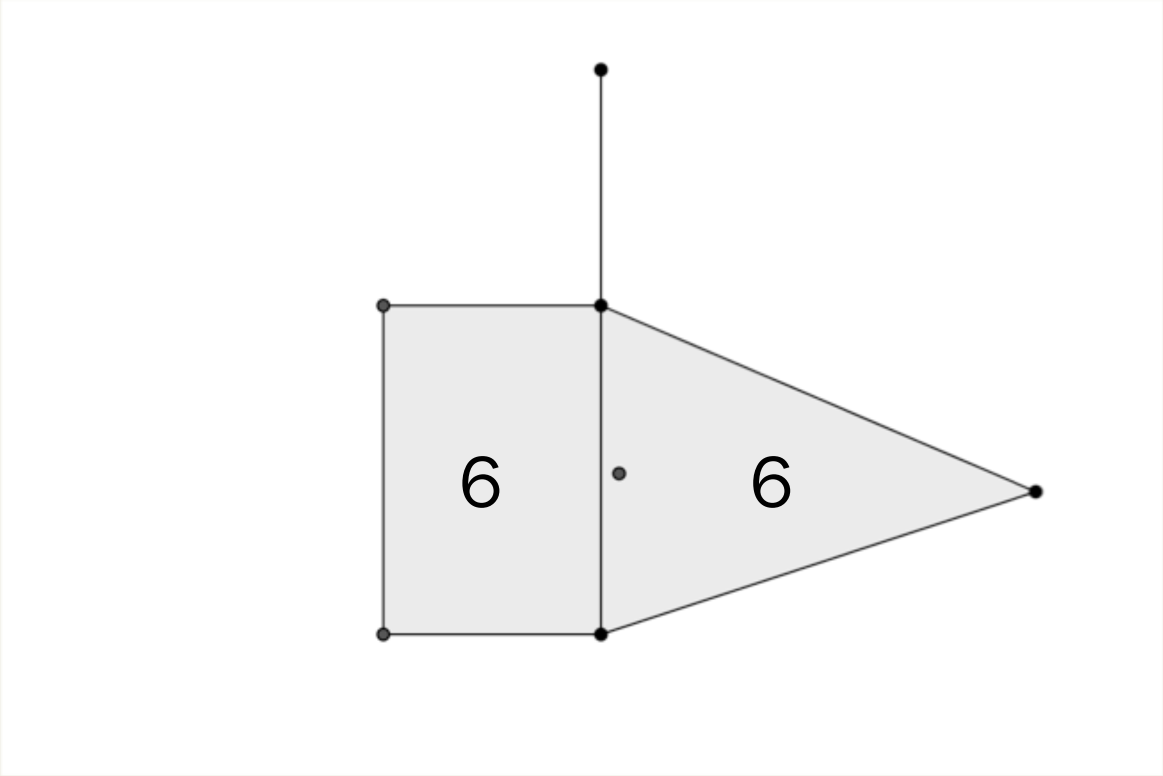
Reviel Netz werkt aan een complete, letterlijke Engelse vertaling:



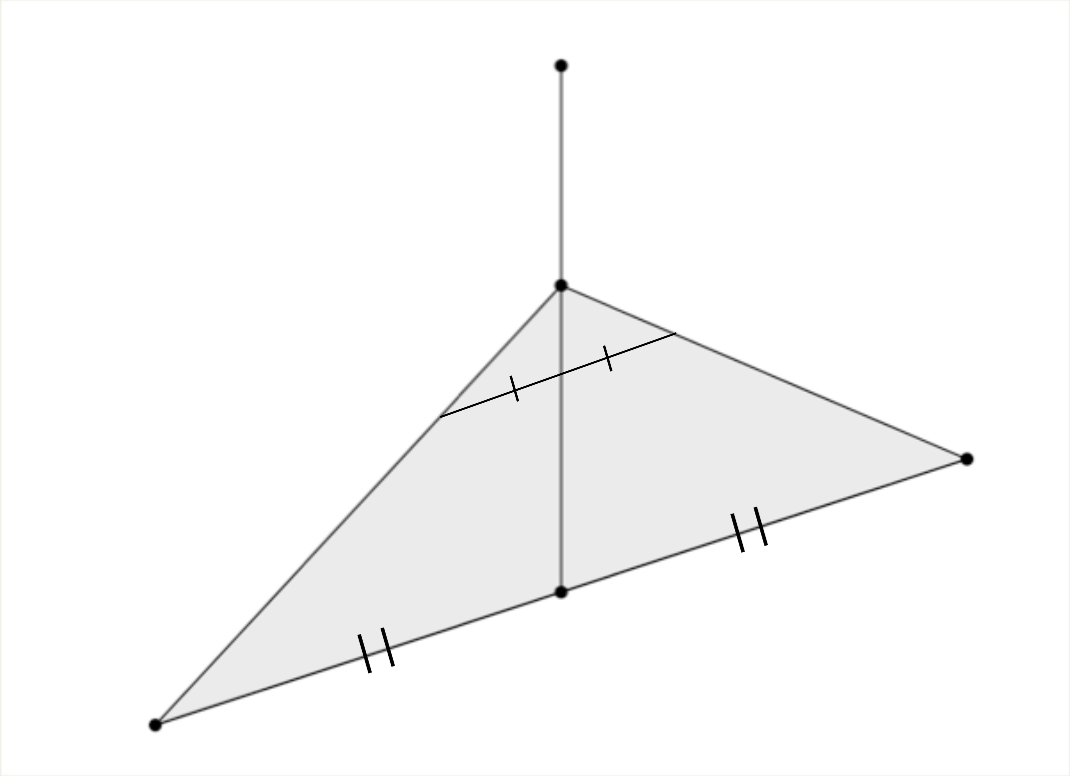


Zwaartepunt van een driehoek ligt op de zwaartelijn, vals argument



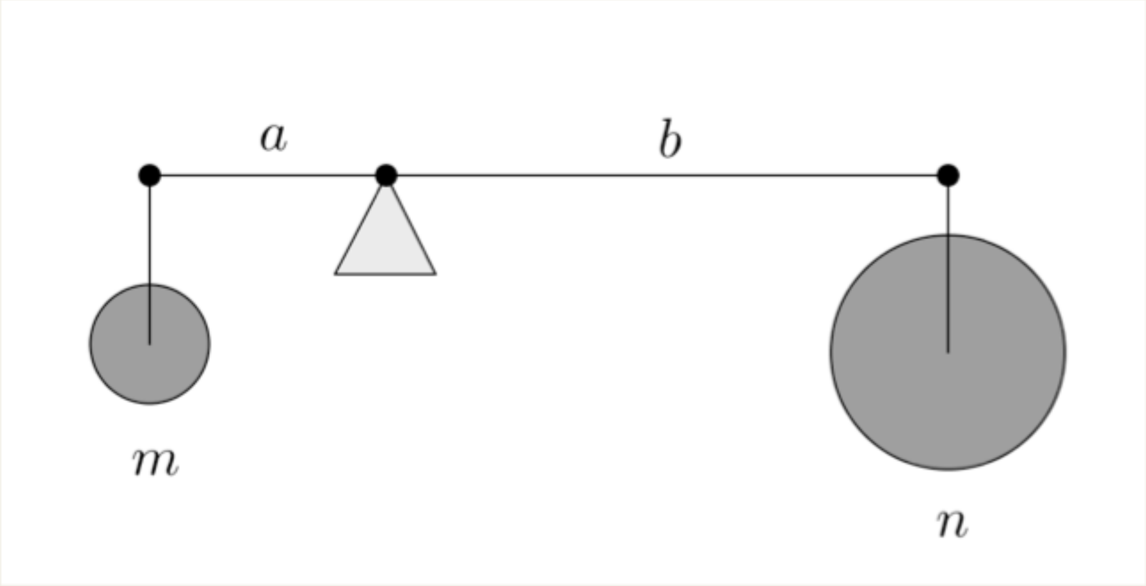


Het zwaartepunt ligt op de zwaartelijn



Moment

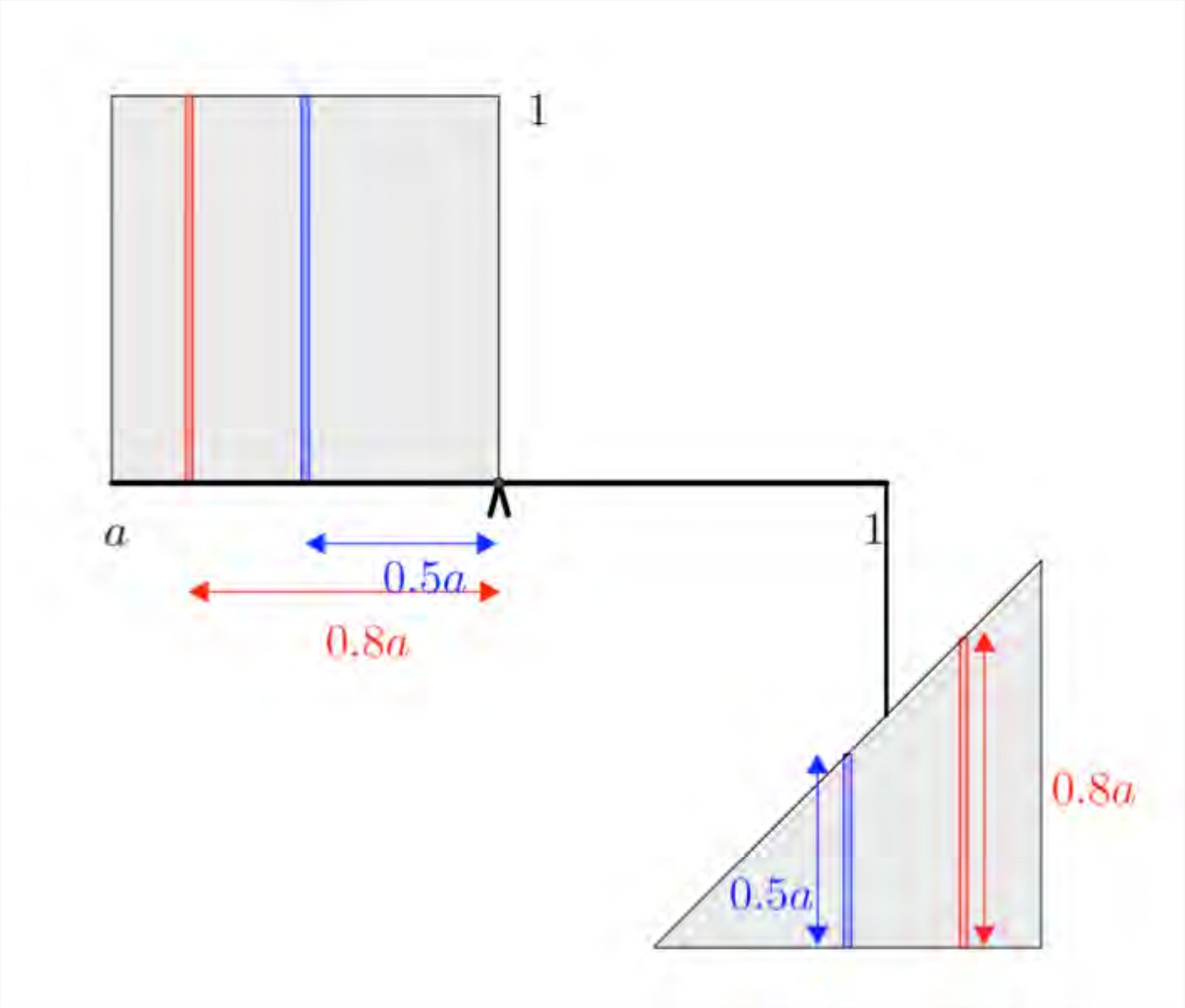
- moment = kracht · arm
- evenwicht: moment links = moment rechts



$$m \cdot a = n \cdot b$$

$$\frac{m}{b} = \frac{n}{a}$$

Moderne versie van de Methode



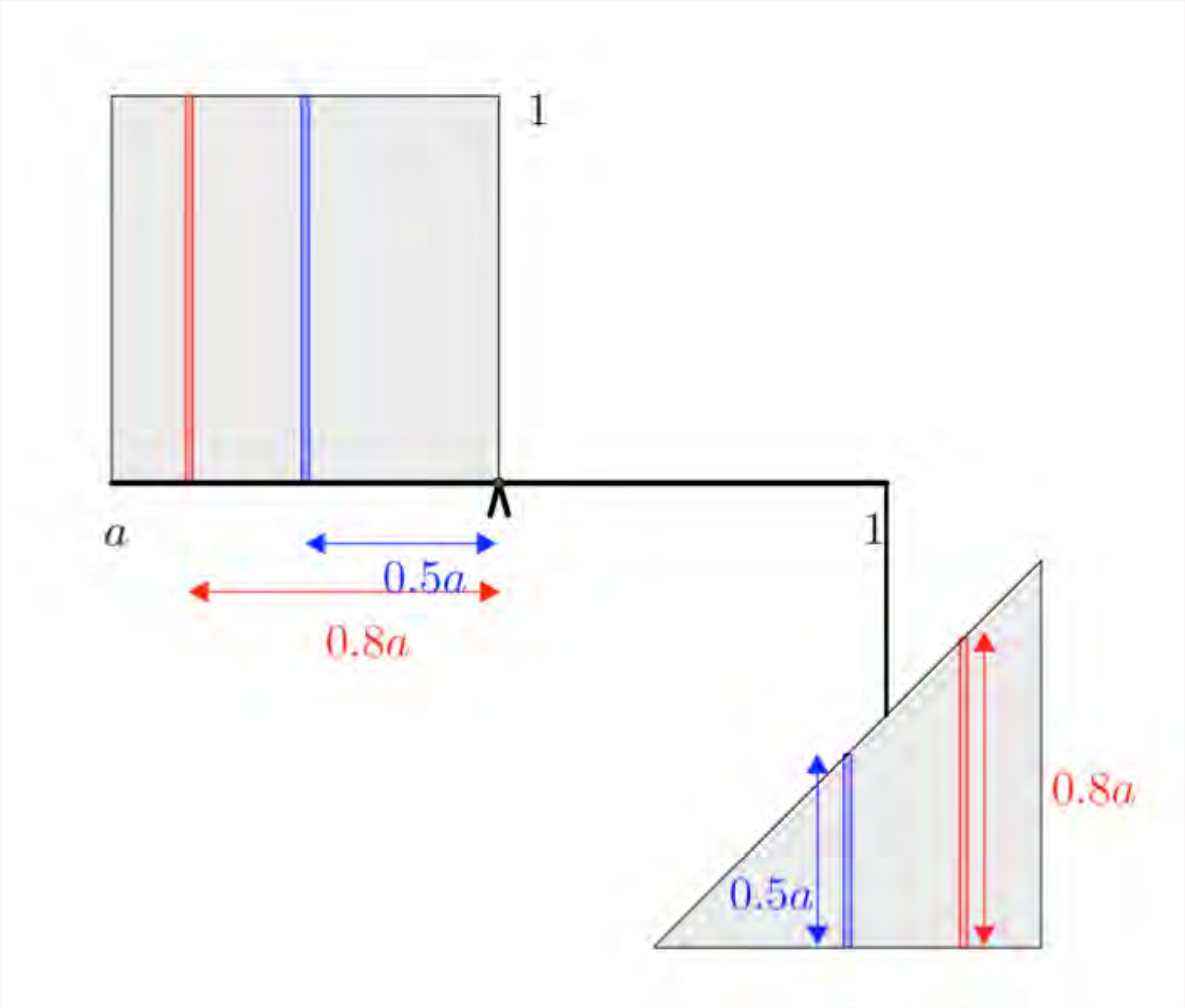
$$0{,}5a \cdot 1 = 1 \cdot 0{,}5a$$

$$0{,}8a \cdot 1 = 1 \cdot 0{,}8a$$

$$\frac{1}{2}a \cdot a = 1 \cdot \frac{1}{2}a^2$$

Gewicht (oppervlakte) van de driehoek is $\frac{1}{2}a^2$

Moderne versie van de Methode



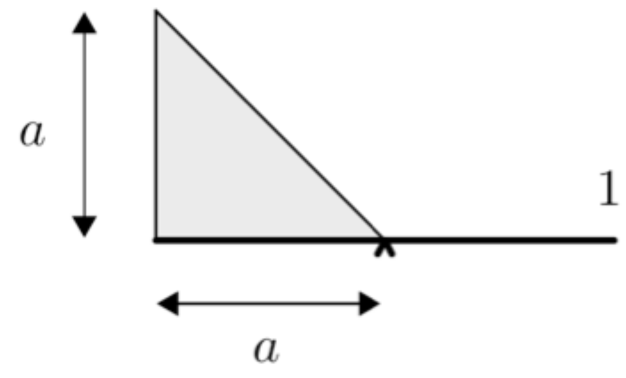
Links:

Gewicht bekend,
Zwaartepunt bekend

Rechts:

Gewicht wordt gevonden

Moderne versie van de Methode



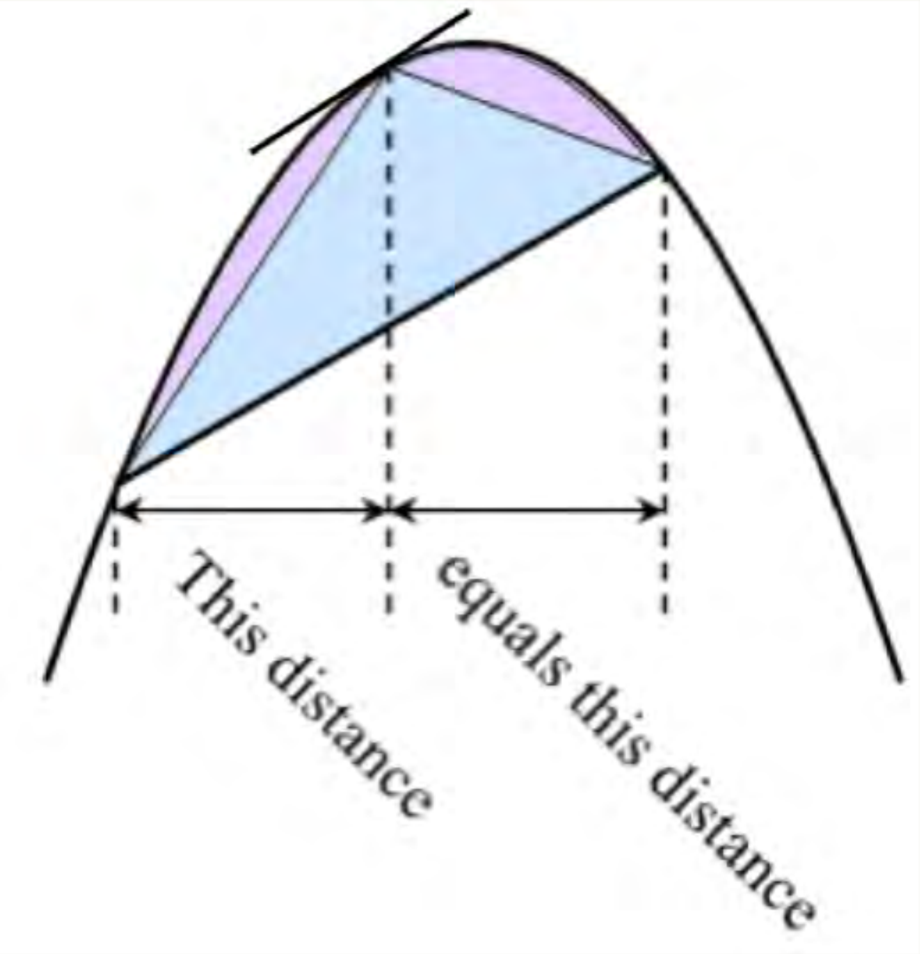
$$x \cdot x = 1 \cdot x^2$$

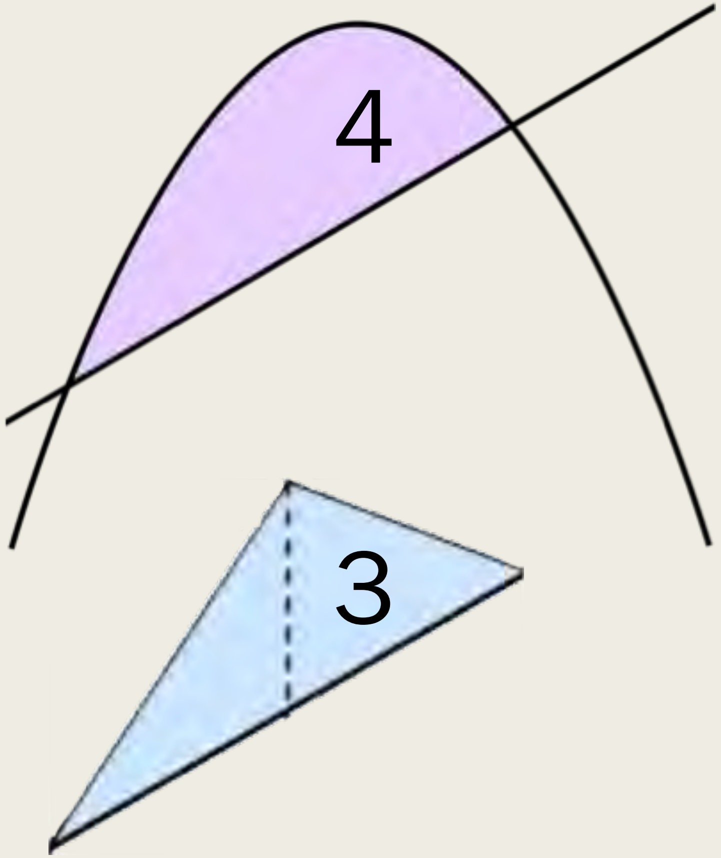
$$\frac{2}{3}a \cdot \frac{1}{2}a^2 = 1 \cdot \frac{1}{3}a^3$$

Gewicht (oppervlakte) onder de parabool

tussen $x = 0$ en $x = a$ is gelijk aan $\frac{1}{3}a^3$

Oppervlakte van een paraboolsegment, versie van Archimedes





Teksten van Archimedes, maak een keuze

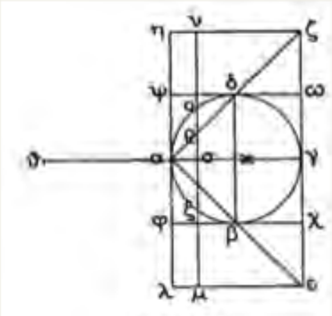
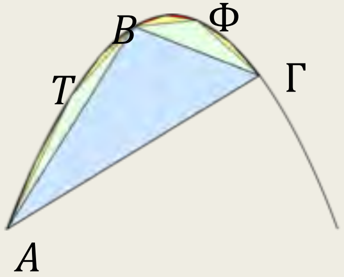
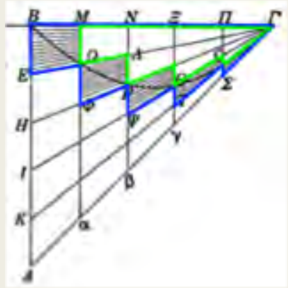


Fig. 128.

1. Methode, propositie 2: inhoud van een bol via de hefboommethode



2. Quadratuur van de parabool, proposities 19-24
   Machtreeks $1 + \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \cdots = \frac{4}{3}$

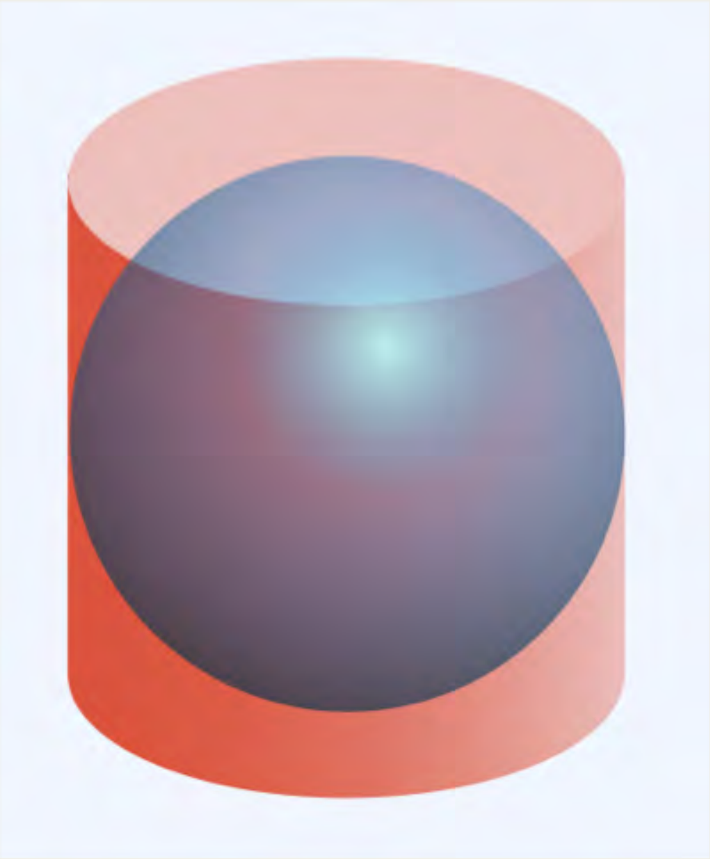


3. Quadratuur van de parabool, proposities 14-17
   Met hefboomprincipe, zonder oneindig dunne lijnstukjes.
   Inklemmen met een "Riemann" ondersom en bovensom.

Een paar observaties

- Archimedes gebruikt “infinitesimalen”, maar niet als bewijs.
- Riemann sommen hoeven niet altijd uit staafjes te bestaan.
  Limieten en machtreeksen: via inklemmen
  (uitputtingsmethode van Eudoxus)
- Quadratuur van een cirkel lukt niet, van een parabool wel!
- Volume van een bol uitgedrukt als verhouding van andere volumes
  (waar ook π in voorkomt)

Archimedes' grafsteen



Vol. Bol : Vol. Cilinder

2 : 3

Opp. Bol : Opp. Cilinder