

# Algebraïsch redeneren met de hangmobiel

Nationale Wiskunde Dagen 2018

**Mara Otten** – Promovendus  
Universiteit Utrecht

Begeleiders:

Prof. Dr. Marja van den Heuvel Panhuizen (Universiteit Utrecht)

Dr. Michiel Veldhuis (Universiteit Utrecht)

Prof. Dr. Aiso Heinze (IPN Kiel)

# Opzet werkgroep

- Korte introductie project
- Aan de slag met de hangmobiel
- Opgedane kennis relateren aan leerlingwerk

# Beyond Flatland Project

**Doel:** meer wiskundig redeneren op de basisschool introduceren  
→ Stimuleren van de hogere-orde denkvaardigheden (HOV)

We richten ons op groep 7

Drie **wiskundige domeinen:**

- Grafieken (modelleren van dynamische data)
- Kans
- Algebra

# (Pre-)algebra

- Internationaal onderzoek laat zien dat kinderen al op jonge leeftijd, vóór ze naar de middelbare school gaan, in staat zijn om algebraïsch te redeneren.
  - Bijv. kinderen van 10 jaar die lineaire vergelijkingen kunnen oplossen met onbekenden aan beide kanten van het =-teken (Brizuela & Schliemann, 2004)

bijv.  $2T + 7 = T + 20$

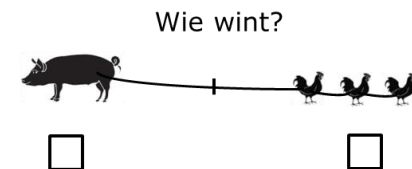
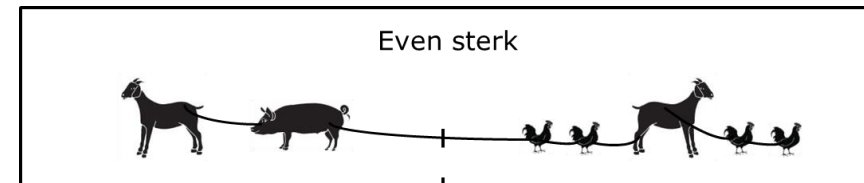
- Daarnaast bewijs dat het succesvol geïmplementeerd kan worden op de basisschool (e.g. Kaput et al., 2008)
- Pre-algebra
- Belangrijk: ≠ het eerder beginnen met formele algebra

# Pre-algebra

- **Doel:** ontwikkelen van een lessenserie (voor groep 7) van zes lessen over pre-algebra
- **Onderzoeksvraag:** Hoe kan het algebraïsch redeneren van basisschoolleerlingen uitgelokt / gestimuleerd worden?

# Ontwikkeling van de lessenserie: Vergelijkingen

- Focus op vergelijkingen
- Informeel algebraïsch redeneren
- Specifieker: context-gebaseerde vergelijkingssituaties als startpunt (i.p.v. formele vergelijkingen)



~~$$10Y = 2X$$
$$X = 2Y + Z$$
$$Z = \dots Y?$$~~

# Embodiment Theorie

**Fysieke ervaringen** met een bepaald (wiskundig) concept, kunnen bijdragen aan een beter begrip van dit concept.

# Opdracht in groepen

- 5 groepen
- **Vraag 1:** Kun je iets veranderen aan deze hangmobiel, terwijl tegelijkertijd de hangmobiel recht blijft? Je mag alleen dezelfde balletjes gebruiken
- **Vraag 2:** Wat kun je allemaal doen, terwijl tegelijkertijd de hangmobiel recht blijft? Je mag ook balletjes wegdoen en erbij nemen.

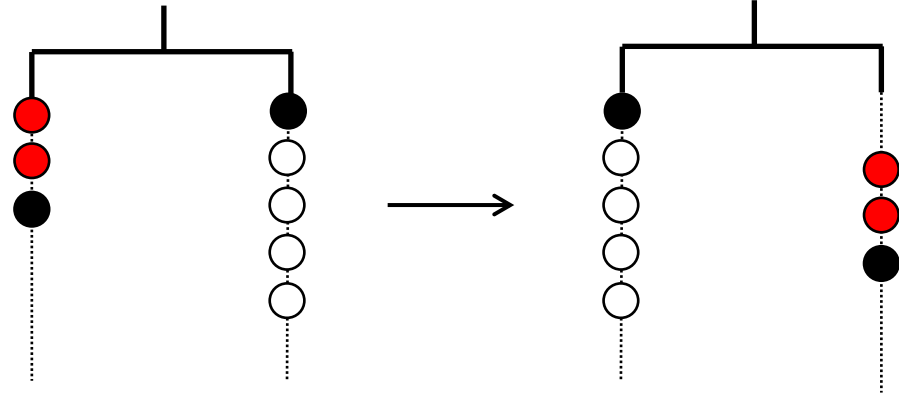
Maak een poster van jullie bevindingen!

# Discussie

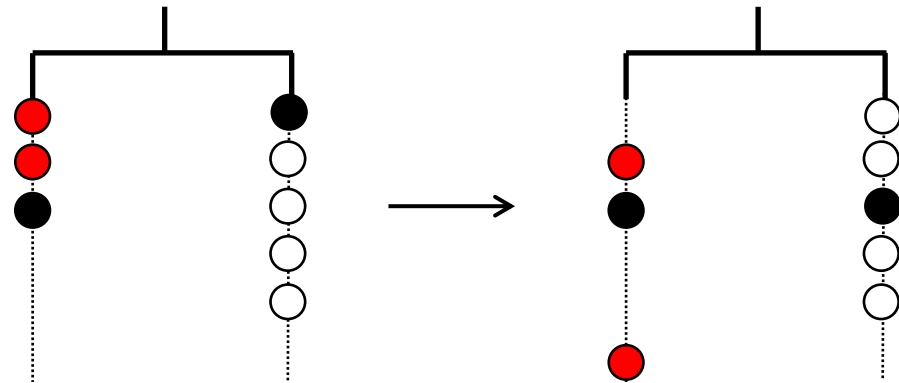
Wat kan er allemaal veranderd worden aan de hangmobiel, terwijl je zorgt dat deze recht blijft?

# Aantal opties:

- Omwisselen van L/R

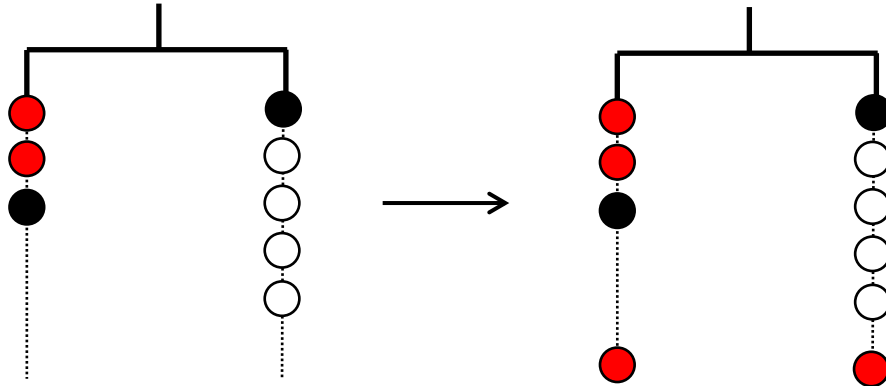


- Volgorde van de balletjes aan één kan veranderen

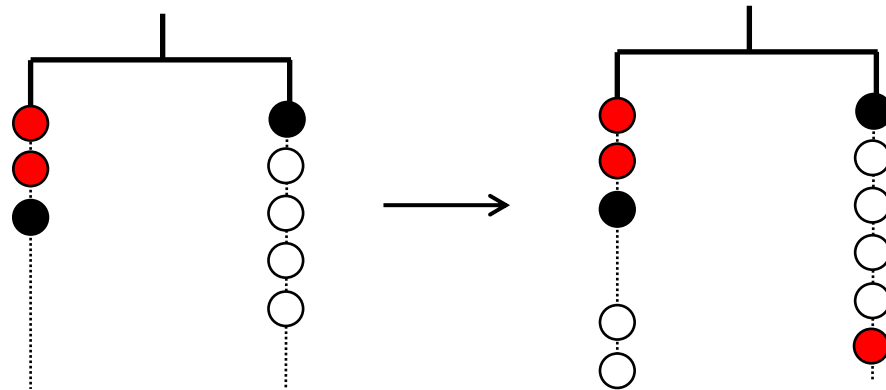


# Aantal opties:

- (Gelijke) balletjes toevoegen aan beide kanten

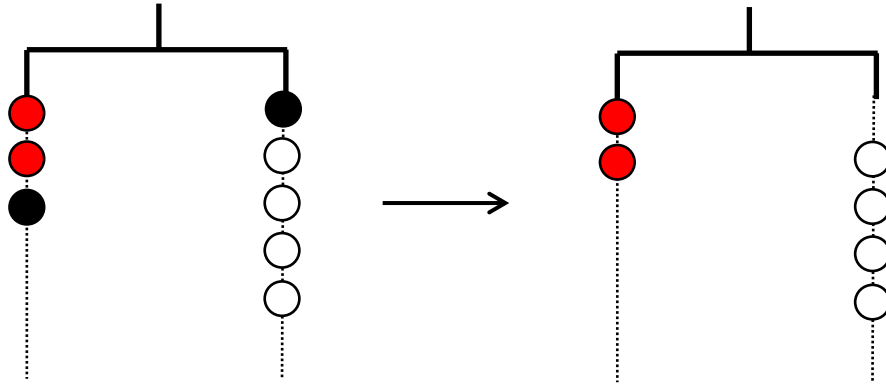


- Balletjes aan beide kanten toevoegen (op basis van de verhouding)

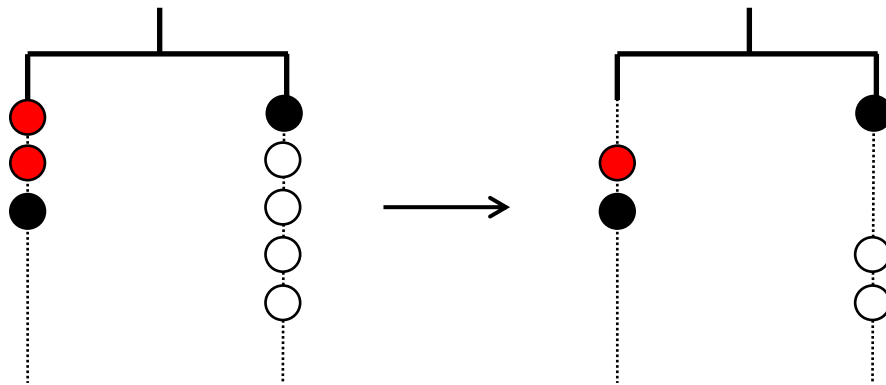


# Aantal opties:

- (Gelijke) balletjes wegnemen aan beide kanten



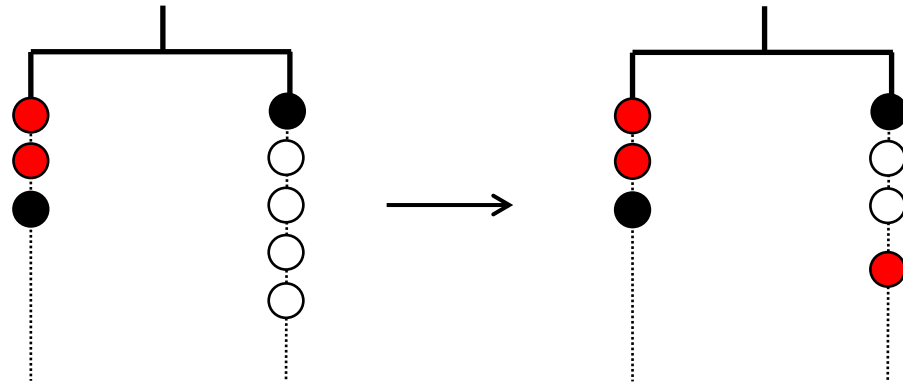
- Balletjes aan beide kanten wegnemen (op basis van de verhouding)



# Aantal opties:

- Balletje van een bepaalde kleur vervangen door balletjes van een andere kleur (op basis van de verhouding)

- ...

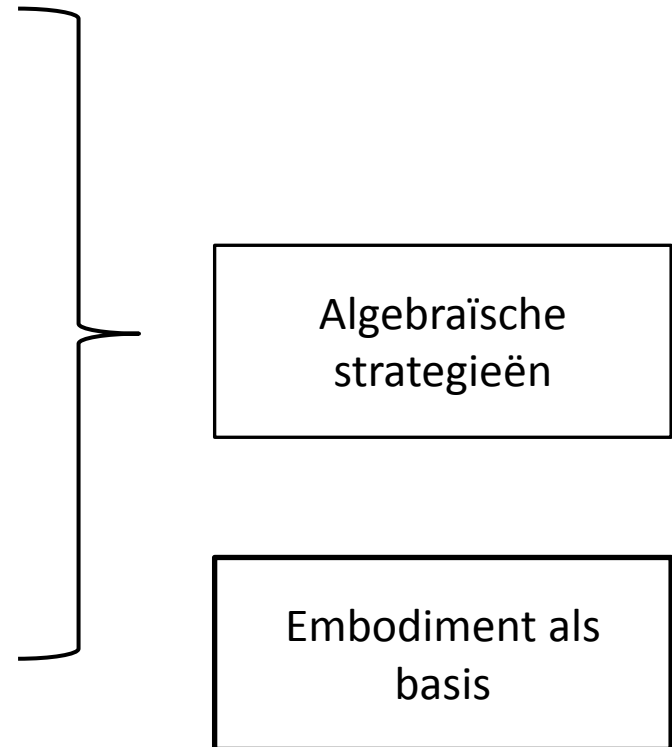


# Discussie

1. Welke algebraïsche principes/concepten/strategieën komen terug in deze opdracht?
2. Op welke manier helpt de fysieke ervaring hierbij (*embodiment theorie*)?

# Wat komt er in deze opdracht aan bod?

- Gelijkheid
- Herstructurering
  - Links/rechts omwisselen
  - Positie aan één kant veranderen
- Isolatie
  - Additief verminderen
  - Multiplicatief verminderen
- Substitutie
  - Vervangen van onbekenden
- Notaties
- Taal
- ...



# Embodied cognitie theorie

- Fysieke ervaringen met het concept **gelijkheid**, kan bijdragen aan een dieper begrip van dit concept.
- Leerlingen proberen steeds op verschillende manieren de hangmobiel in balans te houden
- Bouwt voort op de ervaringen die leerlingen al hebben met balans in het dagelijks leven
- Omdat begrip van het concept *gelijkheid* essentieel is voor het oplossen van vergelijkingen (vb. Greenes & Findell, 1999) kan het werken met de hangmobiel als goede basis gelden voor het ontwikkelen van algebraïsch redeneren.

# Leerlingwerk

Tot nu toe:

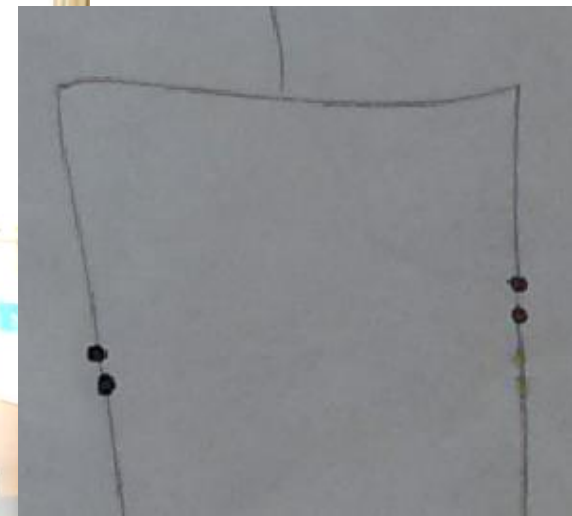
1. Hoe kan algebraïsch redeneren uitgelokt worden bij basisschoolleerlingen?
2. Welk algebraïsch redeneren wordt uitgelokt door leerlingen met de hangmobiel te laten werken?

Nu: hoe is dit daadwerkelijk zichtbaar bij leerlingen?

# Filmpje 1: werken met de hangmobiel



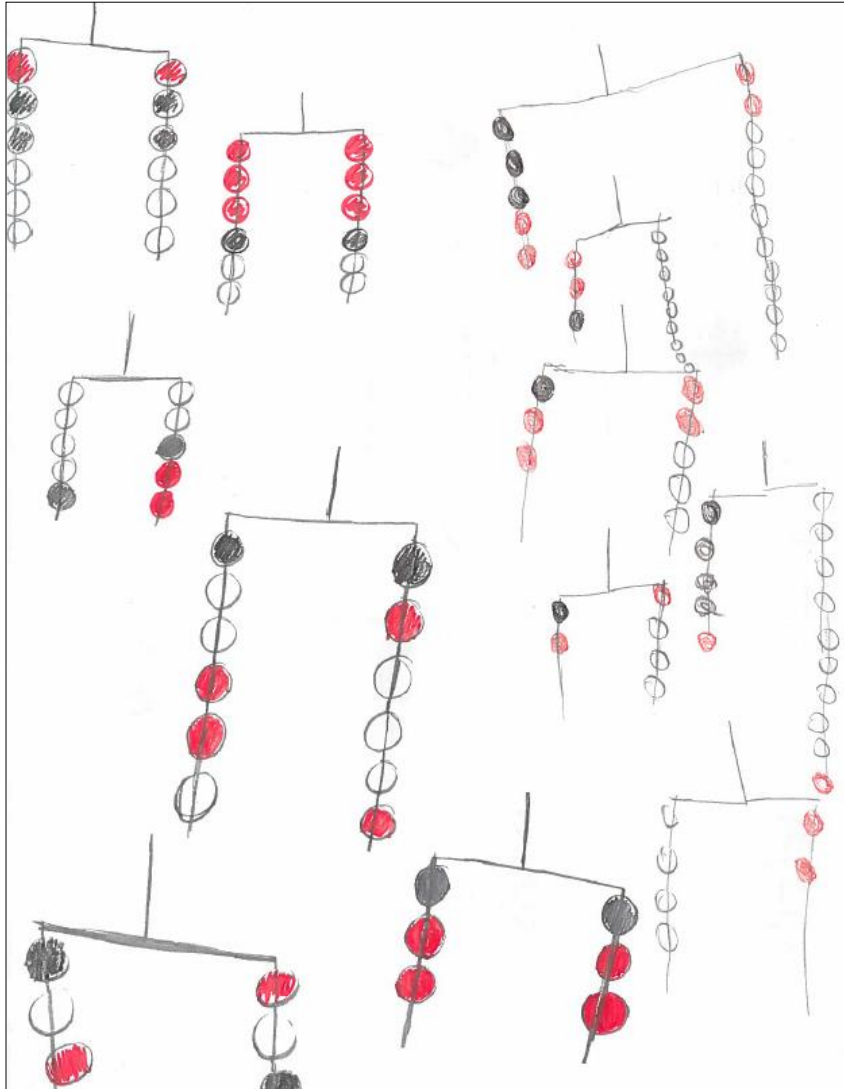
# Filmpje 2: werken met de hangmobiel



# Filmpje 3: klassikale nabespreking



# Posters 1 en 2



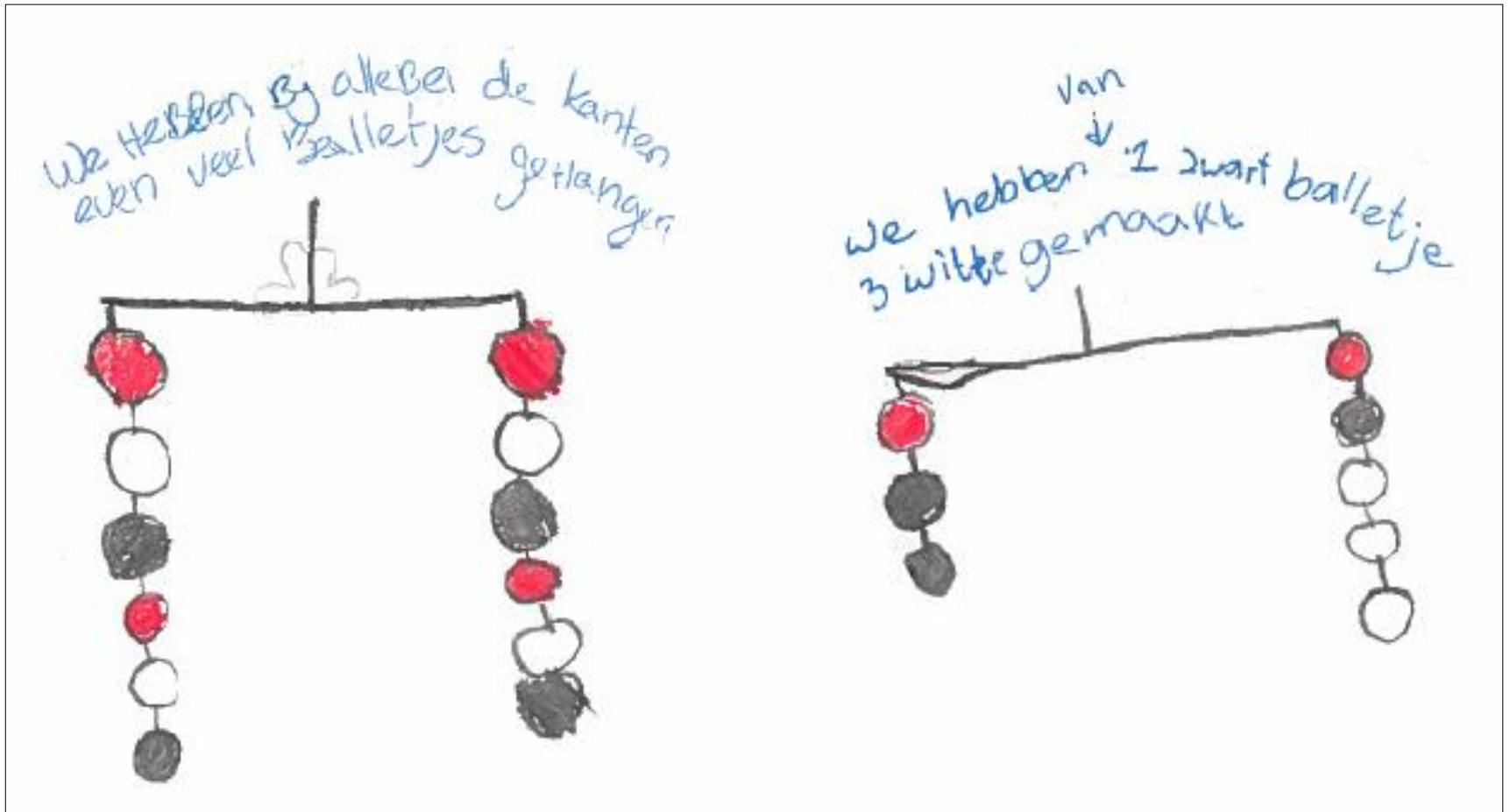
je hebt  $\infty$  mogelijkheden als je je dan deze regels houdt:

- er moeten aan de ene kant 3 keer zoveel witte als aan de andere kant zwarte zijn.
- er moeten aan de ene kant evenveel rode als aan de andere kant witte zijn.

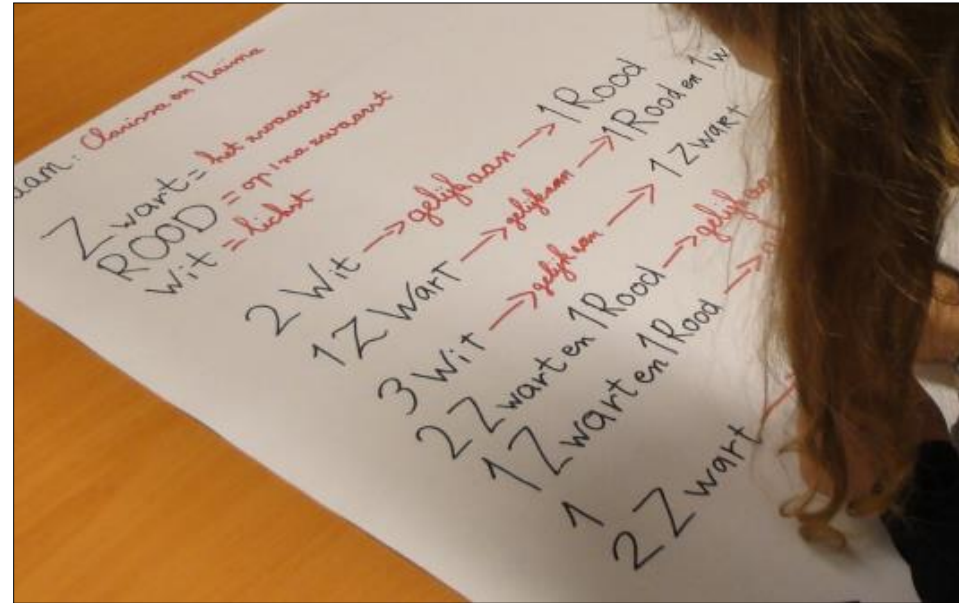
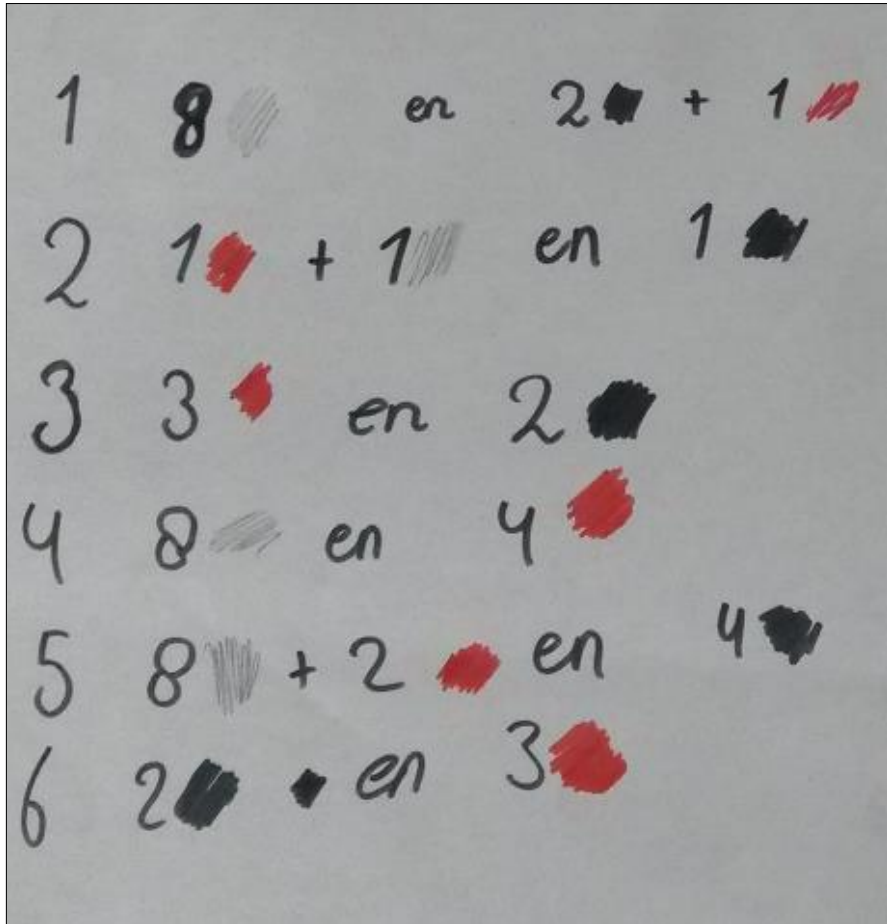
*• of als een rode een witte is*

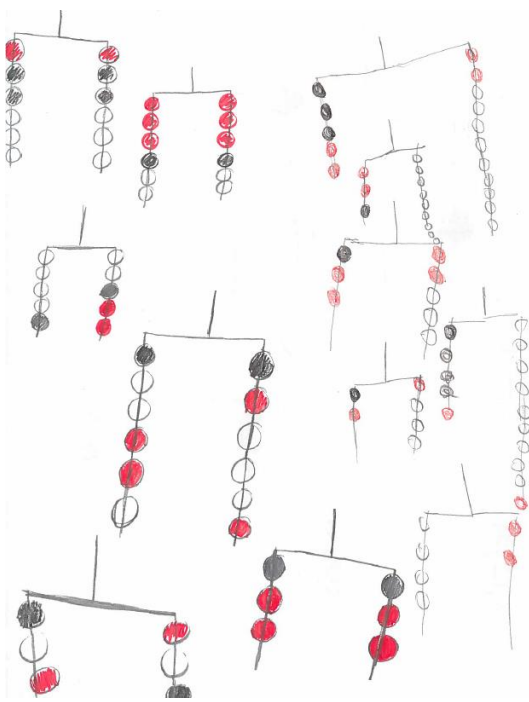


# Poster 3



# Posters 4 en 5





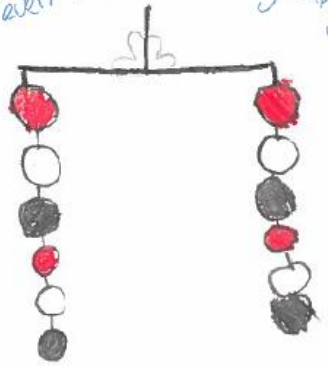
je hebt  $\infty$  mogelijkheden als je je dan deze regels houdt:

- er moeten aan de ene kant 3 keer zoveel witte als aan de andere kant zwarte zijn.
- er moeten aan de ene kant evenveel rode als aan de andere kant witte zijn.

Zwart = het zwaarte  
 ROOD = op het zwaarte  
 wit = licht

2 Wit → gelijk aan → 1 Rood  
 1 Zwart → gelijk aan → 1 Rood en 1 wit  
 3 Wit → gelijk aan → 1 Zwart  
 2 Zwart en 1 Rood → gelijk aan → 1 Zwart en 1 Rood  
 1 Zwart en 1 Rood → gelijk aan → 1 Zwart

We hebben bij allebei de kanten een veel witte ballenjes gehangen

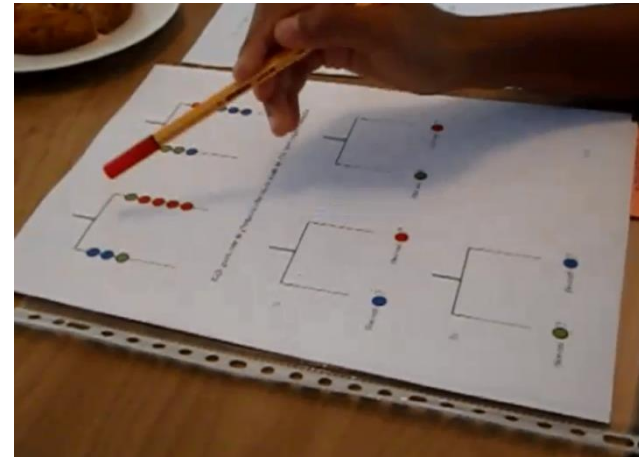
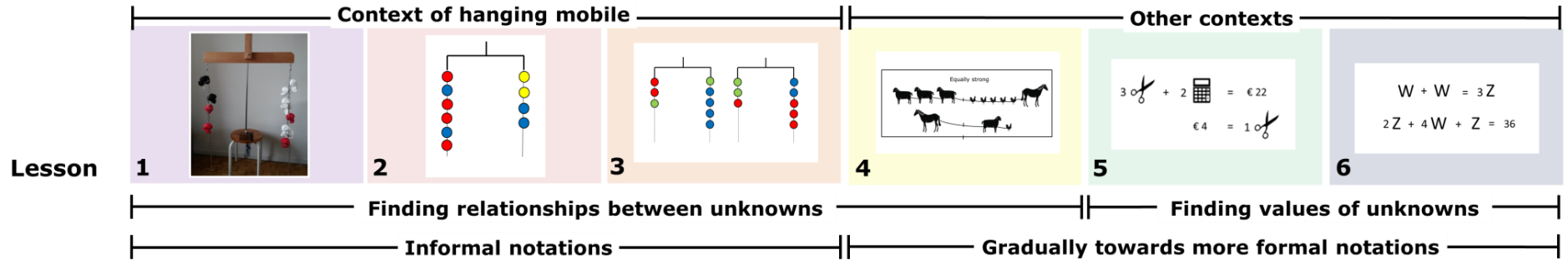


Van  
 We hebben 1 zwart balletje  
 3 witte gemaakt



1	8	en	2	+	1
2	1	+	1	en	1
3	3	en	2		
4	8	en	4		
5	8	+	2	en	4
6	2	en	3		

# Hoe verder vanaf hier?



# Literatuur

- Brizuela, B., & Schliemann, A. (2004). Ten-year-old students solving linear equations. *For the learning of Mathematics*, 33-40.
- Greenes, C., & Findell, C. (1999). Developing students' algebraic reasoning abilities. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 127-137). Reston VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Kaput, J. J., Carragher, D. W., & Blanton, M. L. (Eds.). (2008). *Algebra in the early grades*. New York: Lawrence Erlbaum Associates/National Council of Teachers of Mathematics. (p5-18)

Bedankt voor het bijwonen van de werkgroep!

Mara Otten  
m.otten@uu.nl