



Drijven of zinken?

NWD 2019

Michel Roelens

Maria-Boodschaplyceum Brussel

UC Leuven-Limburg Lerarenopleiding

Redactie **UITWISKELING**

Drijven of zinken?



Met dank aan
Mariza Kryszynska
Yves Chevallard



*Le plaisir de chercher
en mathématiques,
2017*

*Arithmétique, Algèbre,
Modélisation, étapes d'une
recherche, 1989*

Drijven of zinken?

www.uitwiskeling.be
Neem een abonnement.



Uitwiskeling
zomer 2018 (juni-juli-augustus)

Wiskundeprojecten
in fysische
contexten

3

Loden bakjes

Balken met vierkant grondvlak
en geen bovenvlak

Gemaakt uit een loden plaat

Verschillende zijden en hoogtes

Welke zullen drijven?



Wat denk je?

- Kleine bakjes zijn minder zwaar en drijven beter?
- Grote bakjes bevatten meer lucht en drijven beter?
- 'Kubussen' drijven of zinken? Vormen ze de grens tussen drijven en zinken?
- Bakjes met grondvlak 3cm x 3 cm drijven altijd/nooit/soms?
- Bakjes met grondvlak 10cm x 10 cm drijven altijd/nooit/soms?

We proberen het gewoon

$$3 \times 3 \times 2$$

$$3 \times 3 \times 3$$

$$3 \times 3 \times 5$$

$$3,5 \times 3,5 \times 2$$

$$3,5 \times 3,5 \times 3,5$$

$$3,5 \times 3,5 \times 8$$

$$5 \times 5 \times 2$$

$$5 \times 5 \times 3,5$$

$$5 \times 5 \times 5$$

$$5 \times 5 \times 8$$

$$10 \times 10 \times 1,5$$

$$10 \times 10 \times 3$$

$$10 \times 10 \times 10$$

Fysica: “oppervlaktemassadichtheid”

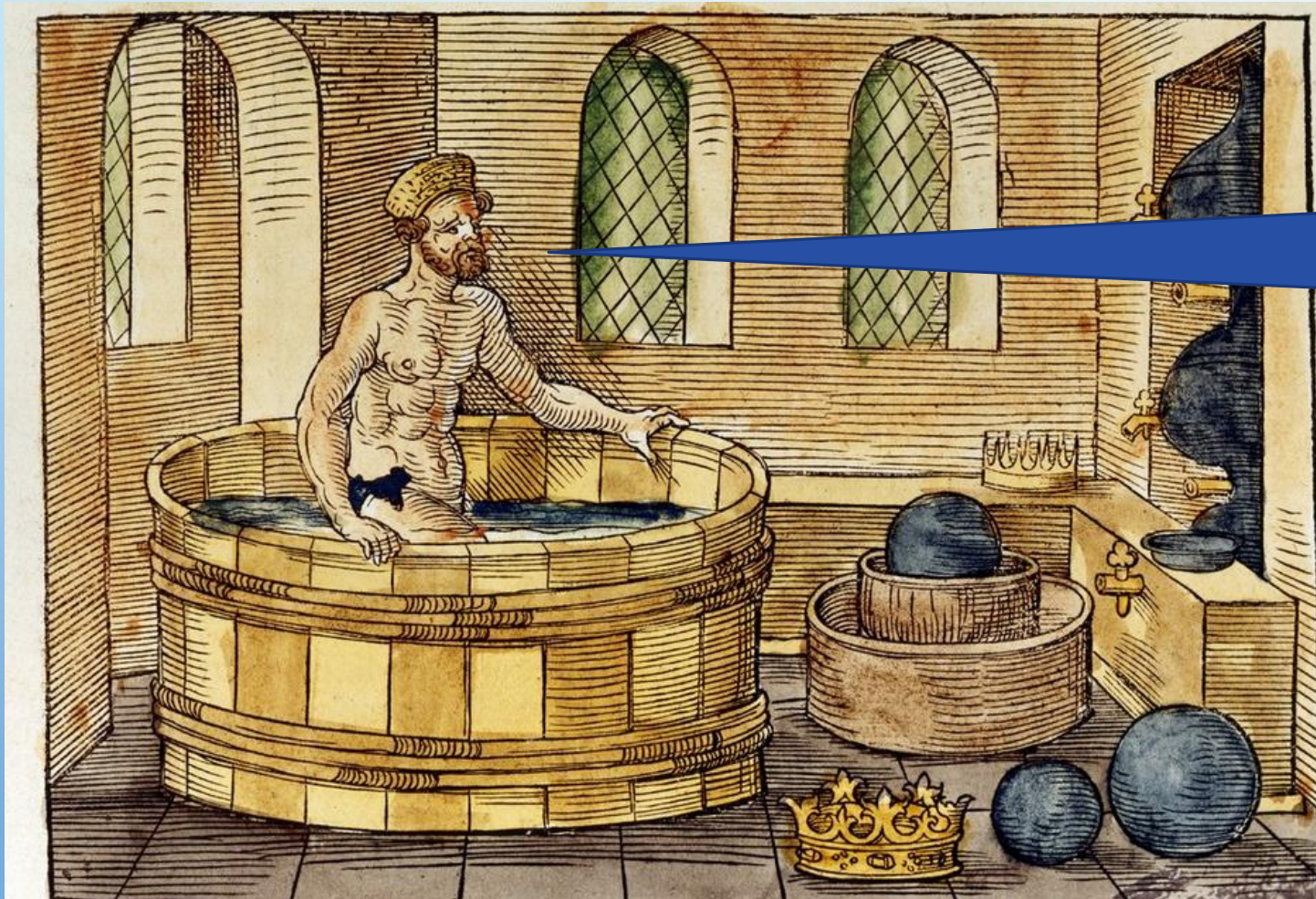
Massadichtheid is massa per volume-eenheid.

Omdat de dikte van de plaat constant is:

Oppervlaktemassadichtheid: massa per oppervlakte-eenheid

Hier: oppervlaktemassadichtheid $\approx 0,86 \text{ g/cm}^2$

Fysica: wet van Archimedes

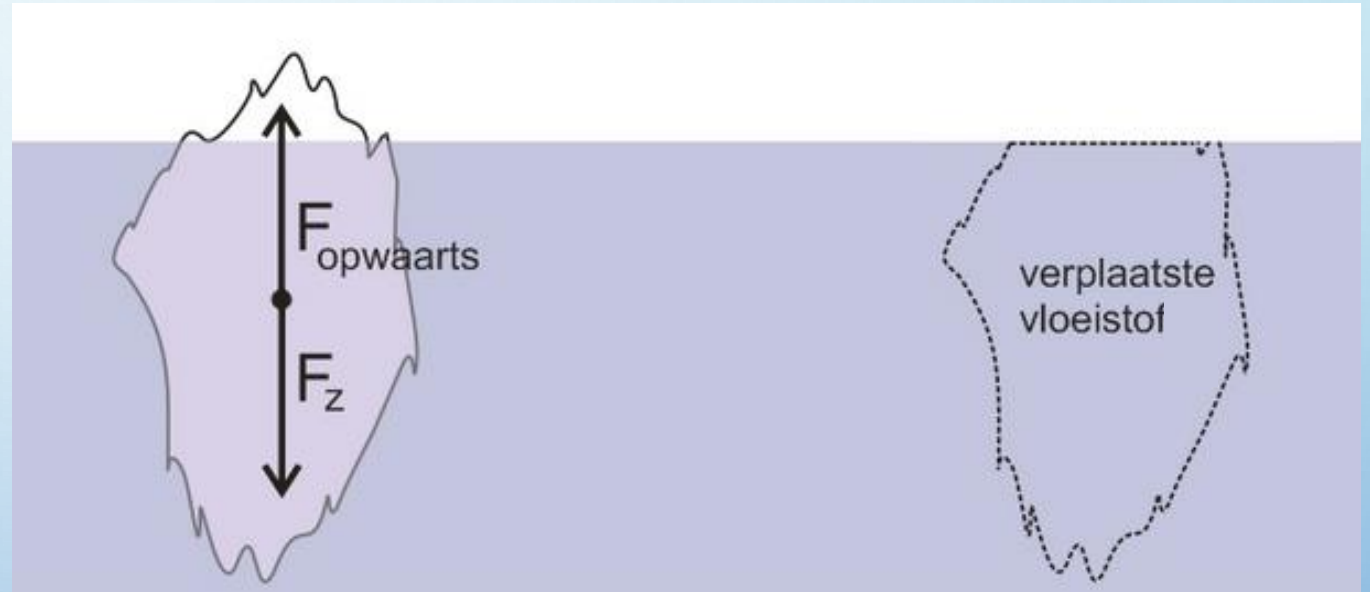


Ευρακα

Fysica: wet van Archimedes

Bij drijven:

Opwaartse kracht gelijk aan
het gewicht van het verplaatste
water.



$$m_{\text{verplaatste water}} \cdot g = m_{\text{voorwerp}} \cdot g$$

(met $g \approx 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

$$m_{\text{verplaatste water}} = m_{\text{voorwerp}}$$

Pas de wet van Archimedes toe voor $z = 3 \text{ cm}$; $3,5 \text{ cm}$; 5 cm of 10 cm

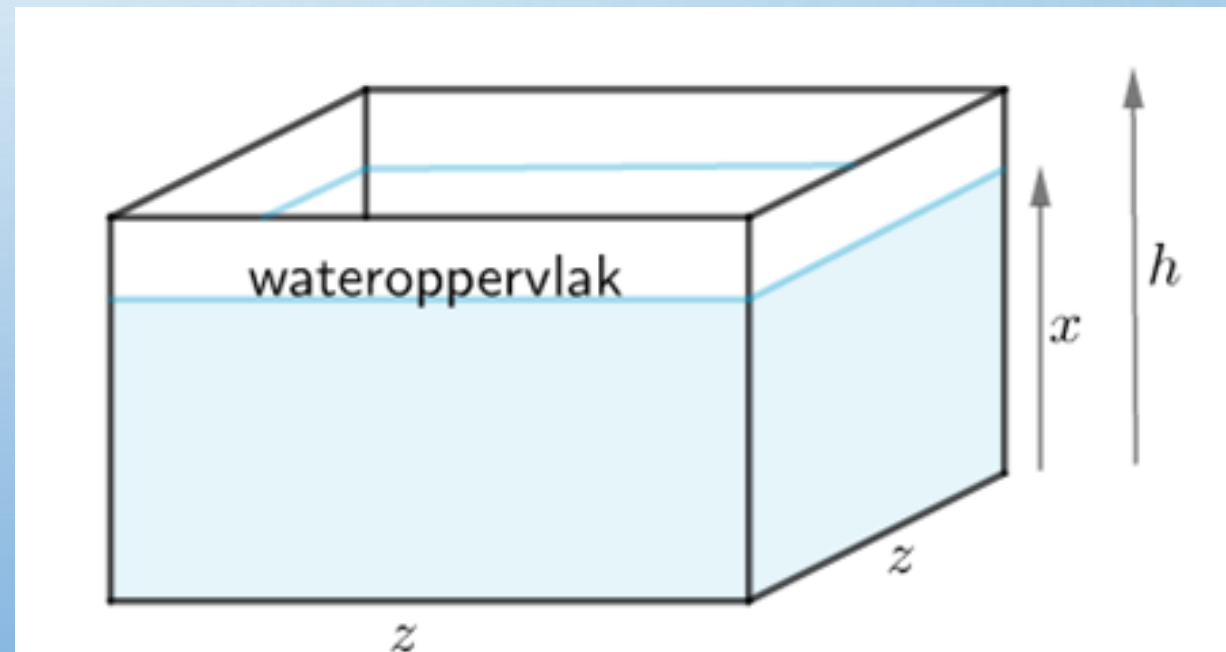
$$m_{\text{verplaatste water}} = m_{\text{voorwerp}}$$

$$\text{massadichtheid water} = 1 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{Oppervlaktemassadichtheid lood} = 0,86 \text{ g/cm}^2$$



Toegelaten



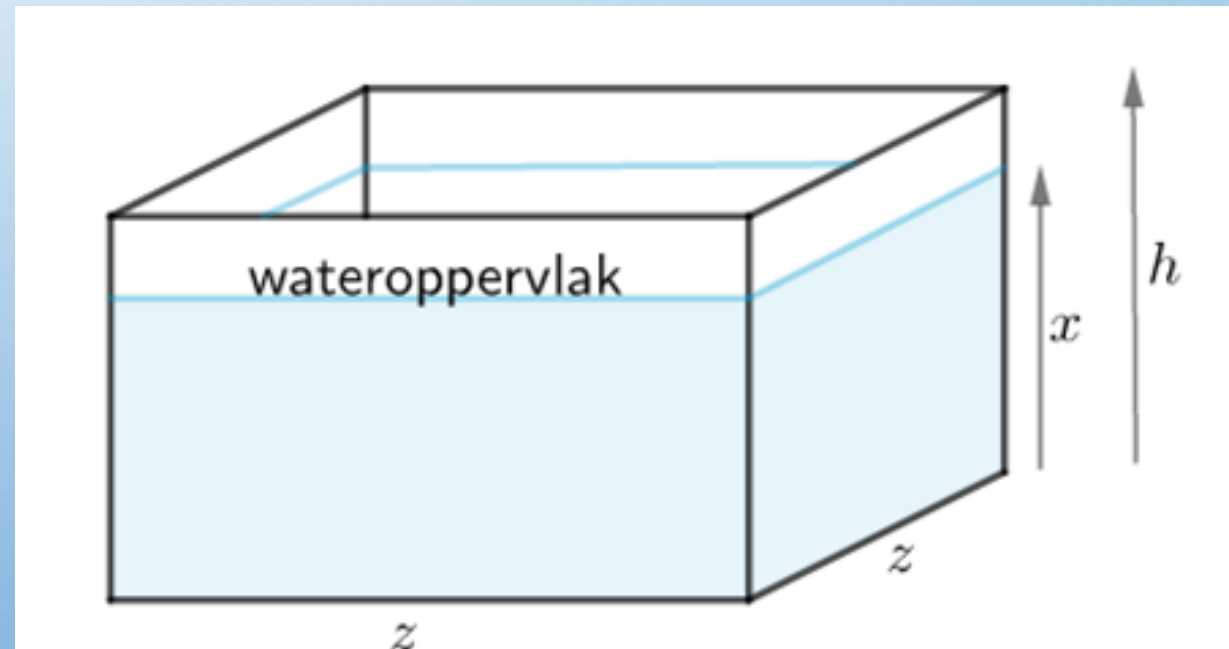
Pas de wet van Archimedes toe voor $z = 3 \text{ cm}$; $3,5 \text{ cm}$; 5 cm of 10 cm

$$m_{\text{verplaatste water}} = m_{\text{voorwerp}}$$

$$\text{massadichtheid water} = 1 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{Oppervlaktemassadichtheid lood} = 0,86 \text{ g/cm}^2$$

$$z^2 x = 0,86(z^2 + 4hz) \text{ en } x < h$$



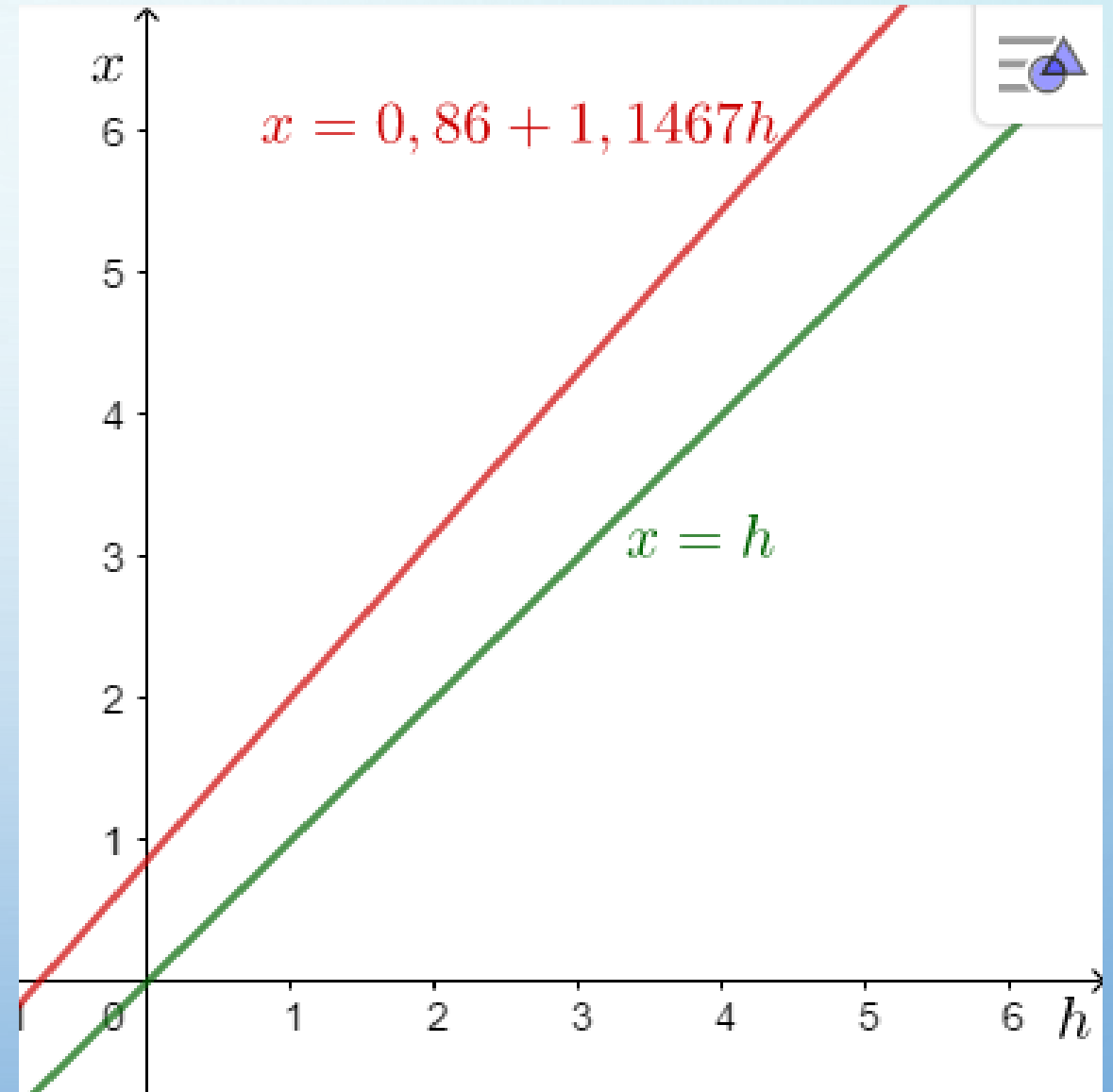
Voor $z = 3$

$$z^2 x = 0,86(z^2 + 4hz) \text{ en } x < h$$

$$9x = 0,86(9 + 12h) \text{ en } x < h$$

$$x = 0,86 + 1,1467 h < h$$

Drijft nooit!



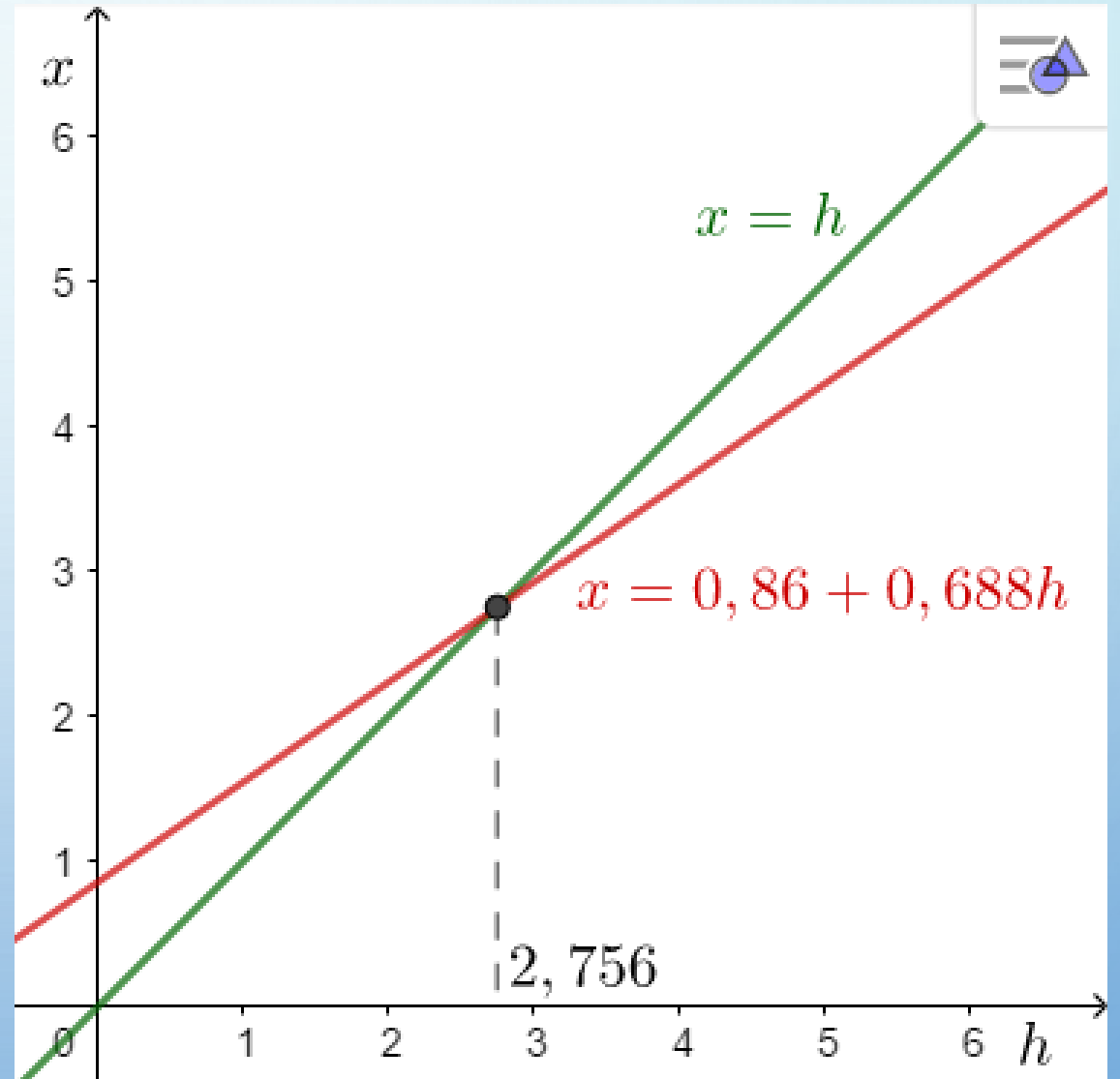
Voor $z = 5$

$$z^2 x = 0,86(z^2 + 4hz) \text{ en } x < h$$

$$25x = 0,86(25 + 20h) \text{ en } x < h$$

$$x = 0,86 + 0,688h < h$$

Drijft als $h > 2,756 \dots$



Voor $z = 3,5$

Analoog

Drijft als $h > 50,166$

Voor $z = 10$

Analoog

Drijft als $h > 1,3109$

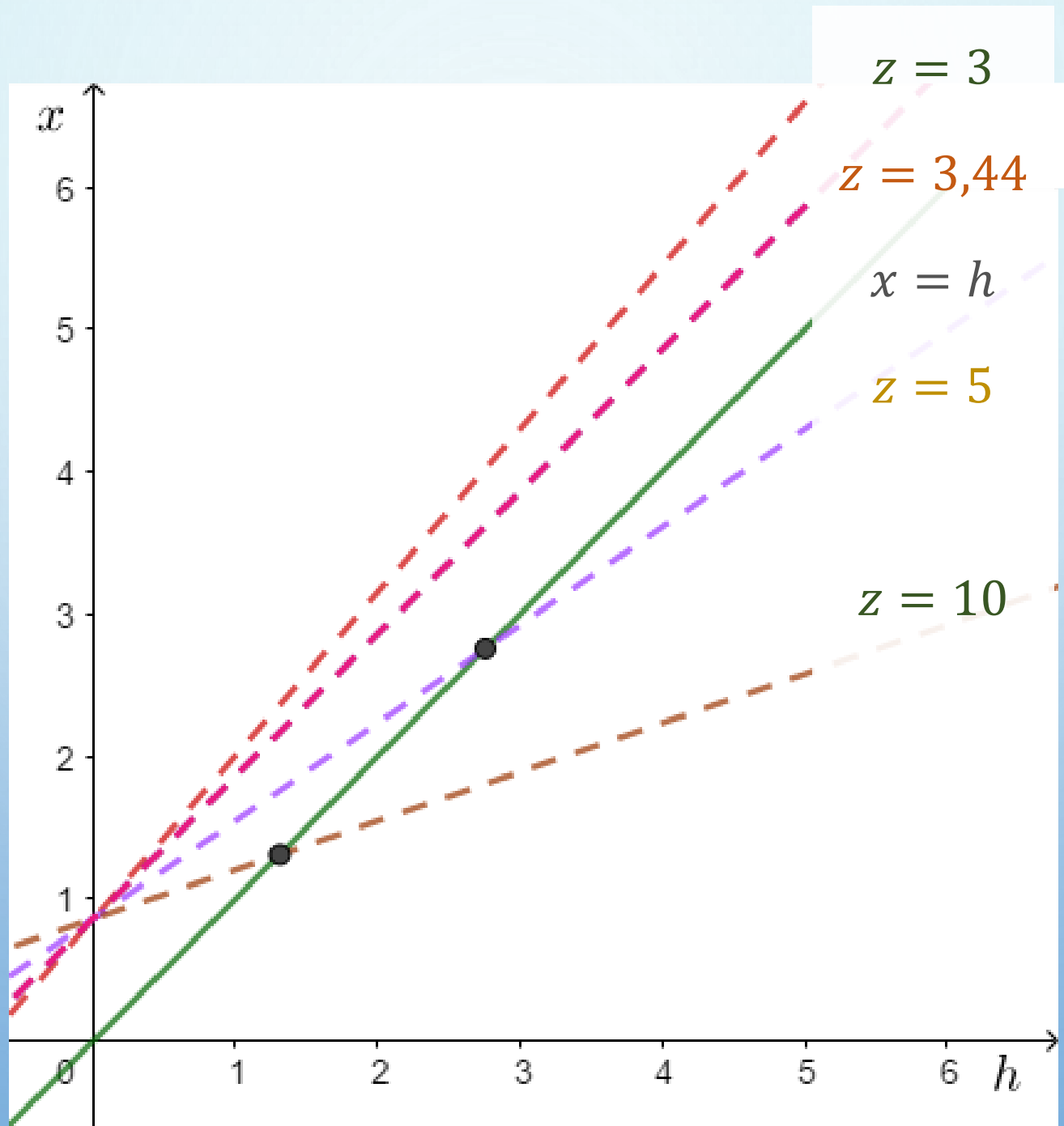
Voor welke waarden van z drijft het bakje nooit / soms / altijd?

$$z^2 x = 0,86(z^2 + 4hz) \text{ en } x < h$$

$$\underbrace{0,86 + \frac{3,44}{z} h}_x < h$$

Drijft nooit als $\frac{3,44}{z} \geq 1$, dus als $z \leq 3,44$.

Als $z > 3,44$ drijft het bakje als h groot genoeg is (dus: **soms**).



Voor welke waarden van z drijft het bakje nooit / soms / altijd?

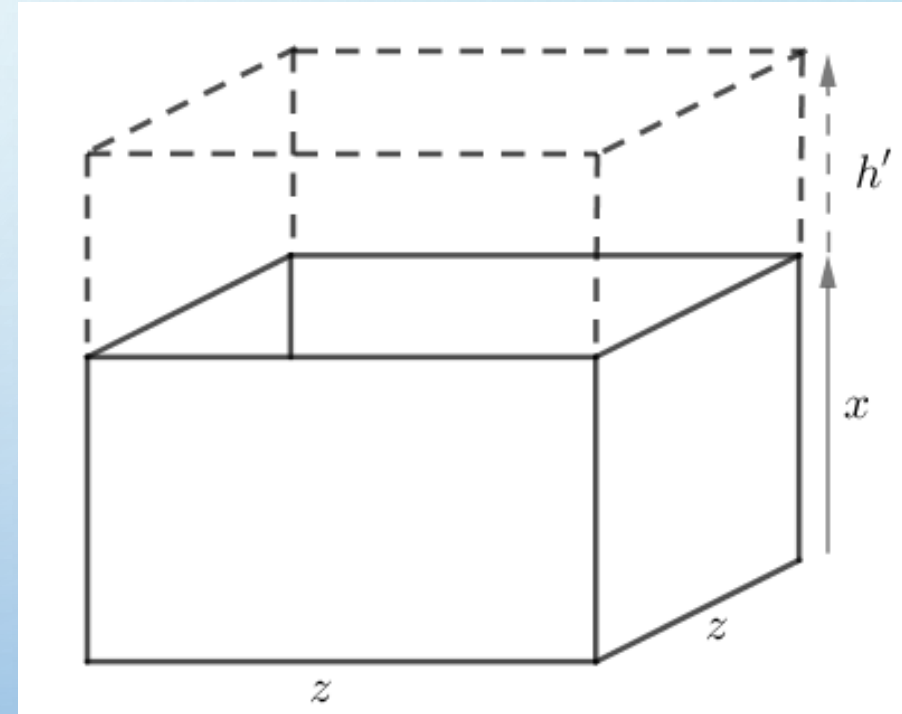
Fysische redenering

Zinkend bakje doen drijven door h' toe te voegen,
met

watermassa > loodmassa

$$z^2 h' > 0,86 \cdot 4z h'$$

$$z > 3,44$$

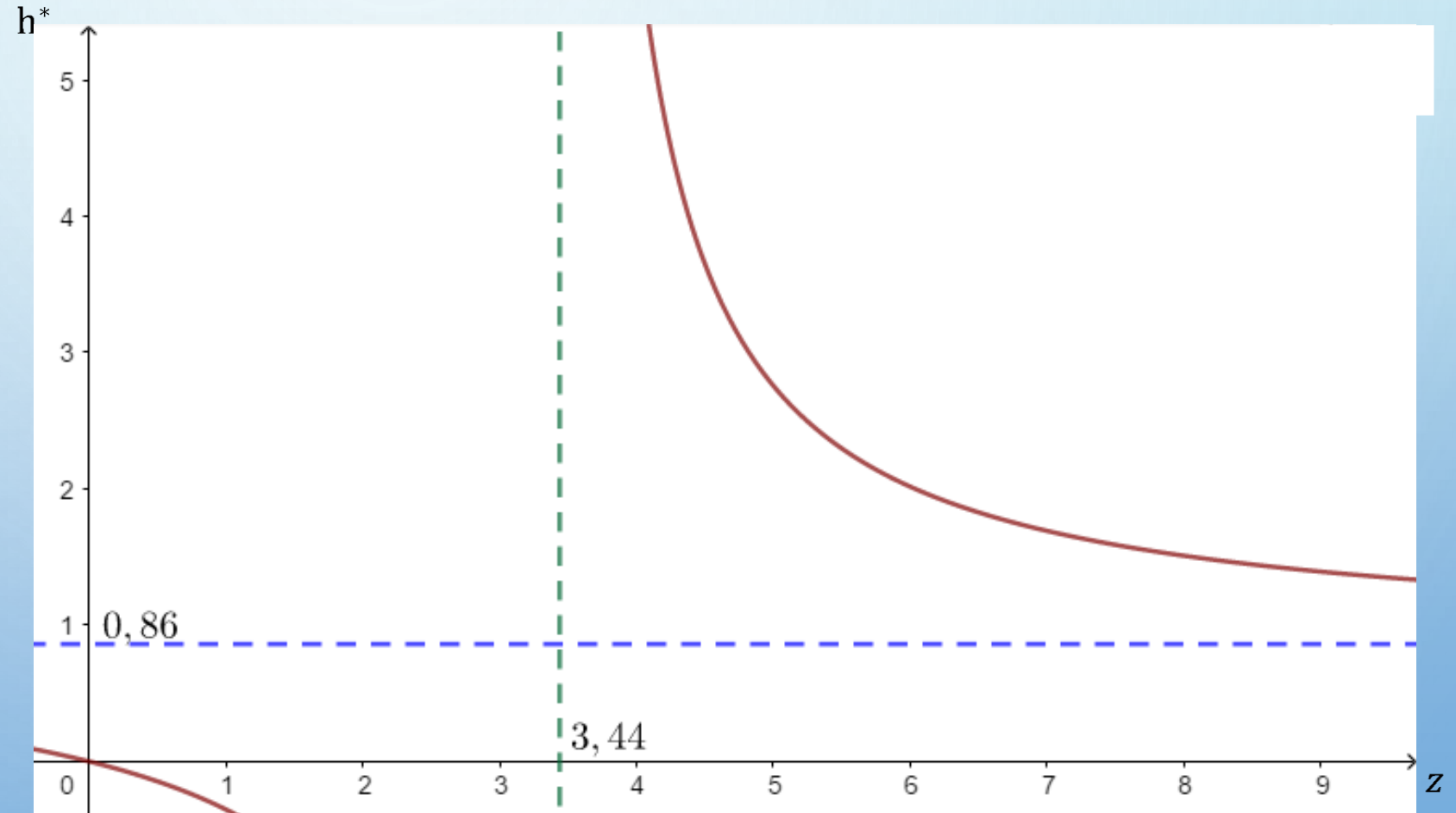


Minimale hoogte om te drijven, in functie van z

$$\underbrace{0,86 + \frac{3,44}{z}h}_x < h$$

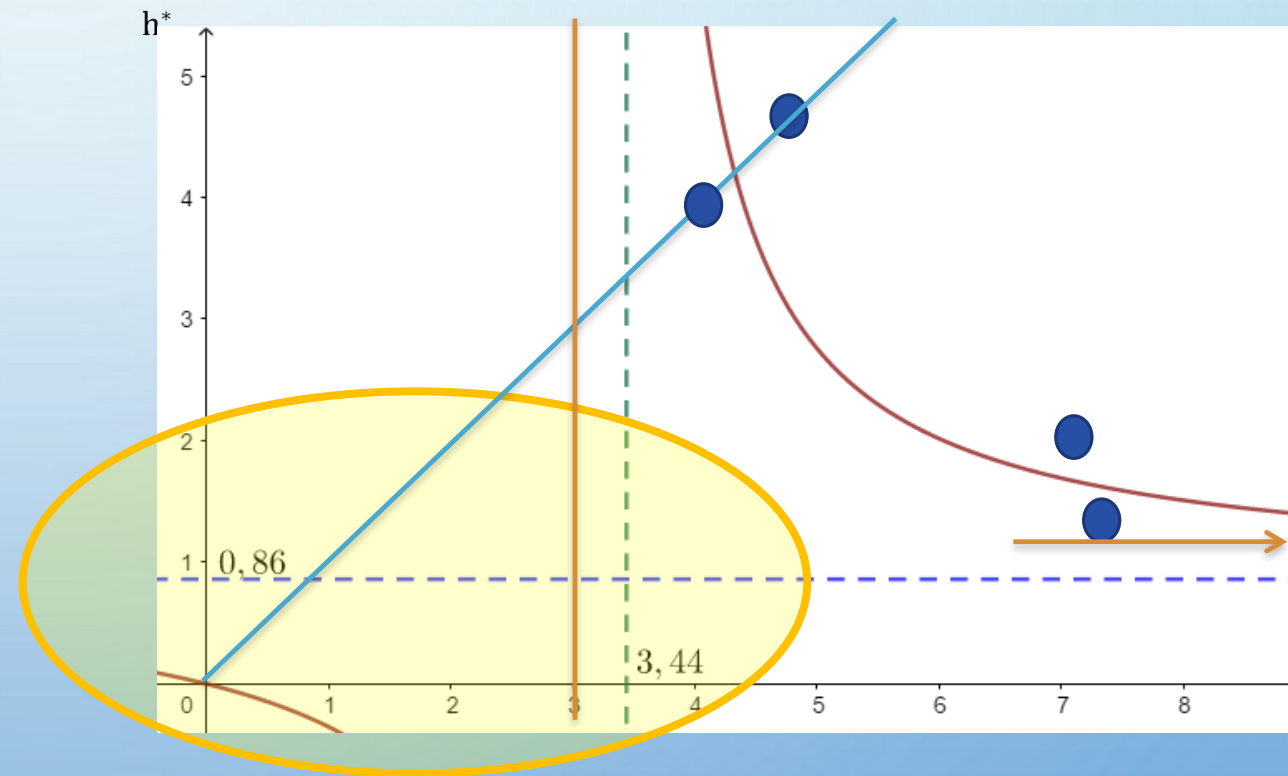
$$h^* = 0,86 + \frac{3,44}{z}h^*$$

$$h^* = \frac{0,86z}{z - 3,44}$$



Wat denk je?

- Kleine bakjes zijn minder zwaar en drijven beter? **FOUT**
- Grote bakjes bevatten meer lucht en drijven beter? **EEN BEETJE JUIST**
- 'Kubussen' drijven of zinken? **SOMS**
Vormen ze de grens tussen drijven en zinken? **NEEN**
- Bakjes met grondvlak 3cm x 3 cm drijven altijd/nooit/soms? **NOOIT**
- Bakjes met grondvlak 10cm x 10 cm drijven altijd/nooit/soms? **SOMS (VAAK)**



Els: “drijft wanneer gemiddelde massadichtheid < 1”

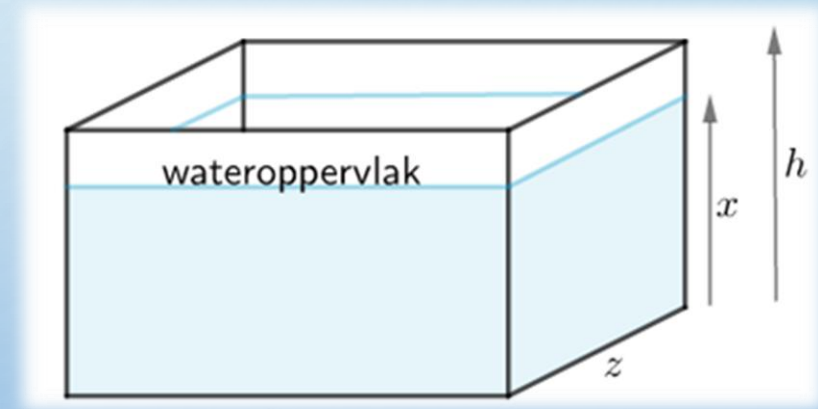
$$\text{gemiddelde massadichtheid} = \frac{m_{\text{bakje}}}{V_{\text{bakje}}} = \frac{0,86(z^2 + 4hz)}{z^2 h} = \frac{0,86(z^2 + 4hz)}{z^2} = \frac{x}{h}$$

Els: drijft als $\frac{x}{h} < 1$, klopt!

Of met Archimedes: $m_{\text{bakje}} = m_{\text{verplaatste water}}$

$$\Rightarrow m_{\text{bakje}} = V_{\text{verplaatste water}} \cdot 1 \frac{g}{\text{cm}^3}$$

$$\Rightarrow m_{\text{bakje}} < V_{\text{bakje}} \cdot 1 \frac{g}{\text{cm}^3}$$



Wiskunde in een fysische context

Voordeel van een fysische context: experimenteren, interpreteren

Onderzoeksaspect

- wiskundig model op basis van fysicawet,
- berekenen,
- interpreteren, voorspellen,
- confrontatie met de realiteit

Vooraf wiskunde

- eerstegraads- en andere functies, grafieken, parameters,
- vergelijkingen, ongelijkheden...



Dode zee: drijven of drijven?



Bedankt!

Tekst van deze workshop

De tekst van deze workshop vind je hier:

Paragraaf 3 (p. 21, 28) van

Roelens, M., Van den Broeck, L. (2018). Wiskundeprojecten in fysische contexten. *Uitwisseling* 34/5

