Dobbelen met Pierre de Fermat

- *Dobbelen is sinds mensenheugenis een veel beoefend tijdverdrijf. Een paar dobbelstenen volstaat, er zijn immers onwaarschijnlijk veel plekken om te dobbelen.*

Dobbelen met Pierre de Fermat

- *In de 16e en met name 17e eeuw worden er voor het eerst pogingen gedaan om te komen tot wat wij nu kansrekening noemen. Speciaal voor deze jubileumeditie van de NWD komt Pierre de Fermat (†1665), heden ten dage vooral bekend van en beroemd door zijn laatste stelling, eenmalig over uit Castres (Frankrijk) om aan de hand van primaire bronnen verslag te doen van zijn correspondentie over het berekenen van kansen met onder andere Blaise Pascal en Christiaan Huygens.*

Pierre de Fermat, c'est moi

- Geboren in 1601/1607/1608 (?) als Pierre Fermat in Beaumont-de-Lomagne (bij Toulouse)
- Opgeleid tot jurist
- 1631 benoemd tot parlementslid
  -> Pierre de Fermat
- 1653 doodverklaard
- Wiskunde als hobby
- Overleden in 1665

Bijdragen aan de wiskunde

- Infinitesimaalrekening
- Algebraïsche meetkunde
- Getaltheorie
- Kansrekening

Correspondentie met:

- Martin Mersenne
- Christiaan Huygens
- Blaise Pascal
- René Descartes

- Brieven: probleem opwerpen -> ik ken de oplossing, welke heb jij? -> vergelijken oplossingen

Anderen over Fermat

- René Descartes: ‘Fermat est gascon, moi non’
- John Wallis: ‘Die afschuwelijke Fransman’
- Eric Temple Bell: ‘Prins der amateurs’

Dobbelen met Pierre de Fermat

Dobbelstenen

een kleine geschiedenis

- **Eerste dobbelstenen**
  5000 jaar geleden
- **Zeven-indeling**
  1 tegenover 6, 2 tegenover 5 etc.
- **Priem-indeling**
  1 tegenover 2, 3 tegenover 4, 5 tegenover 6
- **Onderzoek dobbelantropologen:**
  2 rechts van 1, 3 rechts van 2 etc.

Loden Romeinse dobbelsteen,

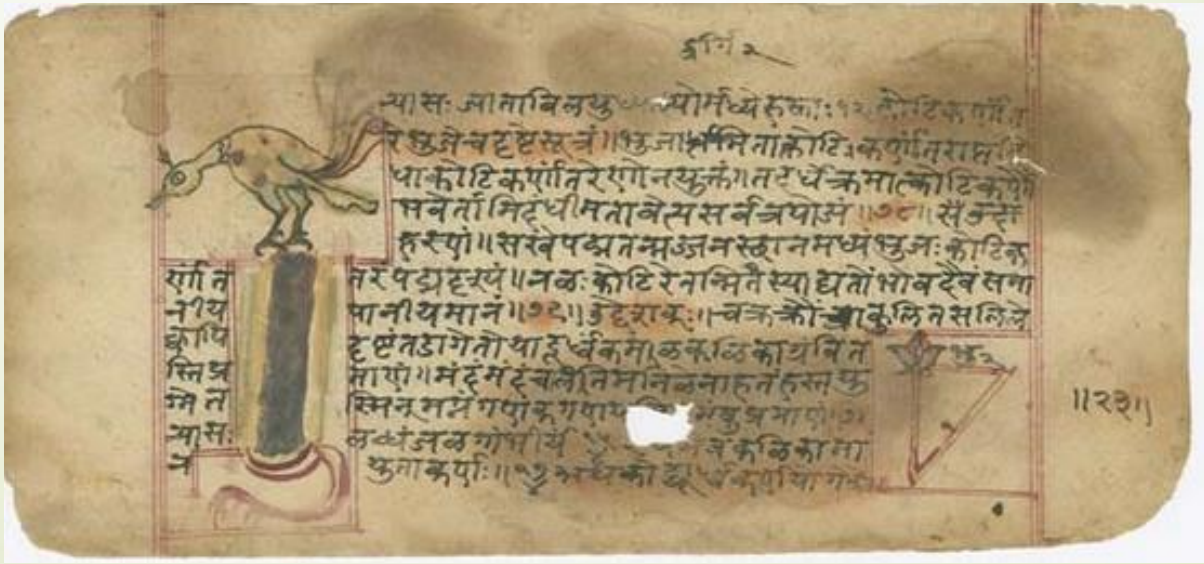
Dobbelstenen worden al millennia lang gebruikt voor (gok-) spellen. Maar pas in de achttiende eeuw werden ze écht symmetrisch, schreef deze krant een jaar geleden. Uit onderzoek van antropologen bleek toen dat dobbelstenen voor die tijd duidelijk zichtbare onregelmatigheden hadden. De makers hadden niet eens geprobéérd om een symmetrische kubus te maken. Volgens de auteurs kwam dat waarschijnlijk doordat men dacht dat de uitkomst van een dobbelsteenworp bepaald werd door de 'voorzienigheid' of het 'noodlot'. Dat veranderde met de uitvinding van kansberekening in de zeventiende eeuw door Pierre de Fermat en Blaise Pascal. Toen kwamen er symmetrische dobbelstenen en werd de worp voor het eerst echt eerlijk. Althans, zover dat mogelijk is met handwerk.

- Bron: NRC, 25-01-2019

Hendrick ter Brugghen (1623)
De spelers

Bhāskara II
Līlāvatī (1150)

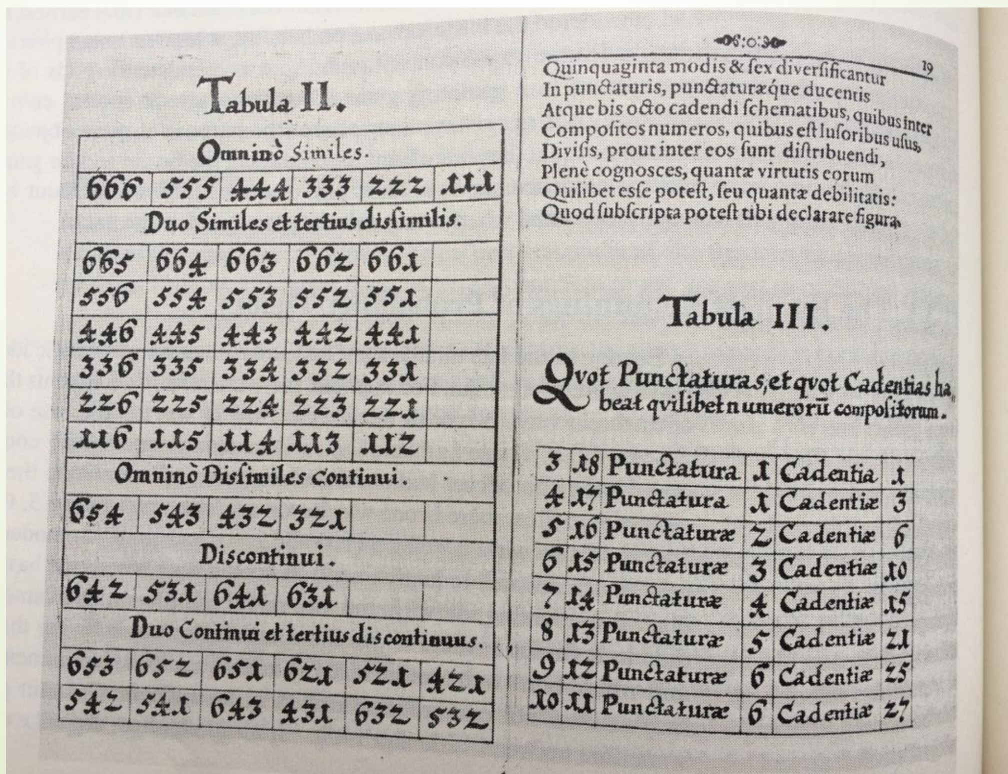
- (114b) *"Zeg, wiskundige, hoeveel combinaties zijn er in de samenstelling van een maaltijd (compositie) met ingrediënten in zes verschillende smaken: zoet, pikant, scherp, zuur, zout en bitter, wanneer ze men bij de enen, tweeën, drieën … zessen gebruikt?"*



Gedicht *De Vetula*

(over de oude vrouw), 13e eeuw

- "Als alle drie de dobbelstenen hetzelfde zijn, is er maar één manier voor elk getal; als er twee gelijk zijn en één is anders dan zijn er drie manieren; en als ze alle drie verschillend zijn dan zijn er zes manieren'"



Tabula II.

Omninò Similes.					
666	555	444	333	222	111
Duo Similes et tertius dissimilis.					
665	664	663	662	661	
556	554	553	552	551	
446	445	443	442	441	
336	335	334	332	331	
226	225	224	223	221	
116	115	114	113	112	
Omninò Dissimiles continui.					
654	543	432	321		
Discontinui.					
642	531	641	631		
Duo Continui et tertius discontinuus.					
653	652	651	621	521	421
542	541	643	431	632	532

Quinquaginta modis & ſex diverſificantur 19
In punctaturis, punctaturæque ducentis
Atque bis octo cadendi ſchematibus, quibus inter
Compoſitos numeros, quibus eſt luſoribus uſus,
Diviſis, prout inter eos ſunt diſtribuendi,
Plenè cognoſces, quantæ virtutis eorum
Quilibet eſſe poteſt, ſeu quantæ debilitatis:
Quod ſubſcripta poteſt tibi declarare figura.

Tabula III.

Qvot Punctaturas, et qvot Cadentias habeat qvilibet numerorū compoſitorum.

3	18	Punctatura	1	Cadentia	1
4	17	Punctatura	1	Cadentiæ	3
5	16	Punctaturæ	2	Cadentiæ	6
6	15	Punctaturæ	3	Cadentiæ	10
7	14	Punctaturæ	4	Cadentiæ	15
8	13	Punctaturæ	5	Cadentiæ	21
9	12	Punctaturæ	6	Cadentiæ	25
10	11	Punctaturæ	6	Cadentiæ	27

Luca Pacioli (1494)

- Beschreef in *Summa de arithmetica, geometrica, proportione et proportionalita* als eerste het 'probleem van het afgebroken spel'
- Spel wordt afgebroken als speler A er 5 heeft gewonnen, en speler B er 2 heeft gewonnen. Winnaar is degene die 6 potjes wint. Hoe moet de inzet worden verdeeld?
- Verdeling inzet: 5 : 2
- **x**

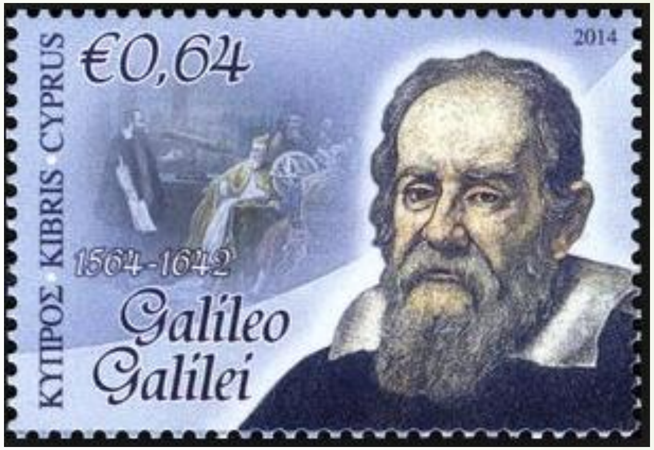
Girolamo Cardano

Liber de ludo alea (1526)

Alea = teerling/dobbelsteen

- **Als je een 1, 2 en/of een 3 met twee dobbelstenen wilt gooien, op hoeveel manieren kan dat?**
- Er zijn 11 + 9 + 7 = 27 manieren om 1, 2 en/of 3 te gooien
- Inzet op 1, 2 en/of 3 ten opzichte van geen 1, 2 en/of 3: 3 : 1
- **Met drie dobbelstenen minstens één 1 gooien?** (maak dit visueel met een kubus van 6 x 6 x 6)
- 125 manieren om niet minstens één 1 te gooien
- Verhouding inzet geen 1 ten opzichte van minstens één 1: 125 : 91
- **Algemene formule Cardano**: na *n* herhaalde worpen met *f* mogelijke uitkomsten en *s* successen is verhouding inzet: $s^n : (f^n - s^n)$

Galilei(1623)



- Boek: *Sopra le scoperte dei dadi*
  (Over de ontdekkingen van het dobbelspel)
- Som 10 gooien met drie dobbelstenen komt vaker voor dan som 9 gooien met drie dobbelstenen …
- … bij een lange spelduur!

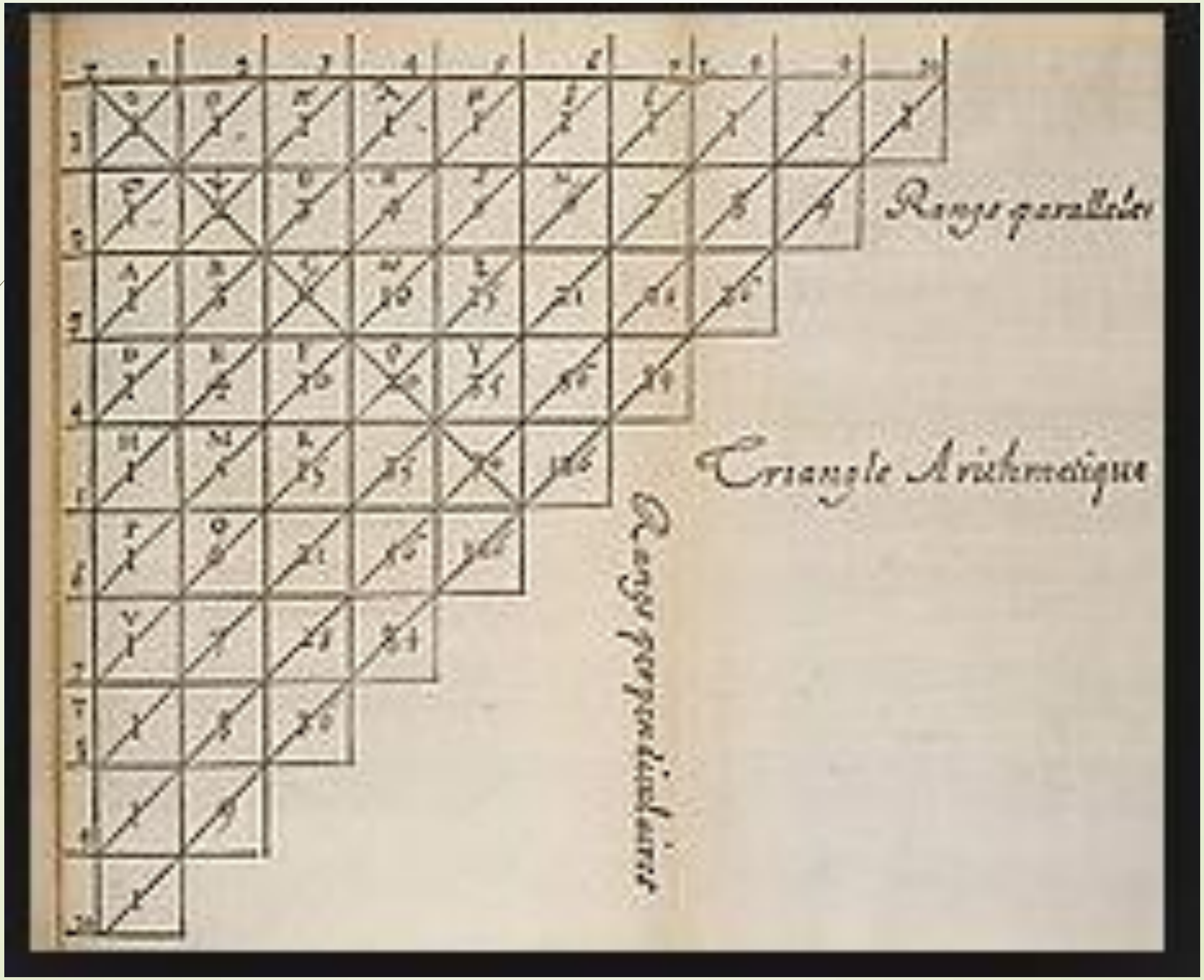
Blaise Pascal (1623 – 1662)

- Mocht van vader Étienne pas op 15e jarige leeftijd zich met wiskunde bezig houden
- Op 14-jarige leeftijd bij wekelijks bijeenkomsten van Mersenne
- Ontwierp eerste rekenmachine: Pascaline

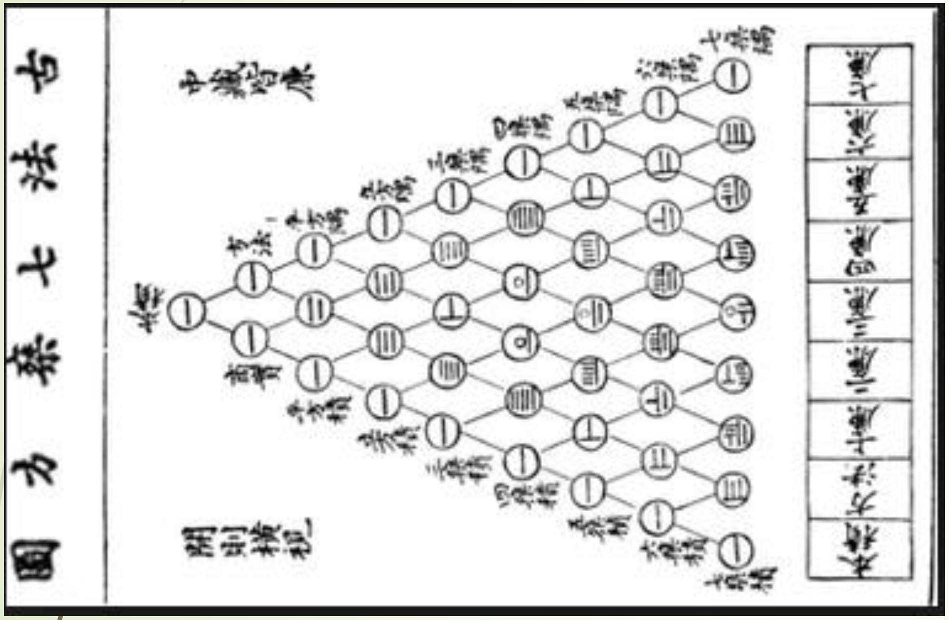
- 1654: briefwisseling Fermat over kansrekening
  Christiaan Huygens: geboorte kansrekening!

Driehoek van Pascal

(gepubliceerd 1665)



Eerdere rekenkundige driehoeken



- Yang Hui (1261)
- Jamshīd al-Kāshī (1425)

Brief Pascal aan Fermat

24 augustus 1654

Voici comment vous procédez, quand il y a deux joueurs. Si deux joueurs jouant en plusieurs parties, se trouvent en cet état qu'il manque deux parties au premier et trois au second, pour trouver le parti, il faut (dites-vous) voir en combien de parties le jeu sera décidé absolument.

Il est aisé de supputer que ce sera en quatre parties; d'où vous concluez qu'il faut voir com-

Brief Pascal aan Fermat

24 augustus 1654

- “Als twee spelers, die meerdere partijen spelen, zich in een situatie bevinden dat de eerste nog twee keer [winst] nodig heeft en de tweede drie, is het om te weten hoe de inzet verdeeld moet worden, volgens wat u zegt nodig om te weten in hoeveel partijen het spel zeker ten einde zal zijn.
  Het is makkelijk om te berekenen dat dat er vier zullen zijn (…).
- “Dus om te zien hoe vier partijen zich kunnen verdelen over twee spelers, moeten we ons voorstellen dat zij spelen met een dobbelsteen met twee vlakken (…), zoals bij kruis of munt, en dat ze vier zulke dobbelstenen moeten gooien (…); vervolgens moeten we kijken hoeveel verschillende uitkomsten zulke dobbelstenen opleveren.” (…)
- **Hoe moet de inzet worden verdeeld?**

Brief Pascal aan Fermat

24 augustus 1654

Et parce qu'il manque deux parties au premier joueur, toutes les faces qui ont deux A le font gagner; donc il en a 11 pour lui: et parce qu'il manque trois parties au second, toutes les faces où il y a trois B peuvent le faire gagner; donc il y en a 5; donc il faut qu'ils partagent la somme, comme 11 à 5.

Voilà votre méthode quand il y a deux joueurs. Sur quoi vous dites que, s'il y en a davantage, il ne sera pas difficile de faire les partis par la même méthode.

a	a	a	a	1
a	a	a	b	1
a	a	b	a	1
a	a	b	b	1
a	b	a	a	1
a	b	a	b	1
a	b	b	a	1
a	b	b	b	2
b	a	a	a	1
b	a	a	b	1
b	a	b	a	1
b	a	b	b	2
b	b	a	a	1
b	b	a	b	2
b	b	b	a	2
b	b	b	b	2

- "Daaruit volgt dat de inzet verdeeld moet worden op een basis van de verhouding 11 : 5." (Oeuvres II, blz. 301)

Brief Pascal aan Fermat

24 augustus 1654

- (…) "Laten we dezelfde aanpak gebruiken voor drie spelers, en laten we zeggen dat de eerste speler nog een keer winst nodig heeft, de tweede nog twee, en de derde ook nog twee.

Pour voir combien il y a de combinaisons en tout, cela est aisé : c'est la troisième puissance de trois ; c'est-à-dire, son cube 27.

Car si on jette trois dés à la fois (puisqu'il faut jouer trois parties) qui aient chacun trois

faces, puisqu'il y a trois joueurs, l'une marquée A favorable au premier, l'autre B pour le second, l'autre C pour le troisième ; il est manifeste que ces trois dés jetés ensemble, peuvent s'asseoir sur 27 assiettes différentes, savoir :

a a a	1		
a a b	1		
a a c	1		
a b a	1		
a b b	1	2	
a b c	1		
a c a	1		
a c b	1		
a c c	1		3
b a a	1		
b a b	1	2	
b a c	1		
b b a	1	2	
b b b		2	
b b c		2	
b c a	1		
b c b		2	
b c c			3
c a a	1		
c a b	1		
c a c	1		3
c b a	1		
c b b		2	
c b c			3
c c a	1		3
c c b			3
c c c			3

Brief Pascal aan Fermat

24 augustus 1654

Si de là on concluoit qu'il faudroit donner à chacun suivant la proportion de 19, 7, 7, on se tromperoit trop grossièrement, et je n'ai garde de croire que vous le fassiez ainsi : car il y a quelques faces favorables au premier et au second tout ensemble, comme ABB ; car le

- "Als we hieruit concluderen dat de verdeling over elk volgens de verhouding 19, 7, 7 is, dan maken we een grote fout en ik betwijfel of u dat doet. (…)
- "Maar als het spel wordt gespeeld onder de voorwaarden dat ze niet noodzakelijkerwijs drie worpen doen, maar dat ze spelen tot de eerste het gewenste aantal punten heeft (…) dan krijgt de eerste 17 gouden munten, de tweede 5 en de derde 5, van de 27."

Brieven Fermat aan Pascal

- **Brief 29 augustus 1654**, na een vriendelijke inleiding: "Wanneer de eerste speler een partij heeft gewonnen, en de andere twee spelers nog niet een, dan is uw oplossing de juiste, en de verdeling van het geld moet plaatsvinden volgens de verhouding 17, 5, 5."
- **Brief 25 september**: "Ik vind maar 17 combinaties voor de eerste en 5 voor ieder van de andere twee: wanneer u zegt dat de combinatie acc gunstig is voor de eerste en voor de derde speler, lijkt het of u vergeet dat alles wat men doet nadat een van de spelers heeft gewonnen geen zin meer heeft."

Brief Fermat aan Huygens (1660)

CIX.

FERMAT A HUYGENS (1).

DÉCEMBRE 1660.

(*Correspondance de Huygens*, n° 824.)

MONSIEUR,

J'ai appris avec joie, mais non sans quelque espèce de jalousie, que mes amis de Paris ont l'honneur de vous posséder depuis quelque temps. Je vous assure, Monsieur, que, si ma santé étoit assez forte pour les voyages, j'irois avec grand plaisir prendre ma part de leur bonheur. Ce n'est pas d'aujourd'hui, ni par la relation seule de M. de Carcavi, que je suis persuadé de vos qualités tout extraordinaires. J'étois à vous avant que vous fussiez en France et, lorsqu'on m'a demandé mon sentiment de votre *Saturne*, j'ai répondu hardiment et sans même

En verder?

- Christiaan Huygens (1660): *van Rekeningh in spelen van geluck* (in: *Mathematische Oeffeningen*, Frans van Schooten jr.)

IV. Genomen hebbende ghelijck hier te vooren 12 schyven, 4 witte en 8 swarte; Soo wed A tegen B dat hy blindeling 7 schyven sal daer uyt nemen, onder welcke 3 witte sullen zijn. Men vraegt in wat reden de kans van A staet tegen die van B.

- *1713:* Bernouilii: verklarende en beschrijvende statistiek

Bronnen

- Vlis, J.H. van der (1989). *Geschiedenis van kansrekening en statistiek*. Rijswijk: Pandata
- Katz, V. (1993) *A history of mathematics*. New York: Harper & Collins
- Boyer, C.B. (1989). *A history of mathematics*. New York: Wiley
- Struik, D. (1986) *A Source Book in Mathematics 1200-1800*. New Jersey: Princeton University Press
- Giorello, G. (2008). Fermat – de meester van de moderne mathematica. Amsterdam: Veen
- Devlin, K. (2009). *Pascal, Fermat und die Berechnung des Glücks*. München: C.H. Beck Verlag
- Mahoney, M. (1973). *The mathematical career of Pierre de Fermat*. Princeton University Press