

Voorwoord

Voor u ligt het conferentiegids van de NWD 2018. Met veel plezier en enthousiasme hebben wij gewerkt aan de invulling van het programma. We zijn blij met het enthousiasme waarmee sprekers ook deze 24e editie mooie, creatieve en uitdagende wiskunde met ons willen delen.

De openingslezing wordt verzorgd door Leila Schneps. Leila is een Amerikaanse wiskundige, die op dit moment werkt in Parijs aan de Pierre et Marie Curie Universit , gespecialiseerd in de getaltheorie. Zij schreef het populair wetenschappelijk boek “math on trial” over het gebruik en misbruik van wiskunde in strafprocedures. Ook voor ons zal ze ingaan op het thema wiskunde en de rechtspraak. Spannend detail is dat zij onder het pseudoniem Catherine Shaw ook nog een reeks mathematisch getinte moordmysterie schreef. Een mooie start van de themalijn Wiskunde en criminaliteit.

Dit jaar zal het thema vrouwen een speciale plaats innemen in het programma. Op vrijdagavond ontvangen wij niemand minder dan Katie Steckles. Katie Steckles promoveerde in 2011 in Manchester, sinds die tijd geeft zij lezingen en workshops over wiskunde op scholen, op wetenschapsfestivals, op BBC-radio, op muziekfestivals, in theaters en op internet. Zij zal ons verrassen met bijzondere vouwconstructies en verleiden om zelf aan de slag te gaan. Voor wie deze uitdaging aangaat, wordt dit jaar een ruimte ingericht. Het mooiste mathematische object kan worden voorgedragen voor een vrijkaartje voor de 25e NWD. Ook de gangen en ruimtes worden opgeluisterd met inspirerende gevouwen objecten die het wiskundige oog strelen door hun mooie patronen en geometrische vormen.

De dagen worden afgesloten door een Luc Van den Broek, bekend van NWD en ook als auteur van het Zebraboekje Moir -kunst. Tijdens deze lezing gaat hij in op wiskundige technieken, waarmee hij de meest fraaie plaatjes weet te creëren.

Naast plenaire lezingen zijn ook dit jaar weer veel inspirerende presentaties in parallelsessies en uiteraard zetten we u weer graag aan het werk in de workshops. Gedurende de dagen is er volop gelegenheid om in gesprek te komen met collega's, maar ook om zelf de eigen wiskundige kennis te beproeven in de wisquiz of bij de spellen op vrijdagavond. Dit jaar is nieuw de MathsJam. Wat in 2008 begon in Londen als een informele bijeenkomst van leraren wiskunde, liefhebbers van het betere raadsel, academici en mensen uit de industrie (onder impuls van de Australische comedian Matt Parker) is intussen uitgegroeid tot een mondiaal begrip.



Er zijn nu MathsJams o.a. in Auckland, Berlijn, Cambridge, Lagos, en Sydney, en dichterbij ook in Gent en Antwerpen, maar vreemd genoeg nog niet in Nederland.

Wij wensen u veel succes bij het kiezen!

Joke Daemen, Saskia Klaasing, Sietske Tacoma en
Mariozee Wintermans, mede namens de programmacommissie.

Organisatorische mededelingen

De Nationale Wiskunde Dagen worden gehouden in NH Leeuwenhorst Hotel, Langelaan 3, 2211 XT te Noordwijkerhout. Alle activiteiten vinden plaats onder één dak. U bent welkom op vrijdagochtend 2 februari 2018 vanaf 9:00 uur. Bij aankomst kunt u uw bagage kwijt in de daartoe aangewezen bagagekamers of in de bagagelockers. Vanaf de lunch kunt u de sleutel van uw kamer ophalen bij de receptie van NH Leeuwenhorst.

De NWD vindt plaats in de Boston-, Cambridge-, Sorbonne-, en Harvardzalen. Zie de plattegrond achterin dit boekje. De restaurants – Dalí en Gaudí – zijn links en rechts van de centrale bar. Deze bar bevindt zich achter de receptie bij de hoofdingang.

Busservice

Voor de treinreizigers is er een busservice geregeld. Er rijdt een extra bus naar de Leeuwenhorst. Deze vertrekt om 10:05 uur vanaf station Leiden – uitgang Centrum. Let op: dit is niet de reguliere Leeuwenhorst Express. Zaterdagmiddag na de lunch kunt u met de bus terug naar station Leiden. De buskaart (retour à 5 euro) koopt u in NH Leeuwenhorst bij het secretariaat van de NWD (BOSTON 10).

Inschrijving werkgroepen

Voor alle parallelsessies dient u zich van tevoren inschrijven via een link die u ontvangt van ons in de mail.

De voorintekeningen worden in volgorde van binnenkomst verwerkt. Let op: vol=vol. Voorintekenen kan tot en met woensdag 24 januari.

Op uw badge, kunt u zien of u geplaatst bent in de sessie van uw keuze.

Lezingen en zalen

Alle plenaire lezingen zijn in het Atrium. De zaalindeling van de parallelsessies wordt ter plekke bekend gemaakt.

Secretariaat

Het secretariaat van de NWD bevindt zich in Boston 10, vanaf de hoofdingang links.

Het secretariaat is gedurende de conferentie vrijwel continu open en u kunt er met al uw vragen en opmerkingen terecht.

Overige activiteiten

In verschillende zalen en op de gangen is een informatiemarkt met stands van instanties die zich op één of andere wijze met wiskunde of wiskundeonderwijs bezighouden.

Het vrijdagavondprogramma speelt zich af rondom Boston 9, het Atrium en B19. Daar kunt u muziek luisteren, spellen spelen, quizzen, mee doen met de MathsJam of een film kijken. U ontvangt ter plekke een actueel overzicht met de locaties.

U kunt vanaf 17:00 uur munten kopen voor drankjes 's avonds en bij het diner.
 Let op: er is geen pinautomaat in de Leeuwenhorst!
 Ontbijt, lunches en diner vinden plaats in de restaurants van NH Leeuwenhorst. U kunt hier zelf een plekje zoeken.

Programmaoverzicht NWD 24

Het detailschema van de parallelsessies kunt u vinden op de binnenpagina's van dit boekje.
 Het globale schema van de NWD is als volgt: er zijn drie plenaire lezingen en vier blokken parallelsessies. Blok 2 is gereserveerd voor werkgroepen van 90 minuten.

Als voor het volgen van een sessie gevorderde wiskundige kennis nodig is uit de bovenbouw van het voortgezet onderwijs (differentiaalrekening, analytische meetkunde...), dan staat het hiernaast afgebeelde icoon bij de beschrijving.

vrijdag 2 februari 2018

11:00 uur	opening plenaire lezing: Leila Schneps lunch
11:30 uur	
12:30 uur	
14:00 – 14:45 uur	blok 1
15:30 – 17:00 uur	blok 2
17:00 – 18:15 uur	borrel diner plenaire lezing: Katie Steckles avondprogramma
18:15 uur	
20:15 – 21:15 uur	
21:15 – 0:30 uur	

zaterdag 3 februari 2018

7:00 uur	funrun ontbijt
7:30 – 9:00 uur	
9:15 – 10:00 uur	blok 3
10:30 – 11:15 uur	blok 4 – semi plenair
11:45 – 12:30 uur	plenaire lezing: Luc Van den Broeck sluiting lunch vertrek bus naar station Leiden
12:30 uur	
13:00 uur	
13:45 uur	

Overzicht thema's

De meeste lezingen en workshops op de NWD vallen binnen een bepaald thema. In het programmaboekje is elk thema gemarkeerd met een symbooltje, zodat u binnen de tijdsblokken de thema's makkelijk kunt herkennen. Maar ook buiten de thema's valt genoeg te beleven! Hieronder vindt u de verklaring van de verschillende symbolen en een omschrijving van de thema's.



Wiskundig denken van jong tot oud(er)

Modelleren, structureren, abstraheren, problemen oplossen... het zijn allemaal wiskundige denkactiviteiten. Mooie doelstellingen voor het reken- en wiskundeonderwijs van de toekomst. Maar hoe haalbaar is dat wiskundig denken? Is dat niet uitsluitend voor bollebozen? Nee dus: we zien kleuters wiskundig denken met een knikkerbaan en leerlingen van groep 7 algebraïsch redeneren met kleeerhangertjes. We zien hoe gewone leerlingen uit Nederland en Vlaanderen door de juiste uitdaging, embodiment en motoriek spelenderwijs tot grote denkhogte stijgen. En we denken na over de invoering van wiskundige denkactiviteiten in de Tweede Fase. 'Ik denk, dus ik besta' ... dat geldt voor iedereen.



Wiskunde van de zee

Hoe bouwen ze tegenwoordig een boot zó dat er niets verkeers kan gebeuren? Denk eens aan de mogelijkheid dat alle passagiers op een veerboot allemaal aan dezelfde kant bij de reling gaan staan omdat er zeehonden te zien zijn. Ook de lading op de boot moet goed opgeborgen zijn en de kapitein moet zorgen niet vast te lopen tegen een rots. De navigatie is in de loop van de eeuwen voortdurend verbeterd en daar komt veel wiskunde aan te pas. Over deze onderwerpen hebben we docenten van de zeevaartschool op Terschelling bereid gevonden werkgroepen te verzorgen. Daarnaast bekijken we hoe met wiskundige technieken de grootte van vispopulaties in de zee met grote betrouwbaarheid berekend kunnen worden.



Licht en Schaduw

De combinatie licht en schaduw roept associaties op met zonnewijzers. En daar zit wiskunde in, ongetwijfeld. Het patroon dat de schaduw volgt is te construeren. Gaan we doen. Het omgekeerde kan ook: zonlichtinval door openingen kan fascinerende patronen opleveren. Ook te construeren in GeoGebra. Gaan we ook doen. En verder denk je bij 'licht en schaduw' vast ook aan buiten. Vlak na de NWD is het 125 jaar geleden dat Marcel Minnaert geboren is. Van zijn bekende boeken Natuurkunde van 't vrije veld straalt de wiskunde af. Ga als voorbereiding op dit thema eens in de zon zitten, met een kop koffie of thee. Dan zou je zomaar kaustieken kunnen zien op het vloeistofoppervlak. Ook te construeren? Zeker...



Wiskunde en Robots

Naast alle ethische aspecten van robots zijn er natuurlijk ook aspecten waar de wiskunde zijn kracht bewijst. Mechanische aspecten bijvoorbeeld: de NAO robot op de afbeelding kan zelf opstaan als hij omgevallen is. Lijkt eenvoudig, maar dat is het beslist niet. En hoe laat je robotarmen optimaal bewegen? En als je éénmaal de perfecte robot hebt, hoe zorg je dan dat hij precies doet wat je wilt (of misschien zelfs meer?). Programmeren, waarvan men steeds meer zegt dat het, als 21st century skill, een plaats in het onderwijs zou moeten verwerven, is bij uitstek wiskundig denken. Beide aspecten staan geprogrammeerd in dit thema.



Meetskunde(s) (nieuw)

Volgens Kant was er maar een soort meetkunde, de euclidische, voor eeuwig en altijd geldig. We weten ondertussen dat dat niet helemaal klopt. Er zijn zoveel verschillende soorten meetkunde ontwikkeld, dat we de tel aan het kwijtraken zijn. In dit thema bekijken we de meetkunde van zeepbellen en minimale oppervlakken, en de vreemde, tegendraadse meetkunde van de speciale relativiteit. We leren ook de exotische specimens kennen uit de nog nieuwere “tropische” meetkunde, waarin lijnen en krommen verdwijnen, en een hoofdrol is weggelegd voor “amoeba’s”.

123 De wereld in getallen

6

In toenemende mate wordt de wereld om ons heen samengevat in getallen en formules, ook in onze directe omgeving. Hoe ondersteunen getallen bijvoorbeeld het redeneren over energiegebruik? Heeft het zin om het huis 's nachts volledig te laten afkoelen of is het voordeliger om het op een bepaalde temperatuur te houden? We bekijken slimme strategieën om lengtes, oppervlakten en inhouden te schatten met gebruik van (persoonlijke) referentiematen. Voor de een is de Dom 100 meter, de ander denkt aan een flink stuk kaas bij een kilo. Hoe krijg je leerlingen handig in dergelijke referenties? Tot slot kijken we hoe afmetingen en verhoudingen van het menselijk lichaam gebruikt worden voor industrieel ontwerpen, ergonomie en architectuur om producten, werkplekken of ruimtes te optimaliseren.



Wat is wiskunde?

We weten allemaal wel wat wiskunde is, denken we. Maar zodra je daar dieper over na gaat denken wordt het al snel een best filosofische vraag. Bestaat wiskunde ook los van mensen? Is het de studie van structuren, patronen en relaties? Is het een manier van denken, een taal? Of is wiskunde vooral een menselijke activiteit? In dit thema laten we zien hoe ons begrip van wiskunde en haar rol in de samenleving in de loop der tijd veranderd is. Ook bekijken we manieren om leerlingen iets van de kern van wiskunde te laten ervaren. Je zult niet het antwoord op de vraag wat is wiskunde? krijgen, maar hopelijk wel een rijker beeld van je eigen vak.



Combinatoriek

De kunst van het tellen

Heb je ook altijd al een voorliefde gehad voor de combinatoriek, “de kunst van het tellen”? Op hoeveel manieren kun je vier werkgroepen kiezen uit de het gehele aanbod van de NWD? Hoe stapelen we vier kubussen zo dat elke zijde een andere kleur heeft? Zonde dat combinatoriek niet een veel grotere rol heeft in het VO, zowel voor haar toegankelijke en elegante bewijzen als voor de speelse toepassingen in de kansrekening. Ook in dit thema ziet u weer verrassende combinatorische problemen waarmee u uw leerlingen mee kunt uitdagen, hen aan het denken kunt zetten en vooral ook plezier kunt laten beleven met het redeneren over logische vraagstukken.



Wiskunde en criminaliteit

“De Nationale Politie wil nog voor het einde van volgend jaar in alle regio’s criminaliteit gaan voorspellen op basis van statistiek. Gedetailleerde voorspellingen over waar bijvoorbeeld een woninginbraak, diefstal of straatroof kan plaatsvinden wil de politie gebruiken om tijdig tegenmaatregelen te nemen.” (aldus De Volkskrant, 15 mei 2017) Wiskunde en statistiek spelen een steeds grotere rol in forensisch onderzoek, zowel in het voorspellen als in het oplossen van misdaad. Door explosieve toename van grote databestanden is men bijvoorbeeld in staat steeds meer daderprofielen te vergelijken. Politie, wetenschappers van het Nederlands Forensisch Instituut en juristen vertellen vanuit de praktijk van hun werk over de rol van de wiskunde.

7



Geschiedenis van de wiskunde

De geschiedenis van de wiskunde is een bron van allerlei interessante verhalen, onderwerpen en problemen. En leuker nog dan anekdotes (waarvan het ook niet altijd duidelijk is hoe waar gebeurd die zijn) is kijken naar hoe de wiskunde zélf er vroeger uitzag. In dit thema brengen we de wiskunde van twee grote wiskundigen voor het voetlicht: Archimedes en Galois. Bovendien is er een workshop over hoe je primaire bronnen kunt inzetten als didactisch middel in de wiskundeles.



De derde dimensie

Menig hart gaat sneller kloppen als er gesproken wordt over de vierde dimensie. Maar wat blijkt? In drie dimensies valt ook al heel wat te beleven.

In dit thema gaat het over ontwerpen en creëren in drie dimensies, onder andere door te printen en door te vouwen. En wat is de wiskunde achter zo’n 3D-printer eigenlijk? Ook leren we hoe je als een superman dwars door 3D-objecten heen kijkt. Voeg een nieuwe doch vertrouwde dimensie toe aan je onderwijs!

Ⓞ Duur workshop/lezing: 60 minuten

Ⓞ Duur workshop/lezing: 90 minuten

Plenaire lezingen

The Mathematics of Paper

Katie Steckles | Think Maths U.K.

The humble sheet of paper has almost infinite mathematical potential. Join mathematician Katie Steckles as she demonstrates some of her favourite mathematical concepts, and shares some fun puzzles using both real and imaginary pieces of paper. With opportunities to participate from your seat, Katie reveals the magical mathematical secrets hiding within household stationery.

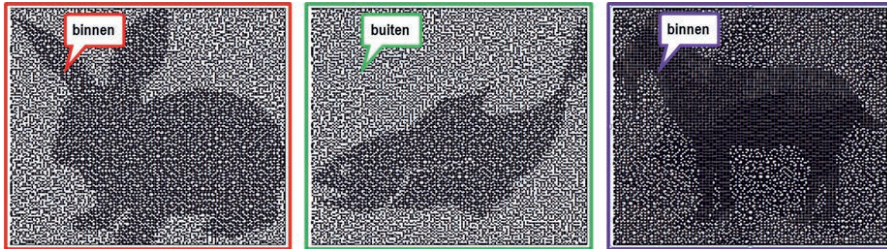
Mathematics in criminal trials

Leila Schneps | Pierre et Marie Curie Universit  Paris

We will present various cases drawn from real life trials (nurse murders, cancer diagnosis, cold case database search) during the course of which different kinds of mathematics were used in a major way. The lecture will be interactive with both sides of the argument presented, so that the audience can participate exactly as a real jury would. In each case we will then explain the error and the actual outcome of the trial.

Drie technieken voor visuele cryptografie

Luc Van den Broeck |



Visuele cryptografie is het meest bekend van de geheime boodschappen en van de digitale watermerken die clandestien verwerkt zijn in de pixels van foto's en films. In deze voordracht proberen we drie technieken voor visuele cryptografie te ontleden: het geheimschrift met overlappende lijntjes, het geheimschrift met overlappende blokjes en het geheimschrift met overlappende afbeeldingen. Deze technieken zijn uitgetest in het secundair onderwijs in België en zijn (voornamelijk) geschikt bevonden voor leerlingen uit het vijfde en het zesde jaar.

De techniek met de overlappende lijnenpatronen steunt op het moiré-effecten, dat kan voorspeld worden met afgeleide functies. Het onderwerp moiré kwam eerder al aan bod op de NWD. De techniek met de overlappende blokjes maakt enkel gebruik van kennis van de logica, met name van de eXclusieve OR (XOR). Deze vorm van geheimschrift is ook toegankelijk voor jongere leerlingen met interesse voor wiskunde. Om via de derde techniek de afbeeldingen van bijvoorbeeld een konijn en een vis om te zetten in de afbeelding van een bok is er niet veel meer wiskundige kennis nodig dan bij de vorige techniek. Handigheid in het gebruik van een rekenblad blijkt essentiëler te zijn.

Blok 1 vrijdag 14:00 –14.45 uur



Pas op je tellen!

Saskia van Boven & Gerrit Roorda | Radboud Universiteit & Rijksuniversiteit Groningen/

60

NHL Hogeschool

Opgave 76 in het hoofdstuk Combinatoriek (Getal en Ruimte VWO A/C deel 1) luidt: “Een kantoorgebouw heeft zes verdiepingen. Op de begane grond stappen 12 personen in de lift. Op hoeveel manieren kunnen ze op de zes verdiepingen uitstappen?” Leerlingen blijken dit een moeilijke opdracht te vinden. De ervaring leert dat diverse leerlingen gebruik maken van de volgende strategie: Doe iets met de getallen 12 en 6 en misschien is het goed. Gelukkig zijn er ook veel leerlingen die hier dieper over nadenken, maar het blijft lastig hoe je het goede telmodel kiest bij deze opdracht.



In diverse bijeenkomsten met studenten in de lerarenopleiding en docenten blijkt dat de leerlingen niet alleen staan. Naast de vraag hoe je deze opdracht nu precies aanpakt blijkt ook onduidelijk wat de makers van de opdracht nu precies bedoelen met de term ‘op hoeveel verschillende manieren’. Ook is een vraag hoe je leerlingen helpt bij het zoeken van het goede telmodel.

10

In deze workshop willen we aan de hand van het zelf oplossen van combinatorische vraagstukken, het bespreken van vakdidactische achtergronden en het bekijken van lesmethoden samen nadenken over de vraag ‘Hoe onderwijs je Combinatoriek?’

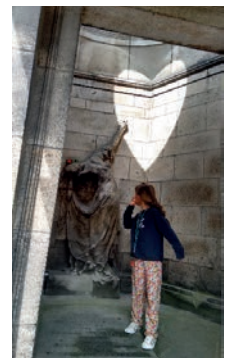


Eeuwige liefde

Hilde Eggermont | Sint-Pieterscollege Leuven

60

In de grafkapel Evrard-Flignot (begraafplaats van Laken – België) kun je jaarlijks op het middaguur tijdens de zomerzonnwende een ‘kippenvelmoment’ meemaken. Tenminste... als de zon schijnt. Door de stand van de zon en de constructie van dit bijzonder grafmonument licht er een prachtig hartje op. Architectuur, beeldhouwkunst en natuur komen hier samen tot een symbool van eeuwige liefde. We onderzoeken de meetkunde achter dit verschijnsel. Ellipsen en hun assen spelen hierbij een hoofdrol.





Sporen van Fraude

60

Jeroen Goudsmit | PriceWaterhouse Coopers

Fraude gaat over het onrechtmatig verkrijgen van een economisch voordeel door dingen anders te doen voorkomen dan ze werkelijk zijn. Bijvoorbeeld minder inkomen opgeven bij de belastingdienst dan je werkelijk verdiend hebt. Of schade claimen bij je verzekeraar die je helemaal niet geleden hebt. Bij fraude is er altijd een benadeelde partij. Hoe zorg je er als bedrijf voor dat je zo min mogelijk in die positie komt? En heb je het überhaupt door wanneer het je overkomt?

In deze presentatie gaan we in op hoe je in een vijver aan normale bezigheid effectief en efficiënt op fraude kan vissen. Vanzelfsprekend kun je hier wiskundige modellen voor gebruiken. Per soort fraude zijn de uitdagingen erg verschillend. Zo gaan creditcardtransacties razendsnel, dus heb je slechts een fractie van een seconde om te zien of er mogelijk sprake is van fraude. Dit terwijl je best de tijd kan nemen om een schadeclaim te beoordelen, dus je meer de ruimte hebt om hier fraude in op te sporen. Dit soort praktische grenzen beperken de mogelijkheden tot opsporing.

Na een korte introductie tot fraude in het algemeen spitsen we ons toe op een specifiek voorbeeld: faillissementsfraude. Bij een faillissement stelt de kantonrechter een curator aan om het bedrijf te liquideren. Deze curator kijkt in de boeken van een bedrijf om te bepalen welke schuldeiser uiteindelijk wat terug kan krijgen. Fraude heeft impact op ruwweg een kwart van alle faillissementszaken. We kijken naar manieren waarop wiskunde de aandacht van een curator kan sturen richting de echte probleemgevallen.

Dit om met zo min mogelijk kosten voor de maatschappij faillissementen zo eerlijk mogelijk af te wikkelen.

11



Kubussen stapelen

Erjen Lefeber | Technische Universiteit Eindhoven

Als kind kreeg ik ooit een puzzel met vier blokjes met daarbij als opdracht deze zo te stapelen dat je aan elke kant (dus zowel voor, als achter, als links, als rechts) vier verschillende kleuren ziet.

Volgens de beschrijving kon je de kubussen op 7.962.624 manieren stapelen en was er maar één oplossing. Maar klopt dat wel?

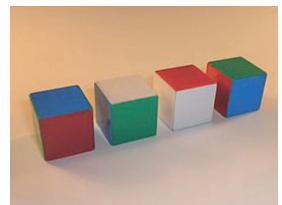
Op hoeveel verschillende manieren kun je deze kubussen stapelen?

En heeft de puzzel echt maar één oplossing? Hoe bewijs je dat?

In deze lezing geven we niet alleen antwoord op deze vragen, maar laten we ook zien hoe je deze puzzel heel eenvoudig op kunt lossen door een paar grafen te tekenen.

Met dit inzicht is het vervolgens mogelijk om veel meer vergelijkbare puzzels te maken (bijvoorbeeld met vijf of zes kubussen).

Wil je zelf kijken of je de puzzel kunt oplossen? Download dan de bouwplaat op <http://mn.wtb.tue.nl/~lefeber/KubussenStapelen.pdf>



123 De wereld in formules: gekookt eitje!

60 Prof.Dr. Robert Mudde | Technische Universiteit Delft

Hoe lang moet een ei koken? Slecht gestelde vraag: als je niet weet hoe groot het ei is, kan je daar weinig over zeggen. Ok, gegeven dat een gewoon kippenei 7 minuten moet koken, hoe lang dan een ganzenei of een struisvogelei? Giet het proces in wiskunde en je weet het! Dit is maar één voorbeeld van wiskunde & de keuken. Overal waar gemengd en geroerd, verwarmd en afgekoeld wordt, is het handig om modellen op te stellen, die de processen beschrijven. Het werkpaard hierbij is de balansvergelijking, een prachtig wiskundig raamwerk voor het modelleren en beschrijven van allerlei alledaagse fenomenen. In de workshop zullen we dit raamwerk kort bespreken en vervolgens via allerlei voorbeelden illustreren hoe handig het is en hoe elementair de modelering kan zijn om toch verrassend veel over het onderwerp te weten te komen. Wil je nog wat voorbeelden? Hoeveel energie bespaar je met dubbel versus enkel glas? Hoe lang duurt het voordat je je vingers brandt, als je met een metalen lepel in hete soep roert? Hoe groot wordt een belletje CO_2 in je glas spa rood? Hoe diep kun je in de mist kijken? Allemaal vragen die met het balansidee aangepakt kunnen worden. De basisgedachte van de balans is simpel en de wiskunde die nodig is, beperkt zich vaak tot relatief eenvoudige differentiaalvergelijkingen; de orde die het schept in de fenomenen om je heen is onbetaalbaar!

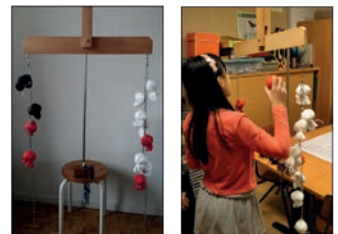


12

Algebraïsch redeneren met de hangmobiel

60 Mara Otten | Universiteit Utrecht

Om algebraïsch redeneren met betrekking tot het oplossen van vergelijkingen uit te lokken, hebben we een hangmobiel (zie afbeelding) ontwikkeld. Aan de hangmobiel hangen balletjes in verschillende kleuren met onbekende gewichten. Als alle balletjes aan de ene kant samen gelijk zijn aan de balletjes aan de andere kant, is de hangmobiel in evenwicht en hangt de balk recht/horizontaal. Door balletjes erbij te hangen of eraf te halen kan de hangmobiel in balans blijven (recht hangen) of juist uit balans gaan (scheef hangen). Door het werken met de hangmobiel kunnen leerlingen fysieke ervaringen opdoen met een cruciaal begrip voor het oplossen van vergelijkingen: gelijkheid. Binnen de embodied cognition theorie worden deze lichamelijke ervaringen als essentieel gezien voor het leren. De ervaringen die leerlingen opdoen tijdens het werken met de hangmobiel kunnen bijdragen aan een diepere verankering van het concept gelijkheid, wat bij kan dragen aan een beter begrip van vergelijkingen.



Deelnemers van deze werkgroep zullen aan den lijve ervaren hoe het werken met de hangmobiel informeel algebraïsch redeneren kan uitlokken en hoe met deze aanpak de basis voor het oplossen van vergelijkingen gelegd kan worden.

☀ **Wat ziet een wiskundige wanneer hij diep in het glas kijkt?**

⑥ **Uit de oude doos: kaustieken**

Rudi Penne & Paul Levrie | Universiteit van Antwerpen

Ga als voorbereiding op deze workshop eens in de zon zitten, met een kop koffie of thee (noot van de auteurs: best wel met een vleugje melk). Dan zou je zo maar kaustieken kunnen zien op het vloeistofoppervlak. Je kan met dit effect (ook zonder drank) je partner verrassen: op de foto zie je hoe de zon in een ring een hartje bouwt! Maar is het wel een hartje? Als je dit als wiskundige benadert, dan is het antwoord duidelijk: neen. Het is geen hartkromme (of cardioïde). Maar het is wel een (deel van een) andere bekende kromme (ook genoemd naar een orgaan).

Om echt te weten te komen welke vorm het precies is, moeten we een extremumprobleem oplossen, en dat doen we m.b.v. een afgeleide, en wat driehoeksmeting. Met een houten plank, spijkers en touwtjes kunnen we deze kromme ‘construeren’, al zal de zon het altijd mooier (en sneller) doen.

We zijn zeker niet de eersten die het fenomeen bestuderen: Christiaan Huygens had het er al over in zijn boek over licht uit 1678. En er zijn bronnen die zeggen dat het in de oudheid al is onderzocht. Het ontstaan van de kromme is een gevolg van de weerkaatsing van het zonlicht in de binnenkant van de kop of de ring. Indien het weerspiegelend oppervlak parabolisch is en als het zonlicht evenwijdig met de as van de parabool invalt, dan worden alle lichtstralen natuurlijk gebundeld in het brandpunt van de parabool. Bij een andere krommen krijgen we iets anders te zien: niet een punt, maar een kromme. En door de belichting zelf te regelen, kunnen we toch ook een hartkromme krijgen!



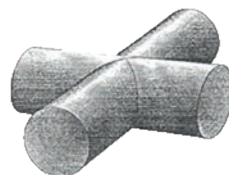
13

Wanneer cilinders elkaar ontmoeten...

Michel Roelens | UC Leuven-Limburg

Een praktische vraag van een collega over zijn schoorsteenpijp bracht me bij de wiskunde van cilinders die op elkaar moeten aansluiten.

Ook in de geschiedenis van de wiskunde komen elkaar ontmoetende cilinders voor. Archimedes bepaalde het volume van een cilindersegment met een methode die ons erg aan integralen doet denken. Hij vond hiermee ook het volume van de bicilinder, de doorsnede van twee cilinders met gelijke stralen en waarvan de assen elkaar loodrecht snijden. Deze figuur heeft een rijke geschiedenis en duikt onder meer op in de Chinese wiskunde van de 5de eeuw (Zu Chongzhi).



Het volume en de oppervlakte van de bicilinder kunnen op verschillende manieren worden gevonden, met en zonder integralen. Ook de veralgemening tot meer dan twee cilinders is interessant. Voor onze leerlingen van de bovenbouw in wiskundige studierichtingen vormt dit een context waarin ruimtemeetkunde, integraalrekening en wiskundige cultuur samenkomen.

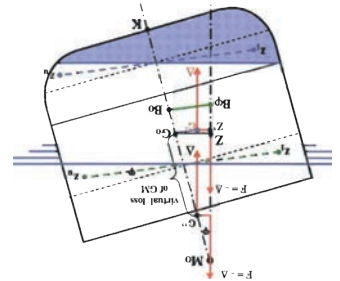


Varen is rekenen bij de koopvaardij!

60

Ger Scheepstra | Maritiem Instituut Willem Barentsz Terschelling, onderdeel van NHL Stenden Hogeschool

Deze workshop gaat over Nederlandse zeeschepen met een letterlijk wereldwijd vaargebied. Tijdens de reis krijgen deze schepen regelmatig te maken met slecht weer waardoor het schip hevig kan gaan stampen en slingeren. Wat dat betreft is er nog niets veranderd en kan varen nog steeds avontuurlijk zijn. Schuivende lading kan bijvoorbeeld zorgen voor een grote slagzij of zelfs het kapseizen en vergaan van het schip. Om dat te voorkomen zorgt de bemanning ervoor dat het schip al bij vertrek uit de haven voldoende stabiliteit heeft.



En voldoende stabiliteit is: voldoende richtend vermogen om na die zware windstoot in die storm of die extra hoge golf ook weer terug te komen in de beginstand.

Tijdens deze workshop gaan we kijken hoe de stuurman dat aan boord doet. Hiervoor gebruiken we de gegevens van een echt zeeschip met een vereenvoudigde beladingssituatie. Korte stukjes uitleg worden afgewisseld met korte berekeningen. Op deze manier gaan we samen aan het rekenen zodat we een “stabiliteitskromme” kunnen maken. En niet alleen maken; ook beoordelen door oppervlaktes te bepalen terwijl we geen functievoorschrift hebben. Verder moeten we eenvoudige goniometrie gebruiken in driehoeken welke uit het stabiliteitskoppel zijn te halen (zie afbeelding) en een zwaartepunt berekenen m.b.v. een momentenstelling. We gaan geen formules afleiden; het gaat om het toepassen en gebruiken. Varen is leuk en soms spannend maar we houden niet van onnodige verrassingen. Daarom: varen is rekenen! De workshop zal worden gegeven door een oud koopvaardijkapitein welke momenteel als docent werkzaam is op het Maritiem Instituut Willem Barentsz op Terschelling.

Neem vooral een (niet programmeerbare) rekenmachine mee zodat er meegerekend kan worden! De opdrachten zullen geschikt zijn voor klas 4 havo.



Een vergelijking oplossen zoals Galois dat deed



Leroy Soesman | Bertrand Russel College

Vlak voor zijn dood op slechts eenentwintigjarige leeftijd schreef Évariste Galois een brief over de oplosbaarheid van vergelijkingen die de wiskunde voorgoed zou veranderen. De nulpunten van de polynoom ax^2+bx+c laten zich op bekende wijze uitdrukken in de coëfficiënten a, b, c door $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Het was in de tijd van Galois al bekend dat we op deze manier maar voor een minderheid hogeregraadspolynomen de nulpunten kunnen vinden, maar de vraag was voor welke dit wel kon en voor welke niet. Galois beantwoordde deze vraag op verrassende wijze door het idee van een symmetriegroep te poneren.

Het verhaal van zijn te korte leven leest als een Roman. Maar van die romantiek blijft weinig over voor diegenen die zich Galoistheorie proberen eigen te maken. Galois introduceerde namelijk zeer abstracte wiskunde om een zeer concrete vraag te beantwoorden. Studenten van Galoistheorie hebben zich door een kluwen van abstracte concepten als groepen, homomorfismen, idealen en lichaamsuitbreidingen geworsteld voordat zij bij Galois' idee aankomen. En zelfs dan is het maar moeilijk te doorgronden waarom concepten als de galoiscorrespondentie en oplosbare groepen in elkaar zitten zoals zij doen.

In deze workshop slaan we daarom de abstracte algebra zoveel mogelijk over en leggen we de nadruk op de intuïtie achter galoistheorie. Dit wil overigens niet zeggen dat we ons makkelijk er vanaf maken. We zullen echt wiskundige verdieping nastreven, maar zo dat we het af kunnen met de wiskunde van de tweedegraadsopleiding. Voor diegenen die onbekend zijn met galoistheorie kan deze workshop een geheel nieuwe kijk geven op vergelijkingen. Het opent wellicht de deur naar wiskunde die voorheen onbereikbaar leek of misschien helemaal niet in beeld was. Voor diegenen die wel bekend zijn met de theorie kan deze workshop inzicht geven in het waarom achter de concepten, of dienen als een opfriscursus.

We zullen leren hoe symmetrie met vergelijkingen te maken heeft, en de discriminant vanuit een nieuw perspectief zien. Deelnemers leiden zelf de abc-formule op andere wijze af. We lossen samen een derdegraadsvergelijking op zoals Galois voor ogen had, en zien hoe eindige groepen samenhangen met getallenlichamen. De workshop is dus bedoeld voor deelnemers die actief hun wiskundige kennis willen verdiepen. Het wordt een combinatie van toehoren en zelf bezig zijn. Sommige ideeën zijn namelijk het mooist als ze in jouw eigen handen ontstaan.



Knecht en Koning van de Controle : het Getal in de Geschiedenis

Ida Stamhuis | Vrije Universiteit Amsterdam

In het Europa van de 16e eeuw ontmoetten twee tradities elkaar: antieke opvattingen over het ideale en onvergankelijke getal, en daartegenover de niet-ideale veranderlijke werkelijkheid. Men ging de werkelijkheid meten, tellen, systematiseren en zo onder controle brengen. De samenleving veranderde revolutionair en werd dominant in steeds grotere delen van de wereld. Dit proces bleek onomkeerbaar. In de negentiende eeuw met de industriële revolutie werden getallen essentieel bij de uitdijende bureaucratie om informatie te kunnen delen en overheidsbeleid te ontwikkelen. Een recentere golf van kwantificatie was op de lichamelijke gesteldheid van het individu gericht: zoals getallen voor overgewicht en bloeddruk. Kwantificatie is diep in het persoonlijke leven doorgedrongen door mogelijkheden die de smartphone biedt met zijn apps als stappenteller en slaapmeter. Getallen, eenmaal toegekend, gaan een eigen leven leiden en worden normatief; van dienaren worden ze heersers. In mijn lezing zal ik laten zien hoe ingrijpend in de geschiedenis zo iets ogenschijnlijk simpels als het uitdrukken van kennis in getallen is geweest.



16



Wiskunde op mensenmaat. Schets voor een Humanistische Filosofie van de Wiskunde

Bart Van Kerkhove | Vrij Universiteit Brussel

De kern van ons programma voor een 'andere', humanistische filosofie van de wiskunde, is de volgende. Ten eerste: wiskunde is een eervolle menselijke bezigheid, waarop we geenszins wensen af te dingen. Ten tweede: desondanks is de wiskunde niet feilloos. Ten derde: zij hoeft dat ook helemaal niet te zijn. Ten vierde: haar praktijken zijn bijgevolg essentieel en te allen tijde epistemisch voor 'verbetering' vatbaar. Ten vijfde: de filosofie mag met haar specifieke competenties tot dit laatste doel substantieel bijdragen. Meer bepaald en in het bijzonder kan zij dat door als klankbord te fungeren voor de wiskundige, diens oefeningen in zelfreflectie te vormgeven en dus te vergemakkelijken. Om duidelijk te maken wat onze 'andere' filosofie van de wiskunde behelst, zal ik haar in contrast plaatsen met vanouds heersende stromingen in de discipline. Eerst schets ik de historische context van waaruit deze toestand zich kon ontwikkelen. Aansluitend wordt dan kort uit de doeken gedaan hoe 'anders', en in casu humanistisch, de 'andere' filosofie van de wiskunde wel is, of kan zijn.



Eulerpaden en sleutelwoorden.

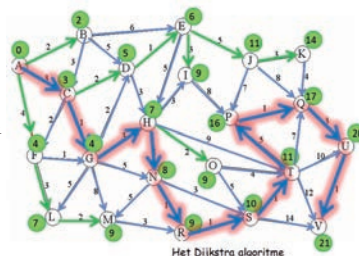
90

Marijke Allis | Duidelijke wiskunde

Cryptologie en grafentheorie: slechts twee voorbeelden van enthousiasmerende onderwerpen die goed te gebruiken zijn in de onderbouw van het HAVO/VWO. Voor eenmalige projectdagen, terugkerende keuzemiddagen, plusklassen, of kleine groepjes leerlingen die tijd over hebben en zelfstandig aan de slag gaan. Voor ‘zelfstandig werken’ of voor ‘in de groep’. Wat je nodig hebt is een basis aan lesstof die je voor elke nieuwe doelgroep of situatie een klein beetje aanpast. En dan kun je jarenlang vooruit.

In het eerste deel van de workshop worden, ter inspiratie, wat lesideeën rondom Eulergrafen, het Dijkstra-algoritme en het Chinese postbodeprobleem besproken.

In het tweede deel krijgen de deelnemers een les cryptologie waarin samenwerking, differentiatie en competitie volop aanwezig zullen zijn.



De regel van Bayes in de rechtspraak toegepast.

90

Barbara van den Berg | Universiteit Utrecht

Een rechtenstudent met Wiskunde C op zak, wordt bij het lezen van een strafrechtelijke uitspraak waarin forensisch bewijsmateriaal een rol speelt al snel geconfronteerd met een paar pittige vragen. Ten eerste moet de student de regel van Bayes beheersen, zodat hij of zij begrijpt wat de forensisch deskundige bedoelt met de conclusie die wordt gerapporteerd. Maar nog lastiger is misschien wel de vraag hoe deze conclusie past in de context van de overige bewijsmiddelen. In deze workshop gaan we met deze twee vragen aan de slag en verkennen we de moeilijkheden waar de rechtenstudent zoal tegenaan loopt.



Terug naar de bron

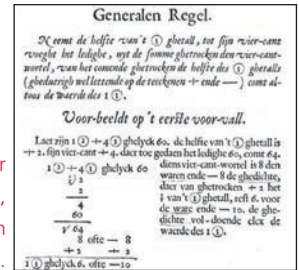
90

Desiree van den Bogaart & Jeanine Daems | Hogeschool van Amsterdam & Hogeschool Utrecht

De geschiedenis van de wiskunde kan een krachtige bijdrage leveren in de wiskundeles. Met name primaire bronnen kunnen op een directe manier laten zien hoe mensen vroeger dachten, hoe problemen gesteld werden, opgelost en uitgelegd. Dat werpt soms net een ander licht op de wiskunde zoals die nu in de schoolboeken staat, waardoor leerlingen een bredere blik krijgen op wat wiskunde is en meer onderdelen van de wiskunde aan elkaar kunnen koppelen (denk aan het koppelen van algebra en meetkunde als het gaat om het oplossen van vergelijkingen).

In deze workshop bekijken we een aantal primaire bronnen en praten we over hoe je goede vragen kunt stellen bij zo'n bron. We gaan ook in op hoe en waar je geschikte bronnen kunt vinden.

Uit: "Algebra ofte nieuwe stel-regel, waer door alles ghevonden wordt inde wis-konst, wat vindtbaer is" (1639) van Johan Stampioen d'Jonge (1610 - 1653).



Spelen met passer en liniaal

Bert Boon | Leidschendam

90

In het roosvenster van de kathedraal van Amiens zie je behalve een pentagram ook drietallige en viertallige vensters. Die vensters werden door de bouwlieden vooraf op de grond in een cementlaag geconstrueerd met passer en liniaal. In de workshop construeert u eerst de drietallige en viertallige vensters, waarna we aan de hand van Euclides de constructie van de gulden snede zullen opbouwen om het pentagram te construeren. Dat alles zonder formules. Veel van wat aangeboden wordt is direct bruikbaar in de brugklas als alternatief voor de gebruikelijke constructies, maar de stof biedt ook mogelijkheden voor het domein Vorm en Ruimte van wiskunde C.

Van de deelnemers wordt verwacht dat zij een passer en liniaal meebrengen.



Tast too!

Rogier Bos | Universiteit Utrecht | Freudenthal Instituut

90

We staan aan de vooravond van de algehele doorbraak van de 3D-printer. Instapmodellen kosten nog maar zo'n 500 euro en voor zo'n 2500 euro heeft je school een degelijk exemplaar. Binnenkort wordt het maken van een 3D-printje net zo normaal als het maken van een 2D-printje. En dat schept mogelijkheden voor het wiskundeonderwijs! Eenvoudig print je schaalmodellen van bijvoorbeeld platonische veelvlakken of kegels. Maar er zijn ook minder voor de hand liggende didactische toepassingen. Daarnaast kun je leerlingen zelf aan de slag laten gaan met de 3D-printer.

In deze workshop krijg je een appetizer van interessante toepassingen. Als voorgerecht leer je over het gehele productieproces van een 3D-object: ontwerpen, exporteren, materiaalkeuze en printen. Het hoofdgerecht vormt het maken van een eigen (didactisch) ontwerp. Neem hiertoe je laptop of tablet mee. Als nagerecht wordt een selectie van deze ontwerpen tijdens de rest van de NWD geprint.

Krijg de smaak te pakken en maak wiskunde tastbaar met de 3D-printer!



Statistical literacy hoe dan?

90

Marianne Dijke-Droogers | PhD Utrecht University, Docent Wiskunde Csg Prins Maurits

Het statistiekonderwijs is in ontwikkeling. Een veelgenoemd begrip hierbij is statistical literacy. Dit is voor iedere wereldburger, nu en in de toekomst, van groot belang. Statistical literacy gaat over het interpreteren van en redeneren met statistische informatie. Onderzoekend en nieuwsgierig omgaan met data lijkt hierbij essentieel. Maar hoe pakken we dit aan in onze lessen?

Tijdens deze workshop gaat u zelf experimenteren met concreet lesmateriaal voor de onderbouw van Havo en Vwo. U gaat hierbij aan de slag met onderzoeksactiviteiten die handmatig en met behulp van het programma TinkerPlots worden uitgevoerd. TinkerPlots is een educatieve tool die specifiek is gericht op data-exploratie met behulp van rijke visualisaties die uitnodigen tot statistisch redeneren. De benodigde procedurele vaardigheden voor deze onderzoeksactiviteiten, zoals berekenen van centrummaten en het maken van een klassenindeling en boxplots, kunt u zelf uitproberen in de gedifferentieerde online huiswerkmodule binnen de Digitale Wiskunde Omgeving. Hierbij kan op basis van RTTI gekozen worden voor een basis en gevorderde leerroute. Deze workshop is bedoeld ter inspiratie om leerlingen in de les onderzoekend en nieuwsgierig met data te laten werken. Het lesmateriaal bevat verrassende elementen, kan direct ingezet worden tijdens de volgende statistiekles en is helemaal compleet inclusief eindopdracht en toetsing.

Dit lesmateriaal was onderdeel van een NRO-onderzoeksproject dat uitgevoerd werd in een Vwo 2 klas van de Csg Prins Maurits te Middelharnis. De resultaten suggereren dat dit lesmateriaal heeft geleid tot verhoging van statistical literacy^{1,2}.

19

¹ Droogers, M.J.S., Drijvers, P.H.M. & Tolboom, J. (21-03-2017). Statistical literacy... hoe dan? Onderzoekend en nieuwsgierig omgaan met data lijkt essentieel. *Euclides*, 92 (5), 7-11;

² Dijke-Droogers, M.J.S. van, Drijvers, P., & Tolboom, J. (2017). Enhancing statistical literacy. Contribution CERME10 conference. Ireland: Dublin.



Wiskundige denkactiviteiten toetsen in de onderbouw

90

Wilma van Donk en Frank van Megen | Stedelijk Gymnasium Nijmegen

Onze overtuiging is dat het leren van wiskunde in feite één grote denkactiviteit is. Helaas blijft daar in de toetsen vaak weinig van over en wordt uiteindelijk getoetst of een aantal vaardigheden goed kan worden uitgevoerd.

Hierdoor worden leerlingen gestimuleerd zich (vooral) te focussen op het trainen en inoefenen van een beperkt aantal vaardigheden en vraagstukken.

Wij hebben een manier gevonden om ook in de toetsing het leren/ontwikkelen van wiskunde, kortom WDA, een plaats te geven.

Door goed lezen, een beetje creativiteit, overleg en natuurlijk ook wiskundig gereedschap moeten de leerlingen een aantal vragen beantwoorden. Vaak is de inhoud van de vragen gerelateerd aan de stof van de afgelopen tijd (maar gaat het om een andere toepassing of om verdieping).

Met deze denkactiviteiten denken wij de leerlingen (beter) voor te bereiden op de praktische opdrachten in de bovenbouw en het examen.

In de workshop vertellen we e.e.a. over de praktische kant van de zaak: hoe maak je tweetalen? , hoe geef je een cijfer?, hoe weeg je dit mee bij het bepalen van een rapportcijfer?, etc. Ook laten we een filmpje zien waarin een klas een WDA-toets aan het maken is..

Vervolgens gaan de deelnemers aan de slag met enkele voorbeelden van WDA-toetsen die we hiervoor ontworpen hebben.



Désette



Jos Hoevenaars en Mélanie van der Weiden | Dongemond College

20

Hoe zet je leerlingen op een aansprekende manier aan het denken over kansrekening? Met Désette, een veelzijdig spel dat in de klas te spelen is op verschillende niveaus en in verschillende leerjaren. Het spel is enthousiast ontvangen in klassen van vmbo tot vwo. In deze workshop ervaart u het spel en ontdekt u de mogelijkheden. Na de workshop weet u hoe leerlingen de uitkomstentabel voor het gooien met 2 dobbelstenen ontdekken en hebt u lesmateriaal dat aanzet tot wiskundige denkactiviteiten.



Archimedes' Methode van mechanische stellingen

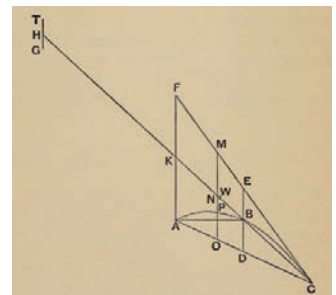


Luuk Hoevenaars | Hogeschool Utrecht

Hoe komen wiskundigen tot hun resultaten? De oude Grieken staan bekend om hun ontwikkeling van de deductieve methode, culminerend in de Elementen van Euclides waarin de wiskunde wordt voorgesteld als een groot bouwwerk dat zorgvuldig steen voor steen is opgebouwd. De bewijzen zijn vaak even gepolijst en elegant als onnavolgbaar. Het creatieve proces – hoe deze wiskundigen aan hun resultaten kwamen – is veelal verloren gegaan.

Gelukkig doet Archimedes hierover wél een boekje open.

In 1906 ontdekte de Deense historicus Heiberg een palimpsest van zijn hand in een bibliotheek in Istanbul, dat na vele omzwervingen uiteindelijk in 1998 weer is opgedoken op een veiling, en digitaal is gerestaureerd door conservatoren van het Walters Art Museum in Baltimore. Dit palimpsest bevat de enige overgebleven tekst van



Archimedes' Methode van mechanische stellingen, waarin hij aan collega-wiskundige Eratosthenes (van de priemgetallenzeef) uitlegt hoe hij tot zijn stellingen kwam over bijvoorbeeld de oppervlakte van een parabool en de inhoud van een bol. Deze Methode is een prachtige combinatie van meetkunde en de natuurkundige werking van hefboomen, een soort balansmethode 2.0.

De transcriptie door Heiberg van de palimpsest is in het engels vertaald door Heath en beschikbaar via de volgende link: <http://www.gutenberg.org/ebooks/7825>

De pagina van het Walters Art Museum over de Archimedes palimpsest is te vinden via: <http://archimedespalimpsest.org/about/>

Anamorfosen

90 Nico Laan

Deze lezing gaat over het maken van grote (vertekende) afbeeldingen in het landschap. Afbeeldingen die vervolgens vanuit de lucht worden gefotografeerd met behulp van een vlieger. De camera hoogte en de hoek waaronder de camera 'kijkt' zijn zo gekozen dat de vertekening wordt opgeheven en er een ruimtelijk beeld ontstaat. Een ruimtelijkheid die in tegenspraak is met de omgeving.



21

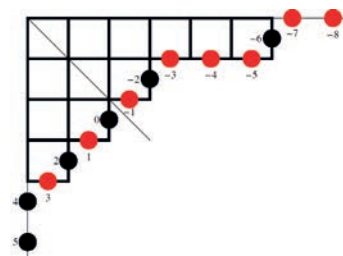
Telfuncties

90 Johan van de Leur | Universiteit Utrecht

Op hoeveel manieren kun je 29 blokjes stapelen in een hoek zonder tussenruimte? Of, stel je hebt in je broekzak 1 stuiver, 3 muntjes van 20 cent en 7 muntjes van 50 cent.

Welke bedragen kun je dan gepast betalen? Je ziet snel dat het maximumbedrag 4 euro 15 is, en dat je bijvoorbeeld precies 10 cent niet gepast kunt betalen. Zijn er misschien ook

bedragen die je op verschillende manieren kunt passen? En wat als je een andere combinatie van munten in je zak hebt? Met wat proberen kun je zulke vragen wel oplossen, maar als je in plaats van een paar muntjes een flinke spaarpot neemt dan kom je er met proberen niet meer uit. Tijdens deze werkgroep leer je hoe je gebruik kunt maken van telfuncties, de zogenaamde genererende machtreksen, om dit uit te rekenen. Naast dit probleem zullen we zo ook kijken naar het aantal mogelijkheden waarop je een getal, bijvoorbeeld 25, kunt schrijven als som van getallen kleiner of gelijk aan 25. Je kunt dit bepalen door alle mogelijke manieren systematisch op te schrijven en vervolgens te tellen. Waarschijnlijk ben je dan de gehele NWD bezig om dit op te schrijven, er zijn namelijk 1958 verschillende mogelijkheden.

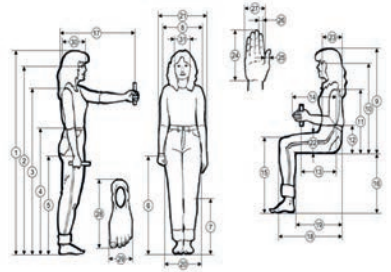


Deze en andere telproblemen komen ook terug in Wiskunde D module “Combinatoriek en partities”. Wanneer je een Ipad of Laptop hebt, neem deze mee, via Wolfram Alpha zullen we een aantal van dit soort telproblemen uitrekenen.

123 DINED Een tool met lichaamsmaten om passende producten te ontwerpen

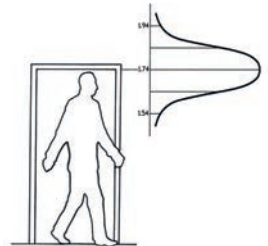
90 Johan Molenbroek, Renate de Bruin & Alexander Weiss | TUDelft

DINED was een tabel met lichaamsmaten in 1980 en is uitgegroeid tot een interactieve tool op de website dined.io.tudelft.nl voor iedereen die iets moet weten over hoe groot een lichaamsdeel is van een mens: hoofdomtrek, tailleomtrek, onderbeenlengte, lichaamslengte of lichaamsgewicht etc. 50.000 mensen vanuit de gehele wereld bezoeken de website per jaar om dit soort gegevens te gaan gebruiken voor hun ontwerp of onderzoek.



In de eerste plaats was en is DINED bedoeld voor studenten industrieel ontwerpen, maar het nut blijkt groter te zijn.

De tool dient om de kennis over statistiek en anatomie overbodig te maken. Je kunt er ook je eigen lichaamsmaten invullen en vergelijken met een aanwezige set gegevens om te zien hoever jouw lichaamsmaten anders zijn dan het gemiddelde. Dit is om te laten zien dat niemand gemiddeld is. Tijdens de workshop gaan we ontdekken hoe dit werkt.



22

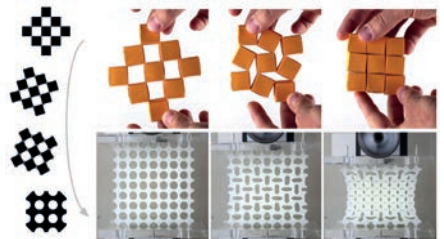
Van origami-materialen naar zachte robots

90 Bas Overvelde | Amolf

De meeste natuurlijke materialen om ons heen hebben vaste eigenschappen. Metaal is bijvoorbeeld erg stijf, hout is buigzaam en rubber kan tot meerdere malen zijn eigen lengte uitrekken zonder te breken.

Maar zou het niet interessant zijn als we een materiaal zouden kunnen maken dat zijn eigenschappen drastisch kan veranderen, van bijvoorbeeld zacht

naar stijf, of van kleur verschietend? In deze presentatie laat ik zien hoe we op basis van origami nieuwe materiaalconcepten maken die door aanpassing van hun interne structuur hun eigenschappen kunnen veranderen en op deze manier “geprogrammeerd” kunnen worden om het door ons gewenste gedrag te laten zien. Een veelvoud van materialen kan worden ontworpen door gebruik te maken van wiskundige veelvlakken,



die met elkaar verbonden zijn in een ruimtevullende tessellatie (betegeling). Door het incorporeren van actieve robotische elementen die reageren op bijvoorbeeld luchtdruk of warmte, zouden we wellicht met deze nieuwe materialen een gevel van een gebouw kunnen maken, die 's nachts een dichte muur vormt en overdag een reeks ramen heeft, of een dak dat automatisch zijn poriën opent op een warme dag. Omgekeerd zou je ook een materiaal op een schaal van millimeters of micrometers kunnen maken voor bijvoorbeeld opvouwbare stents die vernauwing van een bloedvat kunnen tegengaan. Of zelfs op nanoschaal, voor een materiaal dat licht of warmte op verschillende manieren kan geleiden. Na de presentatie gaan we ook zelf aan de slag met het vouwen nieuwe “materialen”, op basis van een modulaire origami.



Een reis door straat Banka

90

Geke Scheepstra-Lier & Jeanne Breeman

Buiten de gps gebruikt men op zee nog steeds verschillende manieren om de eigen positie te bepalen. Midden op de oceaan kan dat met behulp van de sterren en planeten. Maar wat kunnen we doen wanneer we dicht onder de kust varen? We gaan het allemaal uitzoeken aan de hand van praktische opdrachten. Afstanden en hoekmetingen zullen ons helpen de juiste weg te vinden.

Iedereen krijgt een zeekaart voor zich waarin de posities geconstrueerd kunnen worden. Een schat aan wiskundige toepassingen van de koers, eenheden, hoeken, cirkelbogen en de tangens helpen bij de navigatie. Zodat de zeeman en vracht veilig de volgende haven bereiken. En zo gaan we ons inleven in het werk van de stuurman. Verder leren we een aantal symbolen in de zeekaart te herkennen. Bijvoorbeeld wrakken en ondieptes, welke een gevaar voor de navigatie kunnen vormen. Bovendien komen we te weten waarom de kapitein juist deze route door straat Banka voor het schip de Nedlloyd San Juan had uitgestippeld.



23

Dus neem vooral je geodriehoek, passer en liniaal mee!

De opdrachten zullen geschikt zijn voor klas 3 en 4 vmbo en 2 en 3 havo/vwo.

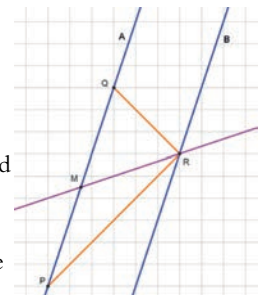


Speciale Relativiteitstheorie en Minkowski-meetkunde

90

Jeroen Spandaw | TU Delft

Bij hoge snelheden gebeuren vreemde dingen. Als u en ik ieder met 1 meter per seconde naar elkaar toe lopen, dan is onze relatieve snelheid 2 meter per seconde. Logisch toch? Maar als we ieder onze snelheid verhogen naar 75% van de lichtsnelheid, dan is onze relatieve snelheid niet 150%, maar slechts 96% van de lichtsnelheid! Volgens u is de lengte van mijn voeten met 72% gekrompen en ik denk hetzelfde over uw



voeten. Volgens u loopt mijn horloge 72% te langzaam en ik denk hetzelfde over uw horloge. Toch zien wij beiden dat onze eigen voeten niet gekrompen zijn en dat onze horloges niet langzamer zijn gaan lopen.

In deze workshop leert u hoe deze en andere schijnbaar tegenstrijdige beweringen vreedzaam naast elkaar kunnen leven. Dit doen we door een kleine aanpassing te maken in de gebruikelijke meetkunde van ruimte en tijd. In de meetkunde van Minkowski die zo ontstaat zien we hoe wij beiden gelijk hadden met onze observaties over lengte, tijd en snelheid. Om uw begrip van deze nieuwe meetkunde te testen, lost u zelf ook enkele paradoxen uit de speciale relativiteitstheorie op. Benodigde voorkennis: Stelling van Pythagoras.

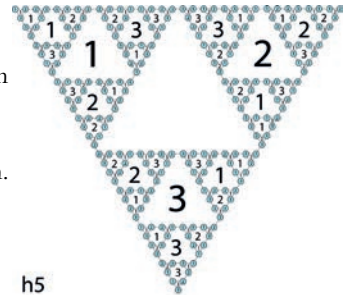


OPO: winnen!

90

Marco Swaen en Kees van Schenk Brill | st-Michaelcollege Zaandam

OPO begon ooit als een trainingsmiddag voor de wiskunde olympiade, de afkorting staat dan ook voor Olympisch Probleem Oplossen. Op zeker moment werden de vraagstukken verdrongen door spellen, kwam er het vuur van het spel en de vraag hoe te winnen. Inmiddels is OPO een vak van ongeveer 60 uur dat onze onderbouwleerlingen kunnen kiezen. Spelenderwijs passeert er heel wat wiskunde, van binaire getallen, codering, de Sierpinski-driehoek, grafen, bomen, eindige meetkunde, kansen en mogelijkheden tot winstrategieën. We spelen en analyseren Nim, Hex, Set, Spruiten, domino, zeeslag; soms individueel: een labyrint, magische vierkanten, torens van Hanoi, en op een mooie dag in mei of juni springen we op de fiets en spelen levend stratego bij 't Twiske.



In de workshop laten we het materiaal zien dat we ontwikkeld hebben, en krijgen de deelnemers natuurlijk de kans hun eigen spelletjes-lust bot te vieren.

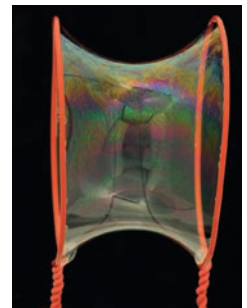


Minimale oppervlakken

90

Roland van der Veen | Universiteit Leiden

In deze workshop gaan we op zoek naar de wiskunde achter zeepvliezen. Als je een draadfiguur in het zeepsop doopt vormt zich als vanzelf een vlies. Kan je aan de hand van het draadfiguur voorspellen hoe het vlies er uit zal zien? De zeep probeert de gebruikte oppervlakte te minimaliseren, in de meetkunde heten zulke oppervlakken minimaal en spelen ze een belangrijke rol. Op school leren we dat je om te minimaliseren de afgeleide nul moet stellen. Kan dat hier ook?



We benaderen deze vragen zowel praktisch door eenvoudige experimenten te doen als theoretisch door op zoek te gaan naar de juiste meetkunde.

VOUWEN EN DESIGN

90 **Henk van der Vorst | Universiteit Utrecht**

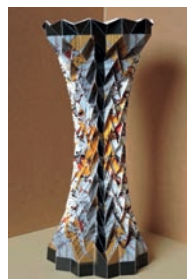
Basis papier-vouwtechnieken zijn tegenwoordig zeer populair in architectuur, design en mode. Ze worden gebruikt om spannende vormen te ontwerpen die dan later worden uitgevoerd in kunststof, staal of textiel, al naar gelang de toepassing. Maar ze worden ook gebruikt om airbags op te vouwen; zonnepanelen in de ruimte te ontvouwen en voor medische doeleinden.

Ik gebruik deze technieken zelf om leuke ruimtelijke objecten te vouwen waarin ik mijn vlakvulling-ontwerpen kan toepassen. Met een PowerPointpresentatie zal ik wat vertellen over deze vlakvullingen (in de wandelgangen ook wel wallpaper-art genoemd) en hoe dat via het vouwen tot ruimtelijke objecten heeft geleid. Er kan aan

deze vouwtechnieken op allerlei niveau wiskunde bedreven worden; dat zal in deze workshop aangestipt worden.

De technieken lenen zich tot eenvoudige opdrachten in het wiskundeonderwijs.

Ik zal het vouwen van de zogenaamde V-vouw voordoen en we zullen met zijn allen een paar eenvoudige vouwsels maken van gewoon printpapier. Deze V-vouw leidt al heel snel tot spectaculaire resultaten.



Blok 3 zaterdag 09:15 –10:00 uur



Math & Robots: optimal path planning

Duarte Antunes | Technische Universiteit Eindhoven

Mathematics is behind many achievements in robotics. Think of a robot moving towards a white board to write a message. To localize itself the robot can obtain and process images from a camera system determining features such as straight lines in the environment and use simple geometry to compute its position and orientation. If at certain times the robot cannot detect these features (possibly obstructed) it can rely on a Bayesian filter, derived from the basic Bayes' rule in probability theory, to understand most likely hypothesis and still navigate in the environment. To compute the shortest path to the white board and plan the movement which will allow it to write the message it may use a shortest path algorithm, invented by mathematicians such as Bellman and Dijkstra. The latter, a Dutchman, invented the algorithm that goes by his name in 20 minutes while sitting in a café in Amsterdam. This talk will focus on optimal path planning addressing Bellman's dynamic programming algorithm, Dijkstra's algorithm, and other algorithm such as the A*. As an application of these mathematical tools some experimental results of a robot arm moving in an environment with humans will be discussed.

26



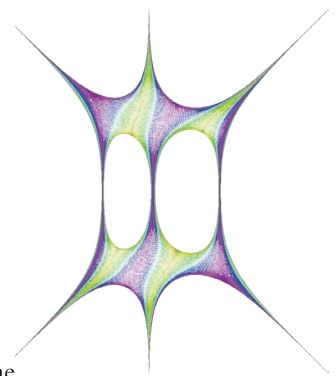
Tropische meetkunde en amoeben

Raf Bocklandt | Universiteit van Amsterdam

Als je de grafiek van de vergelijking $y = x^2$ tekent krijg je een parabool en de grafiek van $xy = 1$ geeft je een hyperbool, maar wat kan je zeggen over de grafiek van een algemene vergelijking zoals $2x^3y - 3x^2y^2 + 84x^2y + 12xy^2 - x^2 + 264xy + 4x + 32y = 0$. Om hierop een antwoord te geven is het beter om de gewone grafiek te bekijken op log-log papier.

De log-log versie van de grafiek wordt ook wel de amoebe genoemd en om de vorm van amoebes te bestuderen kunnen we gebruik maken van een nieuw soort meetkunde: de tropische meetkunde.

Net zoals de gewone Euclidische meetkunde lijnen en krommen in het Euclidisch vlak bestudeert, onderzoekt men in de tropische meetkunde tropische lijnen en tropische krommen in het tropisch vlak. Deze zien er heel anders uit, maar gedragen zich toch gelijkaardig. In deze lezing geven we een korte introductie in de tropische meetkunde en vertellen we hoe die kan gebruikt worden om vragen over de gewone meetkunde te beantwoorden.



? Hoe laat je leerlingen als ‘jonge wiskundigen’ in de klas aan het werk gaan?

Maarten Dolk | Universiteit Utrecht Freudenthal Instituut

We zouden leerlingen moeten stimuleren om wiskundige problemen op te lossen en – volgens mij nog belangrijker – om wiskundige theorie te ontwikkelen en te rechtvaardigen. Als dat lukt, dan wordt wiskunde meer dan het vinden van het juiste antwoord of het herhalen van een argument van leraar. Maar hoe krijg je dat in de klas voor elkaar?

De problemen die we leerlingen voorleggen en de vragen die wij stellen, bepalen in hoge mate het beeld dat leerlingen van wiskunde ontwikkelen. Kort door de bocht kan je zeggen dat als we voortdurend naar het antwoord vragen, leerlingen denken dat wiskunde vooral een rekenactiviteit is en het werk stopt als het antwoord van de leraar gevonden is. Vragen we leerlingen hun aanpak te verdedigen en stimuleren we de leerlingen om de gebruikte aanpak te veralgemeniseren dan ontstaat er een ander, rijker, beeld.

Aan de hand van voorbeelden en videos uit het basisonderwijs en de onderbouw zullen we bespreken hoe we leerlingen van alle leeftijden als ‘jonge wiskundigen’ kunnen aanspreken. Denk hierbij aan kleuters die zich afvragen of ons plaatswaardensysteem altijd geldt, aan leerlingen die de betekenis van een decimaal getal en de relatie tussen een duizendste en een honderdste proberen te doorgronden, of aan leerlingen die proberen lineaire en kwadratische groeiprocessen te doorgronden. Vervolgens bekijken we hoe wij leerlingen kunnen laten ervaren wat de kern van de wiskunde is.

27

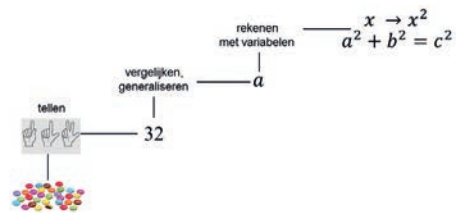


Wiskundige denkactiviteit in drie dimensies

Paul Drijvers | Universiteit Utrecht | Freudenthal Instituut

Wiskundig denken staat sterk in de belangstelling in het Nederlandse onderwijs, onder andere door de nadruk die het heeft gekregen in de nieuwe examenprogramma's wiskunde voor havo en vwo. Maar wat houdt het nu precies in? Wat betekent het voor een wiskundige? En voor een vakdidacticus of een cognitief psycholoog?

In deze lezing bekijken we wiskundig denken vanuit drie verschillende invalshoeken. Ten eerste vatten we kort samen waarom dit idee een belangrijke plaats in de examenprogramma's heeft gekregen en hoe het in schoolboeken en in eindexamens zichtbaar is geworden. Vervolgens gaan we na hoe wiskundigen zelf uitleggen wat ze denken en doen als ze met wiskundig onderzoek bezig zijn. Ten derde bespreken we enkele gangbare theorieën over wiskundig denken uit de wereld van vakdidactiek en cognitiewetenschap. De grote vraag hierbij is dan natuurlijk wat deze drie invalshoeken met elkaar gemeen hebben en op welke punten ze juist verschillen.





Programmeren in het VMBO.

Viktor van Harten | Fontys Hogeschool

Programmeren, wiskunde en het VMBO. Klinkt lastig maar gaan goed samen. Tijdens deze workshop gaat u aan de slag met de ozobot. Deze kleine robot, die eenvoudig te programmeren is, zorgt ervoor dat u een nieuwe dimensie aan uw wiskunde lessen kan geven.

Een ozobot kan geprogrammeerd worden met behulp van kleuren of via een computer. Het mooie van de ozobot is dat welke programmeer manier er ook gekozen wordt er geen draden en/of lastige software pakketten nodig zijn. Hij werkt op elke computer zonder dat u software hoeft te installeren. Hoe wiskunde hierbij komt kijken, dat ontdekt u tijdens deze workshop.



123 Hoe ver kun je komen met een tube tandpasta?

Marjolein Kool & Michiel Doorman | Hogeschool Utrecht & Universiteit Utrecht

Wie wil functioneren in de hedendaagse samenleving moet alledaagse meet- en schatproblemen het hoofd kunnen bieden: Kun je met deze tankinhoud nog thuis komen? Met 5 liter verf je keuken witten?



Over 10 minuten de trein halen? Deze koffer gratis inchecken? Die kast door het trapgat krijgen? Enzovoort. En dan zijn er ook nog allerlei onalledaagse vragen als: In hoeveel dagen kan Max Verstappen de evenaar rond rijden? Ga je in het wilde weg gokken of zet je maatkennis en schatstrategieën in? Kennis van het metrieke stelsel is een goed begin, maar als je weet dat 1 kilometer 1000 meter is, ben je er nog niet. Gevoel voor kilometers krijg je pas als je de avondvierdaagse loopt.

In deze workshop gaan we elkaar de maat nemen. We bekijken met een quiz welke referentiematen we zelf paraat hebben en hoe we die gebruiken bij schatvragen.

Daarnaast bespreken we hoe we onze leerlingen kunnen ontwikkelen tot zelfverzekerde schatters. De trapjes van het metrieke stelsel kunnen betekenis krijgen door het opdoen van echte meetervaringen en daar bewust bij stil te staan. Laat leerlingen ook hun eigen open schatvragen stellen. Zo vroeg eens een leerling of de inhoud van een tube tandpasta groot genoeg is om een streep te maken over de breedte van het klaslokaal. Dat werd een schatrijke les.



Wetenschappelijk denken van jonge kinderen: daar kun je wat van leren.

Jan de Lange | Universiteit Utrecht

Drie bekende sprekers van de NWD (Robbert Dijkgraaf, Johan van Benthem, Jan de Lange) bedachten 12 jaar geleden dat jonge kinderen (3-6) wellicht de beste onderzoekers zijn (RD), fantastisch kunnen redeneren (JvB) en sprankelend en creatief denken (JdL). Reden genoeg om een project te starten onder de prozaïsche titel TalentenKracht (2005). Met recht kan nu gesteld worden dat deze vermoedens meer dan bevestigd zijn. Vandaag kun je daar voorbeelden van zien. Verbaas je niet alleen over de jonge kinderen, maar sprankel zelf straks in je klas.



Hoeveel vis in de zee? Een combinatie van visafslagen, onderzoekschepen en populatiemodellen

Jan Jaap Poos | Universiteit Wageningen

Het beheer van zeevisbestanden in de EU werkt via een systeem van quota. Deze quota worden elk jaar vastgesteld, waarbij er advies gevraagd wordt aan de “International Council for the Exploration of the Sea” in Kopenhagen. De adviezen over de quota zijn gebaseerd op schattingen van de omvang van de visbestanden. Deze schattingen worden gemaakt door biologen die daarbij als een soort ecologische detectives te werk gaan: vanuit een veelheid van gegevens moet een compleet beeld ontstaan over de visbestanden. Daarbij zijn wiskundige modellen van cruciaal belang.

In deze lezing gaan we in op de gegevens en de modellen die er worden gebruikt om tot schattingen te komen over de visbestanden: Hoeveel vis wordt er jaarlijks gevangen? Wat zijn de leeftijden van de gevangen vissen? En hun gewichten? Hoe worden de vangsten van de Nederlandse onderzoeksvaartuigen gebruikt?



Al deze gegevens hebben tot doel om een beeld te krijgen van de leeftijdsstructuur van de vispopulaties. Deze leeftijdsstructuur helpt om populaties op te delen in cohorten van eenzelfde geboortjaar. Bij een gesloten populatie kan de hoeveelheid vissen in een cohort alleen afnemen. De snelheid van afname is afhankelijk van sterfte, die veroorzaakt kan worden door natuurlijke oorzaken of door visserijvangsten.

Als de structuur van ons model eenmaal duidelijk en de gegevens verzameld gaan we op zoek naar de parameterwaarden die de gegevens het best verklaren met behulp van de meest aannemelijke schatter. In deze lezing gaan we tenslotte nog in op de ontwikkelingen om snel en accuraat de meest aannemelijke schatter te vinden voor onze populatiemodellen. Met deze kennis over de populatiemodellen van visbestanden

kunnen we aan het eind de lezing ingaan op de maximale duurzame oogst die er als beheerdoel geldt en of dit doel momenteel gehaald wordt.

Fun with the sun. (Zonnewijzers)

Peter Ransom

Presented by John Blagrove (aka Peter Ransom), gentleman of Reading in his 1610 costume. This workshop deals with his life and times and how sundials can be used in the modern day classroom to inspire a love of mathematics in both children and adults. Participants will make some sundials from recyclable materials and be immersed in some problem-solving activities that involve measurement, geometry (both 2-D and 3-D), arithmetic as well as some design technology! If possible, participants should bring a pencil, ruler, angle measurer and an empty clear plastic bottle. All participants will receive a host of useful materials on a CD-ROM that can be used in the classroom.



Berekening en toepassing van forensische bewijswaarde: frequentistisch of Bayesiaans?

Klaas Slooten | Vrije Universiteit

30

In de forensische context wordt door een forensisch laboratorium berekend hoe belastend een bepaalde bevinding is door te vergelijken hoeveel beter die verklaard kan worden door het door de aanklager beschreven schuldscenario, dan door een (generiek of door de verdediging beschreven) ander scenario. Dit levert een zogenaamde likelihood ratio op, die uitdrukt hoe sterk het bewijs wijst op het ene in vergelijking met het andere scenario. Wanneer men vervolgens wil weten hoe groot de kans is op het schuldscenario, moet men deze likelihood ratio combineren met de overige informatie in de zaak door middel van toepassing van de regel van Bayes. Hiervoor zijn, op enig moment, kansen nodig die de kans op schuld geven in afwezigheid van elk bewijs. Hoe deze te kiezen is tot op zekere hoogte arbitrair en daarnaast lijkt een kans te geven aan het schuldscenario zonder bewijs niet onmiddellijk eenvoudig te combineren met de presumptie van onschuld.

Anderzijds kan men ook bekijken hoe onwaarschijnlijk het is, om tegen een onschuldige verdachte dusdanig sterk of sterker bewijs te vinden als dat wat er is aangetroffen. Voorstanders hiervan voeren aan dat op die manier de onschuldhypothese als klassieke nulhypothese kan worden genomen, die je verworpt als er voldoende sterk bewijs tegen is verkregen.

In mijn lezing zal ik beide gezichtspunten uitdiepen, illustreren met voorbeelden uit forensisch DNA-onderzoek, en beredeneren waarom de tweede benadering nog problematischer is dan de eerste.



Peer Instruction: Leren van je klasgenoten

Haydeé Ceballos en Jeroen Spandaw | TU Delft

Deze workshop is een spoedcursus peer instruction (uitleg door gelijken) van brugklas tot examenklas. Hier is een voorbeeld van peer instruction. Vraag aan je klas of alle Nederlanders op het eiland Texel passen (zonder te stapelen). Geef even bedenktijd. Overleg is verboden in deze fase. Laat je leerlingen stemmen. Dat kan door handen of kaartjes op te steken of met ICT zoals DESMOS. Waarschijnlijk krijg je ongeveer 50% 'ja' en 50% 'nee'. Vervolgens laat je leerlingen met elkaar discussiëren: overtuig elkaar of laat je overtuigen! Laat opnieuw stemmen. Hoe zou het resultaat van die tweede stemming zijn?

Over dit soort peer instruction gaat deze workshop. Wees gerust: niet alle vragen zijn frivol. De vragen kunnen ook over de leerstof gaan. Na een korte inleiding over de theorie achter peer instruction en na enkele voorbeelden uit onze eigen praktijk gaat u zelf aan de slag met uw collega's om peer-instruction-lessen voor te bereiden. Uiteraard gaat u deze werkvorm ook zelf aan den lijve ondervinden! Het is handig als deelnemers een laptop of tablet meenemen.

Blok 4 zaterdag 10:30 –11:15 uur - semi-plenaire lezingen

Boetseren met oppervlakken

Frits Beukers | Universiteit Utrecht

Deze voordracht zou bij NWD2017 gegeven worden, maar ging door ziekte van de spreker niet door.

Dat cirkels en parabolen gegeven kunnen worden door bijvoorbeeld de vergelijkingen $x^2 + y^2 = 1$ en $y = x^2$ mag welbekend worden genoemd. Dit zijn voorbeelden van krommen in het vlak die je met vergelijkingen kunt geven. Gaan we een dimensie hoger dan krijgen we te maken met oppervlakken. Bijvoorbeeld $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ geeft een bol weer. Maar hoe ziet het oppervlak bij

$$(x^2 + y^2 - 6)(x^2 + z^2 - 6)(y^2 + z^2 - 6) = 1$$

er uit? Er is niemand die dit van te voren kan zeggen. Daarvoor gebruiken we het gratis programma Surfer dat de kern vormt van een groot aantal posters van Imaginary. Het resultaat staat hierbij afgebeeld. Door gebruik te maken van een paar eenvoudige basisprincipes is het mogelijk om vergelijkingen in elkaar te knutselen die oppervlakken van bijna elke gewenste vorm opleveren. Die basisprincipes zijn voor een wiskunde B leerling goed te begrijpen en zo is Surfer een mooi middel om wiskunde B-stof tot leven te wekken. Tijdens de voordracht zullen we een aantal van deze principes demonsteren. Voor degenen die zelf al wat willen proberen, Surfer is te downloaden van imaginary.org/program/surfer.

32

Het doorprikken van DNA-mythes met Bayesiaanse netwerken

M Sjerps (Co-auteurs J de Koeijer, J de Zoete en B Kokshoorn) | Universiteit van Amsterdam

In strafzaken waarin forensisch bewijs een rol speelt is vaak de vraag wat de combinatie aan forensisch bewijs waard is. Deze vraag is makkelijk gesteld maar de beantwoording is niet zo eenvoudig. De presentatie laat aan de hand van een concreet voorbeeld zien hoe een bepaald type grafische kansmodellen, zogenaamde Bayesiaanse netwerken, kunnen helpen bij de waarschijnlijkheidsrekening. Het voorbeeld betreft een serie overvallen waarin meerdere DNA-sporen werden gevonden en waarvoor een reeks Bayesiaanse netwerken zijn gemaakt.

Deze netwerken bleken een goed hulpmiddel om bepaalde mythes die ontstaan zijn in het juridische domein door te prikken. In de strafzaak is ervoor gekozen om niet de netwerken zelf of een cijfermatige kansrekening te rapporteren maar alleen te laten zien welke vragen relevant zijn, welke mythes en valkuilen er zijn, en hoe de DNA-sporen in de verschillende zaken elkaar versterken.





Op weg naar een meer omvattend model van “early mathematics”

Lieven Verschaffel | KU Leuven, België

In deze lezing geven we een kritisch overzicht van de stand-van-zaken met betrekking tot het onderzoek en de praktijk van “early mathematics”.

Eerst bespreken we hoe een erg invloedrijke en succesvolle lijn van neuropsychologisch onderzoek het belang van het zogenaamde “approximate number system” (ANS) naar voren geschoven heeft als dé bepalende factor voor later wiskundeleren en dus bij voorkeur stimulering verdient. Daarna bekijken we hoe in het internationaal onderzoek rond “early mathematics” allerlei andere elementen en aspecten van de vroege wiskundige ontwikkeling dit eenzijdige beeld van de vroege ontwikkeling van wiskundige competentie hebben verrijkt en tot veel ruimere en meer evenwichtige interventieprogramma’s hebben geleid. Eerst staan we stil bij het ouder en recent onderzoek dat het belang aantoont van het ordinale aspect en het meet-aspect van getallen in voorbereidend en aanvankelijk wiskundeonderwijs. Daarna komt het onderzoek rond de vroege ontwikkeling van de vaardigheid in de omgang met “mathematical patterns and structures” aan bod. Ook de recente onderzoekslijn naar de ontwikkeling en het voorspellend belang van “spontaneous focus on numbers” (SFON) en “spontaneous focusing on relations” (SFOR), krijgt de nodige aandacht. In een laatste deel van de lezing wordt stilgestaan bij het onderzoek naar de rol van contextuele variabelen, zoals de kwaliteit van de “wiskundige thuisomgeving”, de wijze waarop de overgang van informeel naar formeel wiskundeonderwijs georganiseerd is, en de professionele competenties van wie betrokken is bij de opvoeding en onderwijs van jonge kinderen.

33



Wiskunde om criminaliteit te voorspellen

Dick Willems | Politie Amsterdam

De Nederlandse Politie is op basis van data science in staat te anticiperen op misdaad. Dit doen wij met het Criminaliteit Anticipatie Systeem (CAS). Hierdoor zijn we beter in staat met behulp van preventieve acties het criminele “werkproces” te verstoren. In deze lezing zal de werking van CAS worden besproken, en het daarop aanhakende proces om de door CAS geleverde informatie om te zetten in politie-actie.



Ik zie, ik zie wat jij niet ziet - de wiskunde achter de röntgenogen van superman.

Tristan van Leeuwen | Universiteit Utrecht

Wat zit er verstopt in een mummie? Hoe ziet de aarde er van binnen uit? Superman kan met zijn röntgenogen dwars door dingen heen kijken, en zo tweedimensionale plaatjes van het binnenste van een object maken. Om een driedimensionale reconstructie van het binnenste te maken, is één blik van superman natuurlijk niet genoeg; hij zal van meerdere kanten moeten kijken. Van hoeveel kanten precies? En hoe maken we vervolgens een driedimensionale reconstructie uit tweedimensionale plaatjes? Om deze vraag te beantwoorden beginnen we met een wiskundig equivalent probleem; het oplossen van een japanse puzzel (een nonogram). We zien in dat we dit kunnen schrijven als een stelsel vergelijkingen en bouwen hierop voort om een reconstructiemethode te bedenken. Tijdens de lezing gaan we ook zelf aan de slag met Japanse puzzels.



Freudenthal Instituut

**Samen werken aan innovatief
en inspirerend bètaonderwijs**



- De digitale wiskundeomgeving met materiaal voor rekenen en wiskunde op alle niveaus
- Het Teaching & Learning Lab om samen met docenten vernieuwend onderwijs te ontwikkelen
- Conferenties voor leraren en lerarenopleiders: WND, Woudschoten Chemie, NWD en ECENT/Elwier



Universiteit Utrecht

Freudenthal Instituut

Postbus 85170, 3508 AD Utrecht
030 - 253 11 79
info@fi.uu.nl
www.freudenthalinstituut.nl

Buiten het programma

De nwd is in belangrijke mate bedoeld als ontmoetingsplaats. De diverse pauzes bieden u de gelegenheid van gedachten te wisselen met collega's en sprekers. Maar er is meer te doen! Het avondprogramma vindt plaats rondom Boston 9. Op enkele plekken in de gangen en in de lounge staat een bar opgesteld.

Vrijdag

17:15 tot 18:30 uur: workshops van diverse organisaties op de informatiemarkt.

Dit is een vrij programma. Kijk op de dag zelf naar de activiteiten of loop gewoon eens langs!

21:15 – 21.45 uur: wiskundequiz

22.00 – 23.00 uur: MathsJam

21:15 – 00:30 uur: spelletjesmarkt

21:15 – 00:30 uur: muziek

21:30 – 23:30 uur: filmvertoning

Wiskundequiz

Doe mee met de wiskundequiz! Met de hele zaal spelen we een spannende voorronde: een afvalrace met tweekeuzevragen (petje op, petje af, maar dan met stembordjes).

De opgaven van de quiz vereisen weinig wiskundige voorkennis, maar doen wel een beroep op uw creativiteit!

Zorg dat u er ruim op tijd bent, want het aantal plaatsen is beperkt. De quiz wordt georganiseerd door Birgit van Dalen en Quintijn Puite van de Nederlandse Wiskunde Olympiade en wordt gepresenteerd door Marjolein Kool.

NWD2018 – MathsJam

Wat in 2008 begon in Londen als een informele bijeenkomst van leraren wiskunde, liefhebbers van het betere raadsel, academici en mensen uit de industrie (onder impuls van de Australische comedian Matt Parker. Heeft u zijn boek *Things to make and do in the fourth dimension* nog niet gelezen? Een aanrader) is intussen uitgegroeid tot een mondiaal begrip. Er zijn nu MathsJams o.a. in Auckland, Berlijn, Cambridge, Lagos, en Sydney, en dichterbij ook in Gent en Antwerpen, maar vreemd genoeg nergens in Nederland. Onder leiding van Paul Levrie en Rudi Penne is er dit jaar de allereerste MathsJam in Nederland!



De bedoeling van een MathsJam is om mensen met een verschillende achtergrond bij elkaar te brengen, liefst op café, om daar samen na te denken over raadsels, en om puzzels uit te wisselen en op te lossen. Onze ervaring leert dat het ook een ideale omgeving is om de medemens te vermaken met de wonderen van de wiskunde, die we aanbieden in de vorm van enkele nanolezingen.

MathsJams worden overal ter wereld elke maand gehouden op dezelfde dag van de maand: de voorlaatste dinsdag. Check zeker eens de website <http://www.mathsjam.com>

Heb je zelf een leuke puzzel of ken je fascinerende raadsels, breng die dan zeker mee naar de MathsJam! We geven er alvast eentje prijs:

Ik zat gisteren op een bus achter twee magiërs.

De volgende conversatie ontspoon zich tussen hen:

A: Ik heb een aantal kinderen waarvan de leeftijden positieve gehele getallen zijn, en de som ervan is het nummer van de bus waar we op zitten. Hun product is mijn eigen leeftijd.

B: Dat is interessant! Als je me je leeftijd geeft en het aantal kinderen, kan ik dan hun leeftijden berekenen?

A: Neen, dat kan je niet.

B: Aha, hiermee weet ik tenminste toch al hoe oud jij bent!
Wat was het nummer van de bus?

Spelletjes

De spelletjes staan vanaf 21.15 uur in de Atriumlounge.

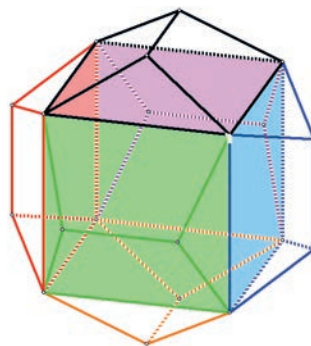
Muziek

's Avonds treedt voor u op: Three/Third XL! Deze enthousiaste jonge coverband met swingende ritmesectie en een prachtig driestemmige frontlinie van drie zussen, heeft een breed repertoire met verschillende muziekstijlen, klassieke hits van toen en de grootste hits van dit moment, verrassende medleys en hits in verschillende internationale talen!

37

WisKnutselboek

in Harvard



Ben je geïnspireerd door de knipsels van Katie Steckles en de vouwsels van Henk van der Voorst?

Wil je ook wat wiskundig knutselen of gewoon lekker ontspannen bezig gaan met wol, karton, papier, hout, schaar, lijm?

Kom dan langs in de WisKnutselhoek! Wij laten onze eigen knutsels zien en hebben materiaal klaar liggen waarmee je zelf aan de slag kunt met kartonnen bouwsels van platonische lichamen, gehaakte meetkundige objecten, origami en puzzels.

NB: Het is handig als je potlood, geodriehoek, passer bij je hebt. Bedenk dat een knutsel vaak niet in 5 minuten af is, dus neem er even de tijd voor. Alleen kijken mag, maar zelf iets maken is leuker!

Funrun

Een vast onderdeel van de Nationale Wiskunde Dagen is de funrun op zaterdagochtend. We lopen weer het bekende rondje van precies 6 km. Deelname is gratis en als beloning krijgt u na afloop een t-shirt. Voor de snelste dame – in 2017: Renske Smetsers – en de snelste heer – in 2017: Pieter Wisse – is er een echte (wissel)beker.

Vanaf 6:30 uur staan koffie, thee en bananen klaar in de lobby. De start van de funrun is stipt om 7 uur 's ochtends, voor de ingang van NH Leeuwenhorst.

Wandelen mag trouwens ook, maar dan adviseren we u het halve rondje van 3 km te doen en wat eerder te vertrekken. U kunt de funrun ook skeeleren. Er is geen tijdslimiet, maar u wordt vriendelijk verzocht vóór de lunch terug te zijn.

Informatiemarkt

Op de informatiemarkt in de verschillende zalen en in de gangen kunt u stands vinden van organisaties, instellingen en instituten die zich op een of andere wijze met wiskunde bezighouden. Er zijn stands van:

3TU.AMI	www.3tu.nl/ami
Basisacademie	www.basisacademie.nl
bettermarks	www.bettermarks.nl
Boekhandel H. de Vries	www.devriesboeken.nl
Busy Brains	www.denkspellen.nl
Casio Benelux bv	www.casio-educatie.nl
Eduhint B.V.	www.smartrekenen.nl/www.smartwiskunde.nl
Epsilon Uitgaven	www.epsilon-uitgaven.nl
Freudenthal Instituut	www.fisme.uu.nl
HP/De Rekenwinkel	www.hp-prime.nl
itsacademy	www.itsacademy.nl
Muiswerk	www.muiswerk.nl
Museum Boerhaave	www.museumboerhaave.nl
Nederlandse Wiskunde Olympiade	www.wiskundeolympiade.nl
Noordhoff Uitgevers, Getal en Ruimte	www.getalenruimte.noordhoff.nl
Noordhoff Uitgevers, Moderne Wiskunde	www.modernewiskunde.noordhoff.nl
Numworx	www.numworx.nl
NVvW	www.nvww.nl
Pythagoras	www.pyth.eu
RESOLF	www.resolf.nl
SLO	www.slo.nl
Stichting de Wageningse Methode	www.wageningse-methode.nl
Stichting Math4all	www.math4all.nl
Stichting Wiskunde Kangoeroe	www.w4kangoeroe.nl
Studyflow Rekenen	www.studyflow.nl
Texas Instruments	www.education.ti.com/nederland
Tipping Point Ahead	http://tippingpointahead.nl/
Uitgeverij Malmberg	www.malmberg.nl
Vierkant voor Wiskunde	www.vierkantvoorwiskunde.nl
Werldwiskunde Fonds	www.werldwiskundefonds.nl/
Wim Zwaan	

De openingstijden van de informatiemarkt zijn:

vrijdag	10:00 - 11:00 uur	zaterdag 08:30 - 11:45 uur
	12:00 - 18:30 uur	

Nationale Wiskunde Dagen 2019

De vijftiende NWD wordt georganiseerd op 31 januari en 1 februari 2019.
Uw opmerkingen op het evaluatieformulier van dit jaar zijn daarbij zeer nuttig.

Programmacommissie		Uitvoerend comité	
Gunther Cornelissen	Marjolein Kool	Mieke Abels	Ank van der Heiden
Jeanine Daems	Sjoerd Rienstra	Peter Boon	Bas Holleman
Michiel Doorman	Michel Roelens	Sylvia van Borkulo	Fridolin van der Lecq
Paul Drijvers	Dirk Siersma	Rogier Bos	Florine Meijer
Swier Garst	Jeroen Spandaw	Tom Goris	Rudi Kuipers
Tom Goris	Hans Sterk	Dédé de Haan	Wim van Velthoven
Job van de Groep	Lidy Wesker		
Hans van Lint			

Nationale Wiskunde Dagen

Freudenthal Instituut

Postbus 85170, 3508 AD Utrecht

tel. 030-253 9818

e-mail: nwd@uu.nl

website: www.uu.nl/onderwijs/nationale-wiskunde-dagen

twitter: [@nwdconf](https://twitter.com/nwdconf)

De Nationale Wiskunde Dagen worden georganiseerd door het Freudenthal Instituut van de Universiteit Utrecht.

Deze gids is ook beschikbaar in pdf op onze site.

De vierentwintigste NWD wordt gesteund door bijdragen van NH Leeuwenhorst, de wiskunde brief en Casio.

Overzicht sprekers

Vrijdag 2 februari

Blok 1

14:00-14:45 uur

Saskia v Boven en Gerrit Roorda	Combinatoriek
Hilde Eggermont	Licht en schaduw
Jeroen Goudsmit	Wiskunde en criminaliteit
Erjen Lefeber	Combinatoriek
Rob Mudde	De wereld in getallen
Mara Otten	Wiskundig denken van jong tot oud(er)
Rudi Penne en Paul Levrie	Licht en schaduw
Michel Roelens	Varia
Ger Scheepstra	Wiskunde van de zee
Leroy Soesman	Geschiedenis van de wiskunde
Ida Stamhuis	Wat is wiskunde
Bart Van Kerkhove	Wat is wiskunde

Blok 2

15:30-17:00 uur

Marijke Allis	Combinatoriek
Barbara vd Berg	Wiskunde en criminaliteit
Desiree vd Bogaart en Jeanine Daems	Geschiedenis van de wiskunde
Bert Boon	Meetkunde
Rogier Bos	de derde dimensie
Marianne Dijke- Droogers	Docentenworkshop
Wilma van Donk en Frank Megen	Docentenworkshop
Jos Hoevenaars en Mélanie van der Weiden	Docentenworkshop
Luuk Hoevenaars	Geschiedenis van de wiskunde
Nico Laan	Wiskunde van de zee
Johan vd Leur	Combinatoriek
Johan Molenbroek	De wereld in getallen
Bas Overvelde	De derde dimensie
Geke Scheepstra en Jeanne Breeman	Wiskunde van de zee
Jeroen Spandaw	Meetkunde
Marco Swaen	Combinatoriek
Roland vd Veen	Meetkunde
Henk vd Vorst	Vouwen

Zaterdag 3 februari

Blok 3

9:15-10:00 uur

Duarte Antunes	Wiskunde en robots
Raf Bocklandt	Meetkunde
Maarten Dolk	Wat is wiskunde
Paul Drijvers	Wiskundig denken van jong tot oud(er)
Viktor van Harten	Wiskunde en robots
Marjolein Kool en Michiel Doorman	De wereld in getallen
Jan de Lange	Wiskundig denken van jong tot oud(er)
Jan Jaap Poos	Wiskunde van de zee
Peter Ransom	Licht en schaduw
Klaas Slooten	Wiskunde en criminaliteit
Haydée Ceballos en Jeroen Spandaw	docentenworkshop

Blok 4

10:30-11:15 uur

Frits Beukers	Imaginary
Marjan Sjerps	Forensische wiskunde
Lieven Verschaffel	Wiskundig denken van jong tot oud(er)
Dick Willems	Is misdaad voorspelbaar?
Tristan van Leeuwen	de derde dimensie

