

Nationale Wiskunde Dagen

NOORDWIJKERHOUT, 2 en 3 februari 1996

Voorwoord en welkom

Organisatie Nationale Wiskunde Dagen

De Nationale Wiskunde Dagen 1995 zijn een initiatief van het Freudenthal instituut. Het organiseert deze dagen onder auspiciën van de Nederlandse Onderwijs Commissie voor Wiskunde van het Wiskundig Genootschap en in samenwerking met het Interfacultair Instituut voor Lerarenopleiding, Onderwijsontwikkeling en Studievaardigheden (IVLOS) van de Universiteit Utrecht.

Programmacommissie

Mw.B.A.M.van den Anker
H.P. Barendregt
F. van der Blij
Mw.R.Bosman
H.G.B. Broekman
S.J. Doorman
H.J.A. Duparc
A.Heemink
W.J.Kat
P.M.G.M.Kop
J. de Lange
J. van Lint
J.A. van Maanen
Mw. A.B. Paalman-de Miranda
W.Schaafsma
D. Siersma
R. Tijdeman
P.van Wijk

Uitvoerend comité

M. Doorman
Mw.E. Feijs
Mw.D. de Haan
Mw.E.J.Hanepen
A. van der Heiden
K. Hoogland
V. Jonker
J. de Lange
Mw.S.Pieters
Mw,W.M.G.Querelle
M. van Reeuwijk
Mw.H.B.Verhage

Inhoud

Voorwoord en welkom	3
Organisatorische mededelingen	4
Plenaire lezingen	
Ir. Hans Oltmans	6
Maria G. Bartolini Bussi	7
Dr. Cyril Isenberg	9
Claudi Alsina	10
hema's	
wiskunde en sport	11
wiskunde en statistiek	15
wiskunde en techniek	19
wiskunde in de geschiedenis	23
wiskunde van het vrije veld	28
wiskunde om de wiskunde	31
Niet thema-gebonden presentaties	35
Overige activiteiten	
expositie	39
multimedia en internet quiz	39
informatiemarkt	40
puzzeldokter	41
twee plezierdichters	42
muziek	43
fun run	44
Nationale Wiskunde Dagen 1997	44

Dank aan: Educatieve Partners Nederland
JCN
Philips
Print/SVI
Texas Instruments
Wolters-Noordhoff

Voorwoord en welkom

Welkom op de tweede Nationale Wiskunde Dagen! Was de eerste keer nog een riskant experiment, deze keer lijkt het voor de organisatoren al een traditie(tje).

Onder auspiciën van de Nederlandse Onderwijscommissie voor Wiskunde (NOCW) en, sinds dit jaar, ook de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, worden deze dagen georganiseerd door het Freudenthal instituut in samenwerking met het Interfacultair Instituut voor Lerarenopleiding, Onderwijsontwikkeling en Studievaardigheden (IVLOS) van de Universiteit van Utrecht.

De reacties op de eerste Nationale Wiskunde Dagen waren buitengewoon positief, zodat er niet veel aan de filosofie van de Nationale Wiskunde Dagen is veranderd. Het doel is ongewijzigd: leraren maken kennis met inspirerende, creatieve en onverwachte kanten van het vak wiskunde, leraren praten 'ongedwongen' met universitaire en andere onderzoekswiskundigen en leraren ontmoeten elkaar. De vorm is enigszins veranderd, maar deze wijzigingen zijn veelal in de detailsfeer. Evenals vorig jaar zijn de niet-plenaire lezingen gegroepeerd rond een aantal thema's.

Drs. Wim Kleijne, hoofdinspecteur van onderwijs, zou verleden jaar de conferentie openen. Door verblijf in het buitenland ging dat niet door. De organisatie geeft hem dit jaar gaarne een herkansing.

Eén van de weinige klachten van het afgelopen jaar was dat er zoveel pracht-ideeën werden gelanceerd, maar dat er geen mogelijkheid was deze om te zetten in concrete materialen voor gebruik in de klas. Daar willen we graag wat aan doen. Na deze Nationale Wiskunde Dagen willen we een follow-up bijeenkomst (of meerdere) organiseren waar, onder leiding van ervaren ontwerpers (van onder andere het Freudenthal instituut), materialen ontworpen zullen worden die gebaseerd zijn op een lezing of activiteit van de Nationale Wiskunde Dagen. Deze 'ontwerp-cursus' zal een tweeledig effect hebben: het produceren van goed bruikbaar materiaal voor in de klas en het ontwikkelen van eigen ontwerpdeskundigheid. Voorwaar weer een ambitieuze gedachte. Om de interesse te peilen ontvangt u een enquêteformulier dat u na invulling in Noordwijkerhout kunt achterlaten.

We rekenen erop dat u zaterdagmiddag voldaan en vermoeid huiswaarts zult keren. En dat u 31 januari en 1 februari 1997 al in uw agenda gezet zult hebben.

Jan de Lange
voorzitter programmacommissie

Organisatorische mededelingen

De Nationale Wiskunde Dagen worden gehouden in het *Leeuwenhorst Congres Centrum* in Noordwijkerhout. Alle activiteiten vinden plaats onder één dak; de hotelkamers bevinden zich in hetzelfde gebouw. In bijgevoegde folder wordt beschreven hoe u het Leeuwenhorst Congres Centrum kunt bereiken. Op de deelnemerslijst kunt u zien of er collega's bij u in de buurt wonen, zodat u eventueel samen kunt reizen. De inschrijving vindt plaats op vrijdagochtend vanaf 9.00 uur bij de congresbalie tegenover de hoofdingang. U kunt dan ook uw antwoord op de puzzels (zie p. 41) inleveren.

Secretariaat

Het secretariaat van de Nationale Wiskunde Dagen bevindt zich in kamer F10. Het secretariaat is gedurende de Nationale Wiskunde Dagen continu open; u kunt er met al uw vragen en opmerkingen terecht.

Lezingen

Alle plenaire lezingen worden gehouden in het Auditorium. De parallelsessies vinden plaats in de zalen F16, F18, F20, F22, B31, B4 en het Auditorium.

Voor de parallelsessies wordt u verzocht zich in te schrijven op vrijdagmorgen vóór de lunch. Intekenlijsten hangen in de fuimte voor het Auditorium.

De zaalindeling wordt direct na de lunch bekend gemaakt.

U kunt van tevoren alvast een keuze maken aan de hand van deze conferentiegid.

Overige activiteiten

In zaal H4 is een informatiemarkt met stands van instanties die zich op een of andere wijze met wiskunde of wiskundeonderwijs bezig houden. Zaal B4 is ingericht als computerlokaal. In de gang van de H-vleugel zit de puzzeldokter en is een tentoonstelling ingericht. 's Avonds is er een optreden van twee plezierdichters en muziek in de Rotonde.

Een drankje kan genuttigd worden in het ef-café. Daarvoor kunt u drankbonnen aanschaffen bij de balie van het Congrescentrum.

Tenslotte verzoeken we u zaterdag vóór 10.00 uur uw kamer leeg achter te laten, telefoonkosten af te rekenen bij de receptie van de Leeuwenhorst en de sleutel in te leveren. In de centrale hal bij de garderobe zijn kluisjes voor uw bagage.

Bij voldoende belangstelling zal er zaterdagmiddag na de lunch een bus rijden naar station Leiden.

Plenaire lezingen en parallelsessies

vrijdag	
11.00 - 12.00	plenaire lezing: Ir. Hans Oltmans
13.40 - 14.25	parallelsessies 1
14.30 - 15.15	plenaire lezing: Maria G. Bartolini Bussi
15.45 - 17.15	parallelsessies 2
20.30 - 21.15	plenaire lezing: Dr. Cyril Isenberg
zaterdag	
09.00 - 09.45	parallelsessies 3
09.50 - 10.50	parallelsessies 4
11.15 - 12.00	plenaire lezing: Claudi Alsina

Het gedetailleerde programma-overzicht kunt u vinden in het midden van dit boekje.

Plenaire lezingen

Er zijn vier plenaire lezingen, waarvoor gerenommeerde sprekers zijn aangetrokken uit binnen- en buitenland. De drie buitenlandse sprekers zullen hun voordracht in het Engels houden. Alle plenaire lezingen worden gehouden in het Auditorium.

Beveiliging tegen kopiëren vanuit de wiskunde

Ir. Hans Oltmans

Joh. Enschedé MatheGraphics, Haarlem

Vrijdag 11.00-12.00 uur

De producenten van waardepapieren hebben de ontwikkeling van de digitale full color copiers met lood in de schoenen zien aankomen, maar zo'n ontwikkeling is niet tegen te houden. De kwaliteit van de huidige full color copiers is dusdanig, dat het lijkt alsof hiertegen geen kruid meer gewassen is.

Met eenvoudige wiskundige modellen kunnen echter fundamentele verschillen tussen menselijke waarneming en digitaal scannen worden aangetoond. Deze verschillen zijn op zich weer zodanig uit te buiten dat mens en scanner niet noodzakelijk dezelfde beelden waarnemen.

SAM en SABIC zijn beveiligingssystemen die zijn ontstaan door de techniek van color copiers en scanners op een wiskundige manier te analyseren en gebruik te maken van het feit dat aan grafische beelden informatie kan worden toegevoegd, die voor de mens bij normale beoordelingsafstanden niet waarneembaar is.

Bij SAM wordt de informatie toegevoegd door rasterlijnen over een hoek te verdraaien afhankelijk van het gewenste beeld dat dient te ontstaan na kopiëren.

Bij SABIC wordt deze informatie aan een zichtbaar beeld toegevoegd door gebruik te maken van 'frequentie-spiegeling' van het codebeeld na Fourier-transformatie en vervolgens hierop de inverse Fourier-transformatie toe te passen. Hierbij wordt het codebeeld volkomen onzichtbaar verweven met een zichtbaar beeld. Behalve als beveiliging tegen ongeautoriseerd kopiëren kan dit beveiligingssysteem worden gebruikt als echtheidskenmerk van waardedocumenten, alsmede voor het onzichtbaar verwerken van persoonsgegevens in identiteitskaarten of andere persoonsgebonden documenten.

De onderwerpen die hierbij ter sprake zullen komen zijn:

- *Het weergeven van grafische beelden*
Reflectiefunctie, puntbreedte modulatie en puntfrequentie modulatie.
- *Menselijke perceptie*
Spreidingsfunctie, modulatietransfer en contrastgevoeligheid.

Beeldbemonstering

Impulstrein, bemonsteringstheorema, alias en jitter.

Fourier-analyse

Fourier-analyse van grafische beelden, discrete Fourier-transformatie, digitale filters en frequentie spiegeling.

Praktische toepassingen en voorbeelden

Screen Angle Modulation (SAM).

Sample Band Image Coding (SABIC).

literatuur en bronnen

- Arecchi, F.T. and E.O. Schulz-Dubois (1972). *Laser Handbook*. Vol. 2. North-Holland Publishing Company.
- Barlow, H.B. and J.D. Mollon (1982). *The Senses*. Cambridge University Press.
- Oppenheim, A.V., A.S. Willsky and I.T. Young (1983). *Signals and Systems*. Prentice Hall International.
- Rabbani, M. and P.W. Jones (1991). *Digital Image Compression Techniques*. SPIE Optical Engineering Press.
- Rosenfield, A. and A.C. Kak (1982). *Digital Picture Processing*. Vol. 1. Academic Press Inc.
- Scheuter, K.R. and S. Golling. Der kleinste druckbare Punkt, seine Bedeutung und Realisierbarkeit. *Der Polygraph* 11(87), 1110-1117.
- Shannon, C.E. and W. Weaver (1963). *The Mathematical Theory of Communication*. Illini Books.
- Spannenburg, S. (1988). Het weergeven van halftoonbeelden d.m.v. puntfrequentiemodulatie. *Nederlands tijdschrift voor Fotonica*.
- Spannenburg, S. (1991). (Frequency-) Modulation of Printed Gratings as a Protection against Copying. SPIE Vol. 1509. *Holographic Optical Security Systems*.
- Spannenburg, S. (1992). *Support provided with a security element*. Haarlem: Joh. Enschedé B.V. Patent number EP 0 4900 457 (June 17, 1992).
- Ulichney, R. (1987). *Digital Halftoning*. MIT Press.

Mathematical machines in high school

Maria G. Bartolini Bussi

Department of Pure and Applied Mathematics, Modena, Italy

Vrijdag 14.30-15.15 uur

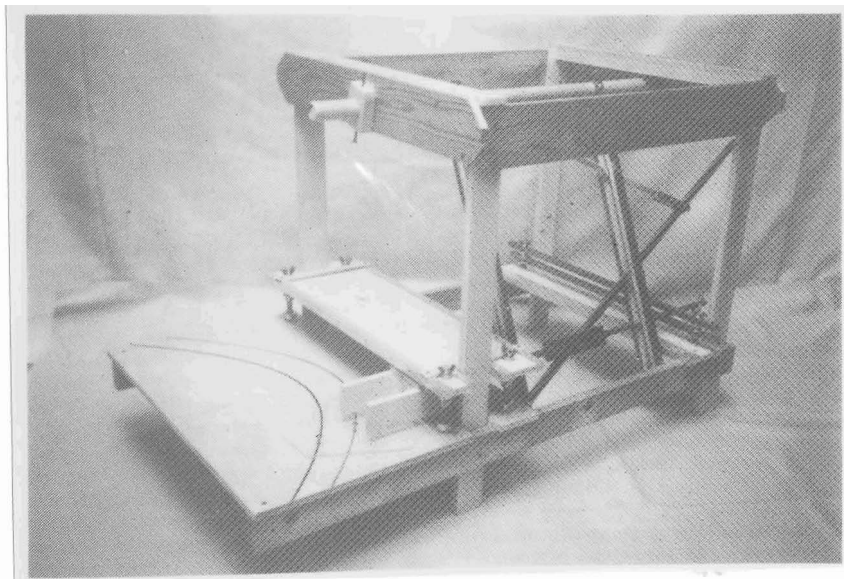
I shall start from the work of two Dutch mathematicians: Van Schooten, who translated Descartes' *Géométrie* into Latin and studied several cases of conic drawers; and Stevin, who studied the geometry of perspective projections when the picture plane is rotating. Actually the work of these two mathematicians is represented in the two main kinds of mathematical machines that have been built in our project for high school: curve drawers made by metal or woodlinkages and dynamic perspectographs made by wood or glass sheets and threads.

I shall go back to ancient Greece to analyze the status of mechanical tools with respect to geometrical constructions. Then I shall analyze the status of mechanical tools in the XVII century and later, to show that mechanicals do not only belong to the history of technology or art but are actually a relevant part of the historical phenomenology of modern algebraic geometry.

The emphasis on this strong historical component in the project 'Mathematical machines in high school' is not love for antiquities, but a choice consistent with the Vygotskian hypothesis of the socio-historical construction of consciousness. Starting from this point I shall discuss the cognitive aspects that are involved in handling this kind of artefacts under the teacher's guidance: they force students to recur to visual and tactile thinking; to produce anticipatory hypotheses on configurations; to cope with the problem of infinitely many configurations or positions by means of continuous motion.

The last part of the presentation I will describe a didactic experiment on a special class of linkages, i. e. the mechanisms for realizing plane isometries, that were studied in the XIX century.

Some exemplary specimens of the more than 160 machines that have been built by our research group will be on show during the Conference. A videotape will show more. The computer simulations in Cabri-Géométrie of several machines will be available. An interesting and provocative question is the following: Is it possible to substitute the physical machine with its computer simulation in the classroom? Which differences (advantages or not) can be foreseen?



literatuur en bronnen

- Bartolini Bussi, M. (1993). Geometrical Proofs and Mathematical Machines: An Exploratory Study. In: I. Hirabayashi, N. Nohda and K. Shigematsu (eds.), *Proceedings of the 17th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. II. Tsukuba, Japan: The Program Committee of the 17th PME Conference, 97-104.
- Bartolini Bussi, M. G. and M. Pergola (1994). Mathematical Machines in the Classroom: the History of Conic Sections. In: N.A. Malara and L. Rico (eds.), *Proceedings of the First Italian-Spanish Symposium in Mathematics Education*. Modena: Dipartimento di Matematica, Università di Modena, Italy, 233-240.
- Bartolini Bussi, M. (1995). Geometry in Context: from Pre-primary School to High School and Beyond. In: C. Mammana (ed.), *ICMI Study (Catania 1995): Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*, 19-22.
- Bartolini Bussi, M. and M. Pergola (in press). History in the Mathematics Classroom: Linkages and Kinematic Geometry. In: H.N. Jahnke, N. Knoche and M. Otte (hrsg.), *Geschichte der Mathematik in der Lehre*. Gottingen: Vandenhoeck and Ruprecht.
- Koetsier, T. (1994). Kinematics. In: I. Grattan-Guinness (ed.), *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Science*. Vol 2E 2. London and New York: Routledge, 994-1001.
- Maanen, J. van (1992). Seventeenth century instruments for drawing conic sections. *The mathematical Gazette*, 76 (476), 222-230.
- Zwaneveld, B. and M. van Hoorn (1992). Wiskundige machines en instrumenten. *Euclides*, 68, 170-171.

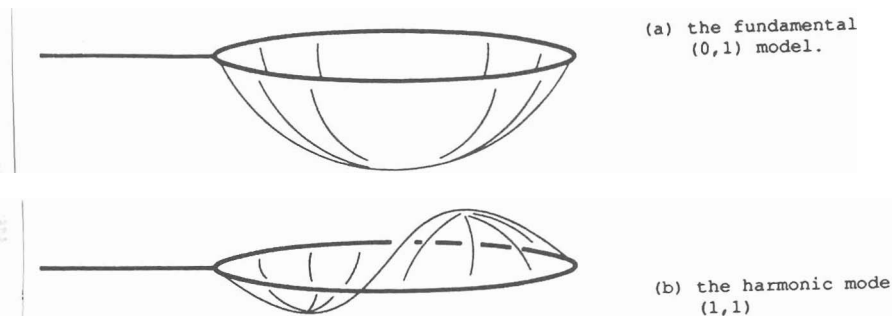
Soap films and Soap bubbles

Dr. Cyril Isenberg,
University of Kent at Canterbury, United Kingdom
Vrijdag 20.30-21.15 uur

Some of the properties of soap films and soap bubbles can be illustrated by dipping wire frameworks into soap solution. These can be demonstrated on a grand scale with a huge tub of soap solution and large frameworks. Their surfaces satisfy geometrical constraints that are a consequence of a general minimization principle in thermodynamics. In the simplest examples the soap film contained by a framework forms, at equilibrium, a minimum area configuration.

This minimum area property can be applied to the solution of some mathematical problems of importance in the construction of networks of roads, pipelines and cables. The simplest example is the minimum roadway linking two towns; the straight line road. The more general problems are concerned with minimum length roadway configurations joining a number of towns.

The interference colours produced by draining soap films will also be examined in this presentation.



literatuur en bronnen

- Iserberg, C. (1993). *The Science of Soap Films and Soap Bubbles*. Dover Publications.
- Lovett, D. (1994). *Demonstrating Science with Soap Films*. Institute of Physics.
- Soap Bubbles Demonstration Kits. Leafield, Oxford: Cochranes of Oxford Ltd, England, OX8 5NT.

Mathematics teaching and seduction

Claudi Alsina

University Oberta de Catalunya, Barcelona, Spain

Zaterdag 11.15-12.00 uur

‘Mathematics is a beautiful, exciting and amusing subject.’ This is what WE believe. How can we improve the image of mathematics and induce to our students to love maths? After a short view of the ‘antiseduction mathematical syndrome’ we will focus the talk on tools to be used for a positive mathematical seduction: beauty, reality, provocation, amusement, fiction, history, surprise, poetry, music, ... and we will end with a consideration on what to do if our fantastic plans do not work!

literatuur en bronnen

- Alsina, C. (1995). *Una matematica feliz y otras conferencias*. Buenos Aires: OMA.
- Bolt, B. and D. Hobbs (1989). *101 mathematical projects: a resource book*. Cambridge: Cambridge UP.
- COMAP (1988). *For all Practical Purposes (book and videos)*. Freeman/COMAP.
- Krantz, S.G. (1993). *How to teach mathematics: a personal perspective*. Providence: AMS.
- Martin, P. and M. Carss (1994). *Giants*. Lexington: COMAP.
- Steen, L. (et al.) (1988). *Everybody Counts*. Washington DC: NRC.
- COMAP. *The Elementary Mathematician*. (Journal). Lexington: COMAP.

Thema wiskunde en sport

Wiskunde en sport zijn op vele manieren met elkaar verweven. Van de bekende wiskundige analyses hoe een basketbal in het netje te werpen, tot de strategieën achter denkspe- len zoals schaken en dammen, maar ook de puntentelling van de tienkamp (onderwerp van een recente Wiskunde A-lympiade), lenen zich tot bespiegelingen die naadloos aansluiten bij de gedachte achter de Nationale Wiskunde Dagen.

Enkele wiskundige aspecten van het hardrijden op de schaats

G. J. van Ingen Schenau

Faculteit der Bewegingswetenschappen, Vrije Universiteit, Amsterdam

Vrijdag 13.40-14.25 uur

In de lezing zullen twee verschillende voorbeelden worden behandeld, waarbij met enige wiskunde enkele zeer fundamentele aspecten van het langebaan-schaatsen kunnen worden toegelicht.

A. De beperkte afzet

Een schaatser zet af terwijl de schaats door moet blijven glijden. Bij deze 'glijtechniek' dient de enkelstrekking goeddeels te worden onderdrukt om te voorkomen dat de punt van de schaats door het ijs gaat krassen. Hierdoor dient de versnelling van het lichaamszwaartepunt voornamelijk te worden gerealiseerd door de heup ten opzichte van de enkel te versnellen. Door de cosinusregel, toegepast op de driehoek heup-knie-enkel links en rechts naar de tijd te differentiëren, kan begrijpelijk worden gemaakt waarom schaatsers het contact met het ijs verliezen ver voordat de knie gestrekt is. Dit proces zal worden gedemonstreerd met een mechanisch model. Tevens zal duidelijk worden waarom met de klap-schaats (een schaats die een krachtige enkelstrekking toelaat doordat de schoen ten opzichte van het ijzer kan roteren) een meer volledige afzet mogelijk wordt.

B. De wiskunde achter het rijden van een bocht

Een schaatser kan bij de correcte glijtechniek uitsluitend afzetten in een richting die loodrecht staat op de glijrichting van de schaats. Op het rechte eind leidt dit tot een sinusvor- mige baan die door het lichaamszwaartepunt wordt beschreven.

In de bocht echter dient deze afzetkracht, loodrecht op een rechtdoor glijdende schaats, er tevens toe om de benodigde centripetale kracht te genereren om het lichaamszwaartepunt de bocht te doen volgen (als men als een kunstrijder de schaats mee zou sturen met de bocht, dan kan er niet meer afgezet worden). Afgeleid zal worden dat deze unieke eigen- schap van de schaatsafzet ertoe leidt dat bij het schaatsen, in tegenstelling tot andere vor- men van locomotie, in de bocht de bewegingsfrequentie en het te leveren vermogen vast

ligt en een functie is van de snelheid waarmee men de bocht ingaat en van de kromtestraal van de bocht. Met deze wetmatigheid zullen enkele bekende praktijkervaringen van het rijden van de bocht worden toegelicht.

Wederzijdse zetdwang

H.J. van den Herik

Matriks, Vakgroep Informatica, Rijksuniversiteit Limburg

Vrijdag 15.45-17.15 uur

Hoewel schaken een eindig spel is, gaat het de macht van de computers voorlopig nog verre te boven. Het lijkt er niet op dat het spel ooit opgelost zal worden. Voor programma's op wereldkampioenniveau moeten we ons behelpen met heuristieken, strategieën en databases. Met name eindspeldatabases vormen een belangrijke ondersteuning voor een sterk spelend programma, want deze programma-onderdelen spelen perfect.

Hier komt ook de wisselwerking tussen mens en computer duidelijk naar voren: mensen leren strategieën van computers in plaats van andersom. Een overtuigend voorbeeld is Zugzwang (zetdwang). De speler die aan zet is staat goed, maar elke zet die hij doet verslechtert de stelling zodat hij/zij verliest. De meest intrigerende stellingen zijn de stellingen waarin sprake is van wederzijdse zetdwang: zwart aan zet, verliest; wit aan zet, zwart maakt remise.

Als dergelijke stellingen eenmaal gevonden zijn dan zijn er twee interessante vragen:

- Kunnen mensen de te volgen strategieën begrijpen?
- Kunnen computers een studie componeren die tot een wederzijdse zetdwang-positie leidt?

In de voordracht zullen voorbeelden gegeven worden die ontleend zijn aan John Nunns en Lewis Stillers werk, alsmede een studie met vier dames gebaseerd op wederzijdse zetdwang afkomstig van de wiskundige Naom Elkies.

Records in de sport, waar is het einde?

H. Kuipers

Vakgroep Bewegingswetenschappen, Rijksuniversiteit Limburg

Zaterdag 9.00-9.45 uur

In de topsport worden voortdurend nieuwe records gebroken. Het gaat steeds sneller, hoger en verder. Daarnaast zijn de vrouwen ten opzichte van de mannen een inhaalslag aan

het maken en enige jaren geleden verscheen een artikel in 'Nature', waarin zelfs werd aangekondigd dat de vrouwen de mannen over enkele jaren op de loopnummers zullen gaan evenaren.

Het lijkt alsof er geen limieten zijn en een voor de hand liggende vraag is waardoor die records steeds scherper gesteld kunnen worden en wanneer het einde van de recordjacht in zicht komt. Is het bovendien te verwachten dat de vrouwen de mannen inderdaad op de loopnummers zullen gaan evenaren? Duidt dit alles erop dat de mens fysiek en mentaal steeds beter en sterker wordt? Tijdens de lezing zal op deze en andere vragen nader worden ingegaan.

Sportblessures: selectie en confounding

Dr. E. Bol

Vakgroep Medische Fysiologie en Sportgeneeskunde, Universiteit Utrecht

Zaterdag 9.50-10.50 uur

Sportblessures vormen een belangrijke nationale kostenpost. Geschat op basis van een steekproef van ruim 67.000 personen, deden zich in het jaar 1992/1993 2,9 miljoen sportongevallen voor, met een totaal geschat arbeidsverzuim van 1,9 miljoen dagen (Mulder *et al.* 1995; Schmikli *et al.* 1995). Ruim 1,1 miljoen van de opgelopen blessures leidden tot medische behandeling. Onderzoek van oorzaken, aard en ernst van sportletsels kan een bijdrage leveren tot preventieve maatregelen gericht op de beteugeling van kosten en ook persoonlijk leed.

In Nederland is voetbal de grootste 'leverancier' van sportletsels. Terecht heeft de KNVB daarom onderzoek en aanpak van de blessureproblematiek bij het voetbal gestimuleerd. In dit kader is aandacht besteed aan interne factoren (o.a. leeftijd, fitheid, vaardigheden en mentaliteit van spelers) en externe factoren (o.a. kwaliteit van velden, schoeisel, training, warming-up, stretching en cooling-down).

Uit een onderzoek bij 477 mannelijke voetballers kwam het volgende beeld naar voren. Voetballers die veel traiden, een relatief laag lichaamsgewicht en laag vetpercentage hadden, het lenigst of juist het stijfst waren, hoogwaardig schoeisel droegen en goede preventieve maatregelen namen, vertoonden een sterk *verhoogd* risico voor het oplopen van sportletsels (Inklaar, 1992).

Dit leek in volstrekte tegenspraak met de gangbare opvattingen over risico-factoren. De vraag rees of er wellicht sprake was van confounding (verbondenheid) van blessures met een onbekende factor. Bedacht werd dat selectie in de sport een zeer belangrijke rol speelt. Niet alleen kiest een sporter voor een sporttak, maar ook wordt in het voetbal het elftal waarin een speler terechtkomt in hoge mate bepaald door enerzijds de kwaliteiten van de speler en anderzijds de omgeving van de speler (teamgenoten, trainer e.d.). Hoe hoger het niveau waarop de spelers acteren, hoe selecter en homogener het team.

Maar spelers ontmoeten ook tegenstanders die uit 'hetzelfde hout gesneden zijn'. Dit zou kunnen inhouden dat op een hoger niveau spelers weliswaar beter geëquipeerd en getraind zijn, maar dat de krachten die inwerken op hun lichaam tijdens het voetballen anders en groter zijn (Inklaar, 1995).

De teams werden ingedeeld in 19 teams spelend op een hoog (landelijk) niveau en 16 teams spelend op een laag (regionaal) niveau. De factor 'niveau' bleek vervolgens in sterke mate samen te hangen met interne en externe factoren, maar ook met blessures (incidentie op hoog niveau vrijwel tweemaal zo hoog als op laag niveau). Het gevonden Relatieve Risico (Niveau laag/Niveau hoog) op een blessure is 0,36 (95% Betrouwbaarheids Interval loopt van 0,21 tot 0,64).

In een logistische regressie-analyse bleven er uiteindelijk vier factoren over met een onafhankelijke bijdrage aan de voorspelling van de factor 'niveau': wedstrijdbleesures, aantal trainingen per week, mate van warming-up en leeftijd (zie tabel).

Niveau		voorspeld		
		laag	hoog	
waargenomen	laag	145	29	83,3%
	hoog	50	172	77,9%
			overall	80,1%

Conclusie: omdat spelers niet aselekt lijken te worden toegewezen aan elftallen en kennelijk ook niet aan wedstrijdbleesures, verdient het aanbeveling het karakter van het voetbal spel op verschillende niveaus nader te analyseren, zodat eventueel aan het niveau aangepaste pakketten van preventieve maatregelen kunnen worden aangeboden.

Deze conclusie zal met enkele onderzoeksresultaten nader worden onderbouwd.

literatuur en bronnen

- Bol, E., S.L. Schmikli, F.J.G. Backx en W. van Mechelen (1991). *Sportblessures onder de knie: programmering van toekomstig onderzoek*. Oosterbeek: Nederlands Instituut voor Sport en Gezondheid.
- Inklaar, H. (1992). *Interventieonderzoek voetbalblessures: zijn voetbalblessures te voorkomen?* Utrecht: Janus Jongbloed Research Centrum.
- Inklaar, H. (1995). *The epidemiology of soccer injuries in a new perspective*. Utrecht: Thesis Utrecht University.
- Mulder, S., A. Bloemhoff, S.Harris, L.T.B. van Kampen en W. Schoots (1995). *Ongevallen in Nederland, opnieuw gemeten: een enquêteonderzoek in de periode augustus 1992 – augustus 1993*. Rapport nr. 145. Amsterdam: Stichting Consument en Veiligheid.

Thema wiskunde en statistiek

In de moderne samenleving is statistiek niet meer weg te denken en wiskunde is een onmisbaar stuk gereedschap daarvoor. Enkele voorbeelden uit de praktijk van de hedendaagse statistiek die bij dit thema aan de orde zullen komen, zijn:

- Hoe erg is het verschijnsel van non-respons in enquêtes en hoe kan men dit achteraf corrigeren?
- Hoe wordt in de auto-industrie het productieproces gevolgd en wanneer moet er ingegrepen worden?
- Hoe wordt in een research-laboratorium van een multinational gebruik gemaakt van statistiek?

Naast deze toepassingen is er ook aandacht voor een meer theoretisch onderwerp: de theorie van bootstrapping. Met behulp van simulatie worden ‘nepdata’ gegenereerd, waardoor men meer te weten kan komen over de precisie van een statistische schatting.

Statistiek en Industriële Research

Prof. dr. ir. B.G.M. Vandeginste

Unilever Research Laboratorium, Vlaardingen

Vrijdag 13.40-14.25 uur

Aan de hand van het door Oldryd geïntroduceerde concept ‘the Arch of Knowledge’ (1986) zal de functie van statistisch onderzoek in een onderzoeks- en ontwikkelingslaboratorium op het gebied van voedingsmiddelen en wasproducten toegelicht worden.

Een bijzondere ontwikkeling die zich vanaf medio 1975 heeft afgespeeld, staat bekend onder de naam ‘Chemometrie’. Dit is een discipline uit de scheikunde die wiskunde en statistiek toepast om optimale proefopzetten te kiezen en maximale relevante chemische informatie te verkrijgen uit meetgegevens. Door de verregaande mate van automatisering en computerisering worden steeds meer en ingewikkelder data gegenereerd. Denk maar aan de registratie van de beweging van een aantal spieren in de kaak en de smaakperceptie van de proefpersoon en dit nog voor verschillende producten, of aan meetinstrumenten die in verschillende dimensies tegelijk meten. Anderzijds is research een kostbare activiteit die zo efficiënt mogelijk uitgevoerd moet worden.

Een zorgvuldige keuze van de experimenten, waarbij elk experiment voldoende bijdraagt aan de geleverde informatie, is hierbij noodzakelijk. Beide aspecten zullen aan de hand van een aantal voorbeelden toegelicht worden.

Non-respons in enquêtes: wat niet weet, wat niet deert?

Jelke Bethlehem

Centraal Bureau voor de Statistiek, Universiteit van Amsterdam

Vrijdag 15.45-16.45 uur

Een (helaas) veel voorkomend verschijnsel bij enquêtes is het optreden van non-respons: bij de personen die in de steekproef zijn getrokken, kunnen de gewenste gegevens niet worden verkregen. De oorzaken kunnen velerlei zijn. Een van de gevolgen van non-respons is dat minder gegevens beschikbaar komen dan gepland was. Een nog ernstiger gevolg kan zijn dat de op grond van de beschikbare gegevens getrokken conclusies fundamenteel onjuist kunnen zijn.

In deze bijdrage wordt het probleem van de non-respons verkend. Door het gebruik van wiskundige modellen kan worden doorgerekend wat de mogelijke effecten van non-respons zijn en hoe eventueel de kwalijke gevolgen hiervan kunnen worden gecorrigeerd.

Door middel van een simulatie-experiment, waarbij de aanwezigen zullen worden betrokken, zal worden getracht het fenomeen van de non-respons wat meer tot de verbeelding te laten spreken.



literatuur en bronnen

- Bethlehem, J.G. (1992). *Theorie en praktijk van het steekproefonderzoek*. Syllabus. Voorburg: CBS.
- Bethlehem, J.G. en H.M.P. Kersten (1982). Non-respons bij enquêtes of 'wat niet weet, wat niet deert?'. *Mens en Maatschappij* 57, 145-170.
- Bethlehem, J.G. en H.M.P. Kersten (1986). *Werken met non-respons*. *Statistische onderzoeking M30*. Voorburg: CBS.
- Bethlehem, J.G. en H.M.P. Kersten (1987). *Non-respons in de praktijk*. Jaarboek van de Nederlandse Vereniging van Marktonderzoekers 1987-'88. Haarlem: Uitgeverij de Vrieseborch, 139-160.

De statistische bootstrap

Richard D. Gill

Vakgroep Wiskunde, Universiteit Utrecht

Zaterdag 9.00-9.45 uur

De statistische bootstrap is een methode uitgevonden door B. Efron (1979) om de precisie van een statistische schatting te berekenen met behulp van een simulatie-experiment, waarbij telkens steekproeven uit de originele dataset genomen worden en de schatting telkens opnieuw wordt gedaan aan de hand van de verkregen 'nep data'.

Op het eerste gezicht lijkt het paradoxaal dat door kunstmatig, random steekproeven uit een gegeven data-set te nemen, men meer te weten kan komen over de achterliggende werkelijkheid. Toch blijkt dit 'Baron van Münchhausen' trucje wel degelijk te werken, en zelfs zo inzichtelijk te zijn dat ongetrainde gebruikers van statistiek het een aardig middel vinden om statistische ideeën uit te leggen en in de klas te demonstreren (dat kan op een eenvoudige PC).

Een van Efrons originele beweringen was dat hiermee statistiek niet langer het exclusieve domein van de wiskundigen is, omdat dankzij snelle computers die dan kunnen rekenen, wiskundige analyse op hoog niveau niet altijd meer nodig is. In mijn voordracht zal ik proberen aan te geven in hoeverre dat waar is. Ik zal de bootstrap illustreren aan de hand van een praktijkvoorbeeld, waarbij met behulp van gegevens verzameld in een speel-club werd onderzocht of het spel 'golden ten' (een vorm van observatie-roulette) een kansspel of een behendigheids spel is.

De knipfabriek

Dr. Jaap J. Dik

OPQ Consultancy, Mierlo

Zaterdag 9.50-10.50 uur

In vele productieprocessen geven kwaliteits-karakteristieken waardevolle informatie over het verloop van het proces zelf. Met name de informatie met betrekking tot de variatie van het proces is belangrijk. (Kwaliteit = afwezigheid van ongewenste variatie.)

Deze variatie wordt veroorzaakt door twee verschillende soorten spreidingsbronnen: 'gewone' en 'bijzondere'. Gewone spreidingsbronnen kunnen worden gekarakteriseerd als 'ruis', de pure random-variatie. Bijzondere spreidingsbronnen treden incidenteel op en hebben veelal een verstorend effect op het productieproces.

Door een tijdgrafiek van een variabele (kwaliteitskarakteristiek) bij te houden, de zogenaamde X/R-kaart, kan men de verschillende variatie-bronnen op het spoor komen. Daar

kan men dan vervolgens op reageren door in het proces in te grijpen. (Ingrijpen op afwijkingen ten gevolge van de 'ruis' is zinloos!)

In deze bijeenkomst wordt het bovenstaande geïllustreerd door een simulatie van de zogenaamde KNIPFABRIEK.

In de knipfabriek worden strookjes papier geproduceerd die aan een bepaalde specificatie moeten voldoen. De knipfabriek bestaat uit vijf personen: de fabrieksmedewerker, een persoon die de metingen verricht, een kwaliteitscontroleur, een manager en een vertegenwoordiger van de klant.

De fabriek krijgt de beschikking over produktiemiddelen en grondstoffen.

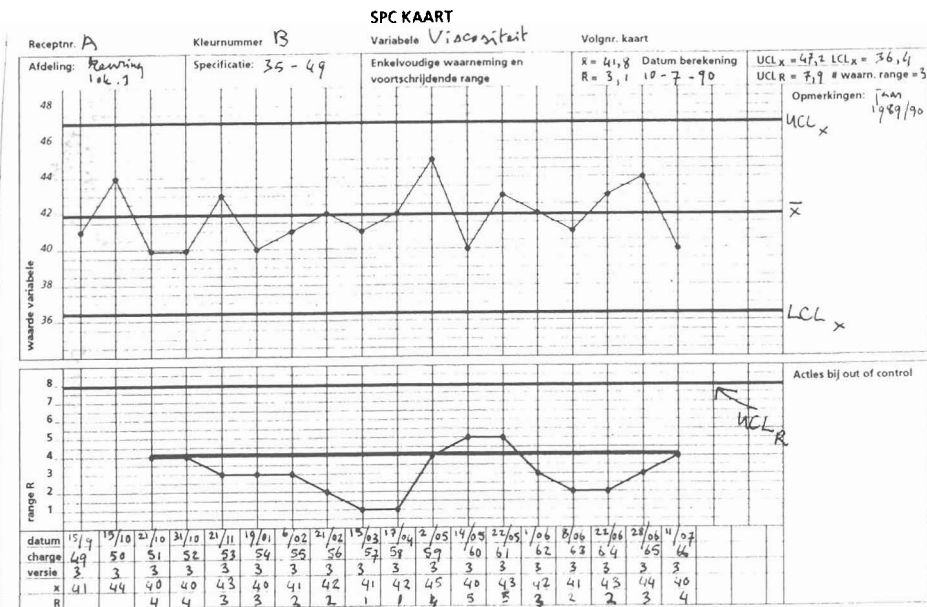
Het management van de fabriek krijgt daarbij bepaalde instructies ten aanzien van de produktiviteit en kwaliteit, en kan beschikken over een X/R kaart, meetapparatuur (een linaal) en eenvoudige rekenapparatuur.

De bedoeling van de simulatie is om de variatie in het productieproces te leren kennen en daar adequaat op te kunnen reageren.

literatuur en bronnen

Grant, Eugene L. and Richard Leavenworth. (1988) *Statistical Quality Control* (6th Edition, 714 pp). New York: McGraw-Hill International Editions.

Montgomery, Douglas C. (1991). *Introduction to Statistical Quality Control* (2nd Edition, 673 pp). New York: John Wiley & Sons.



Thema wiskunde en techniek

Wiskunde speelt in veel technische toepassingen een belangrijke rol. Te denken valt aan complexe toepassingen zoals het ontwerpen van een brug of het besturen van een vliegtuig.

Ook bij eenvoudige technische toepassingen zie je echter de rol van de wiskunde. Bijvoorbeeld bij een thermostaat, die je al voor 200 gulden in de winkel kunt kopen, zit een slim stukje wiskunde ingebouwd. Met behulp van een klein computertje kan een thermostaat leren van zijn eigen fouten en zo zijn regeling aanpassen aan gewijzigde omstandigheden; bijvoorbeeld als het weer verandert, of als er in het voorjaar een radiator wordt dichtgedraaid.

Bij het thema wiskunde en techniek zal een aantal zeer uiteenlopende technische toepassingen aan bod komen. Toepassingen waarbij vaak op verrassende wijze wiskundige technieken onmisbaar blijken te zijn.

Naast de vier lezingen die hieronder beschreven zijn, sluit ook de voordracht 'Rekenen aan drinkwater: leidingnetberekeningen met ALEID' (zie de niet thema-gebonden presentaties) goed aan bij dit thema.

Beschrijving van de stochastiek in polymeergroei

H. J.A.F. Tulleken

Koninklijke Shell-Laboratorium (Shell Research), Amsterdam

Vrijdag 13.40-14.25 uur

In de lezing zal aandacht worden besteed aan een specifieke toepassing van wiskundige technieken binnen de polymeerchemie, op het grensgebied van stochastiek/statistiek en chemie.

Allereerst zullen algemene voorbeelden worden gegeven ter illustratie van de invloed van onzekere gebeurtenissen op de microwereld van scheikundige reacties tussen moleculen en op de macroscopische schaal ten aanzien van structuren welke bestaan uit (netwerken van) macromoleculen. Veel industriële producten vallen binnen deze klasse, denk aan harsen, plastics, rubbers, enzovoort.

Vervolgens wordt nader ingegaan op de modellering van de groei van een polymeerketen door insertie van zogenaamde monomeren aan een katalysatordeeltje, gebruikmakend van stochastische (Markov-)modellen. Zowel de lengte van een keten als de positie die de monomeren innemen, zijn hierbij relevant.

De overgangskansen voor de verschillende gebeurtenissen in het verwachte reactiediagram worden zo gekozen dat de voorspellingen van het model zo goed mogelijk met de beschikbare 'analytische' laboratoriumgegevens overeenstemmen. Het zo 'geijkte' model

stelt de experimentator in staat de ketenstatistiek en daarmee de verwachte eigenschappen van het produkt beter in beeld te brengen en de keuze van het katalysatorrecept te verbeteren.

Geografische informatiesystemen – een vergelijking van methoden

Marc van Kreveld

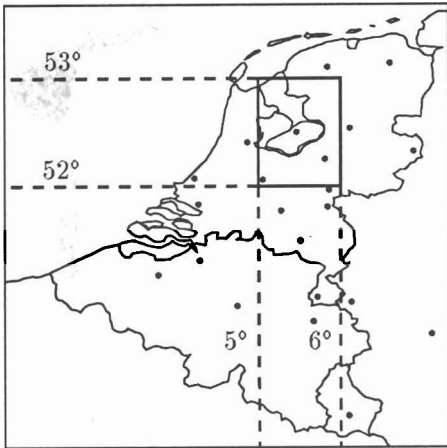
Vakgroep Informatica, Universiteit Utrecht

Vrijdag 15.45-16.45 uur

Geografische informatiesystemen zijn complexe computerprogramma's waarin ruimtelijke gegevens opgeslagen en verwerkt kunnen worden. Denk bij 'ruimtelijke gegevens' bijvoorbeeld aan de informatie op landkaarten, meteorologische kaarten en bodemkundige kaarten. Bijna alle kaarten kunnen worden beschouwd als subdivisies van het platte vlak, met punten, lijnstukken en gebieden. Omdat ruimtelijke informatie al gauw miljoenen punten en lijnstukken bevat, is het van belang een goede opslagmethode (datastructuur) te ontwerpen. Datastructuren kunnen vergeleken worden op de hoeveelheid geheugenruimte die ervoor nodig is en de snelheid waarmee gegevens tevoorschijn kunnen worden gehaald. In de informatica bestaan modellen om op een abstracte en goede wijze vergelijkingen te maken tussen de datastructuren, zonder dat er geprogrammeerd hoeft te worden. De vergelijking is uitsluitend methode-afhankelijk en geldt voor elke computer of programmeertaal.

In de voordracht wordt een introductie gegeven in de functies en mogelijkheden van geografische informatiesystemen, gevolgd door een introductie in het vergelijken van datastructuren. Daarna zal een basisoperatie voor geografische informatiesystemen beschouwd worden, namelijk de selectie van gegevens op grond van de coördinaten.

Bijvoorbeeld: rapporteer alle steden tussen de 52 en 53 graden noorderbreedte en tussen de 5 en 6 graden oosterlengte. Voor deze operatie zullen enkele datastructuren bekeken en vergeleken worden.



literatuur en bronnen

- Burrough, P.A. (1986). *Principles of Geographical Information Systems for Land Resources Assessment*. Oxford University Press.
- Cormen, T.H., C.E. Leiserson and R.L. Rivest (1990). *Introduction to Algorithms*. MIT Press.
- Preparata, F.P. and M.I. Shamos (1985). *Computational Geometry – an introduction*. Springer-Verlag.

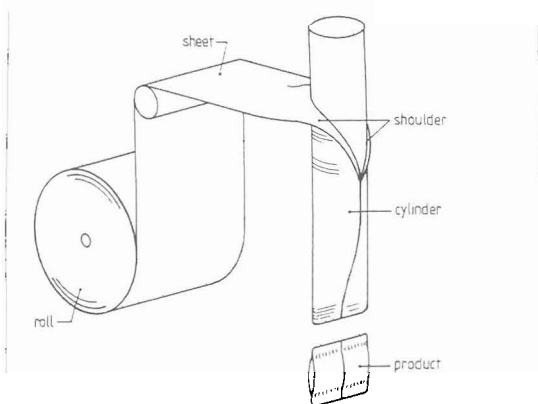
Wiskunde en fietswielen

Jaap Molenaar

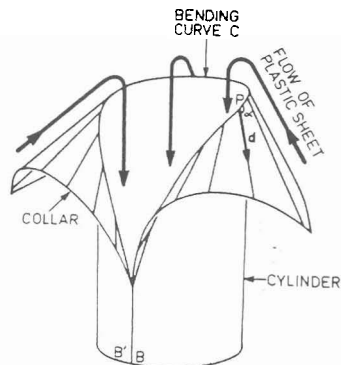
Instituut Wiskundige Dienstverlening, Faculteit Wiskunde en Informatica
TU Eindhoven

Zaterdag 9.00-9.45 uur

Bij het Instituut Wiskundige Dienstverlening van de Technische Universiteit Eindhoven proberen we te laten zien dat wiskunde op vele manieren een essentiële rol speelt bij het oplossen van tal van praktische problemen. Er komt bij het instituut een grote variëteit aan vragen binnen uit de industrie. De meeste daarvan lijken in eerste instantie weinig wiskundig van aard. Er dient dan een ‘modelleringstap’ uitgevoerd te worden om na te gaan wat wiskundigen aan de oplossing zouden kunnen bijdragen. Vervolgens wordt er in de vorm van contract-research aan gewerkt. De ‘implementatie’ van het wiskundige antwoord in het bedrijf dient met veel zorg te geschieden, omdat het vrijwel altijd niet-wiskundigen zijn die met het resultaat – meestal in de vorm van een computerprogramma – aan de slag moeten.



Voor het verpakken van snoepjes en dergelijke wordt veel gebruik gemaakt van ‘bandaftrekmachines’. Voor het berekenen van het papierverloop ter plaatse van de ‘shoulder’ is heel wat wiskunde nodig.



Bij het vouwen van het papier of plastic tot een zakje gelijdt het materiaal over deze ‘collar’. Het Instituut Wiskundige Dienstverlening heeft zich diepgaand beziggehouden met het berekenen van de juiste vorm, zodat het papier niet gaat schuiven of rimpelen.

Tijdens het eerste deel van de voordracht zal ik aan de hand van voorbeelden een indruk proberen te geven van het scala van projecten waaraan de afgelopen jaren gewerkt is. Daarbij zal ik ook een voorbeeld geven van de mogelijke valkuilen die men kan tegenkomen bij het modelleren. In de tweede helft zal de lezing toegespitst worden op een lopend project op het gebied van het ‘spaken van fietswielen’. Dit project wordt uitgevoerd voor jonge starters, die innovatieve concepten willen introduceren in de rijwielbranche. Zij hebben reeds een spaakspanningsmeter op de markt gebracht. De kern daarvan is een wiskundig algoritme. Momenteel wordt gewerkt aan een machine die automatisch de spaken in een wiel zet en de spanningen zodanig instelt, dat de velg de ideale vorm krijgt, namelijk zonder hoogte- en/of zijslagen.

De wiskundige problemen die hierbij opduiken zullen kort geschetst worden.

Discrete gebeurtenissen en dienstregelingen

G. J. Olsder

Faculteit Technische Wiskunde en Informatica, Technische Universiteit Delft

Zaterdag 9.50-10.50 uur

De theorie van de discrete gebeurtenissen houdt zich bezig met ‘event driven’ systemen en niet met ‘time driven’ systemen. Zulke ‘time driven’ systemen worden bijvoorbeeld beschreven met behulp van gewone of partiële differentiaalvergelijkingen. Voorbeelden van discrete gebeurtenissen zijn bijvoorbeeld de aankomst van een trein op een station, de opening van een sluisdeur, het aanzetten van een computer. Voor de beschrijving van processen van opeenvolgende discrete gebeurtenissen zijn differentiaalvergelijkingen niet geschikt. Een hulpmiddel dat wel geschikt is bij het bestuderen van zulke systemen is de max-plus algebra, die op de conventionele algebra lijkt, maar dan met de optelling vervangen door het maximaliseren en de vermenigvuldiging door de optelling.

In deze voordracht wordt een inleiding tot de max-plus algebra gegeven. Vele concepten en resultaten uit de conventionele algebra hebben hun tegenhanger in de max-plus algebra. Zo bijvoorbeeld de stelling van Cayley-Hamilton, de regel van Cramer en de begrippen eigenwaarde en eigenvector.

De twee genoemde begrippen in de max-plus algebra hebben een natuurlijke interpretatie in termen van dienstregelingen, zoals de dienstregeling van het intercity spoorwegnet. De discrete gebeurtenissen zijn hierbij de vertrektijden van de intercity treinen.

Systemen beschreven in de max-plus algebra hebben overeenkomsten met Petri-netten. De achterliggende wiskunde maakt uiteraard gebruik van de algebra, maar daarnaast ook van grafentheorie en systeemtheorie.

Vrijdag

tijd	programma						
9.00	ontvangst inchecken infomarkt, expositie, puzzeldokter, multimediahoek						
11.00 - 12.00	opening: Wim Kleijne plenair 1: Ir. Hans Oltmans p. 6						
12.15	lunch in restaurant infomarkt, expositie, puzzeldokter, multimediahoek						
	parallelsessies 1						
	W&SP	W&ST	W&T	W&G	WvVV	WoW	
13.40 - 14.25	Van Ingen Schenau p. 11	Vandeginste p. 15	Tulleken p. 19	Koöl p. 23	Molendijk p. 28	Seidel p. 31	Hogeweg p. 35
14.30 - 15.15	plenair 2: Maria G. Bartolini Bussi p. 7						
15.15	thee in lounge infomarkt, expositie, puzzeldokter, multimediahoek						
	parallelsessies 2						
15.45 - 16.45 17.15	Van de Herik p. 12	Bethlehem p. 16	Kreveld p. 20	Van Maanen p. 24	Van Lint p. 29	Van der Blij p. 32	Wijers/Door- man p. 35
vanaf 16.45	borrel in ef-café infomarkt, expositie, puzzeldokter, multimediahoek						
18.00	diner in Rotondezaal						
20.00	koffie in lounge						
20.30 - 21.15	plenair 3: Dr. Cyril Isenberg p. 9						
21.30 - 24.00	cabaret en muziek Drs. P., Marjolein Koöl en Low jo jo stuff						

Zaterdag

tijd	programma						
7.15	fun run						
8.00	ontbijt in restaurant infomarkt, expositie, puzzeldokter, multimediahoek						
	parallelsessies 3						
	W&Sp	W&ST	W&T	W&G	WvVV	WoW	
9.00 - 9.45	Kuipers p. 12	Gill p. 17	Molenaar p. 21	Bos p. 25	Achterberg p. 30	Siersma p. 33	Doorman sf. p. 36
	parallelsessies 4						
9.50 - 10.50	Böl p. 13	Dik p. 17	Olsder p. 22	Roelens p. 26	Van de Veen Vergouwen p. 30	Takens p. 34	Van der Ent p. 37
10.50	koffie in lounge infomarkt, expositie, puzzeldokter, multimediahoek						
11.15 - 12.00 12.00 - 12.30	plenair 4: Claudi Alsina p. 10 prijsuitreiking en sluiting						
12.45	lunch in restaurant						
13.30	vertrek						

Alle plenaire lezingen worden gehouden in het Auditorium.

De parallelsessies vinden plaats in de zalen F16, F18, F20, F22, B31, B4 en het Auditorium.

Voor de parallelsessies wordt u verzocht zich in te schrijven op vrijdagmorgen voor de lunch. Intekelijsten hangen in de ruimte voor het Auditorium.

De zaalindeling wordt direct na de lunch op vrijdag bekend gemaakt.

In de pauzes kunt u terecht bij de infomarkt (H4), expositie, puzzeldokter (in de H-vleugel) en multimediahoek (B4).

Thema wiskunde in de geschiedenis

De historische lezingen/workshops hebben meetkunde als thema op deze Nationale Wiskunde Dagen.

De meetkunde kan op een eerbiedwaardig verleden bogen. In Egypte werden 4500 jaar terug al piramiden gebouwd, en als de Nijl na de jaarlijkse overstroming weer binnen zijn oevers was, werden opnieuw de akkers afgepaald.

Meetkunde begon praktisch en nog steeds is aan die kant veel plezier te beleven. Apparatuur die daar in vroeger tijden bij te pas kwam (de Jacobsstaf bijvoorbeeld), is gemakkelijk te maken en goed bruikbaar voor praktisch werk in de klas.

Maar al heel vroeg bleek de meetkunde ook een ideale speeltuin, waarin wiskundigen schommelden tussen probleem en oplossing, tussen stelling en bewijs. 'Pythagoras' is een naam die dan, ook bij niet-wiskundigen, direct opborrelt.

Pythagoras leefde rond 500 vòòr Christus, maar 'zijn' stelling was op dat moment in China en Mesopotamië al ruim 500 jaar bekend.

Praktijk èn spel, ze zijn van alle tijden en komen in de vier lezingen/workshops beide aan hun trekken.

Hoi π -peloï – de geschiedenis van π

Marjolein Kool

Hogeschool Domstad, Utrecht

Vrijdag 13.40-14.25 uur



In de bijbel staat vermeld dat Salomo bij het bouwen van zijn tempel ervan uitging dat $\pi = 3$.

Vorig jaar haalde professor Yasumada Kanada van de universiteit van Tokio de krant omdat hij erin geslaagd was ruim 3 miljard decimalen van π te berekenen.

Wie nieuwsgierig is naar de ontwikkelingen rond het getal π van de tempel van Jeruzalem tot de computer van Tokio, is van harte welkom bij mijn werkgroep. Hoofdrospelers in de geschiedenis van π zijn Grieken, Romeinen, Egyptenaren, maar ook twee slimme landgenoten: Adriaen Antho-

nisz en Ludolf van Ceulen. Zij hebben allen hun steentje bijgedragen in de speurtocht naar de decimalen van π . De weduwe van Ludolf van Ceulen was zelfs zo onder de indruk van de prestatie van haar overleden echtgenoot, dat ze de 35 decimalen van π die hij berekend had, op zijn graf liet zetten.

Het mooiste π -materiaal voor gebruik in de klas, vinden we in de zestiende eeuw. In die tijd moesten metselaars kunnen uitrekenen hoeveel bakstenen er nodig waren om een rond venster dicht te metselen en wijnhandelaren gebruikten π om de inhoud van hun vaten te bepalen. Wie komt luisteren, krijgt een kant-en-klaar lespakketje voor zijn of haar leerlingen en zal ontdekken dat de geschiedenis van de wiskunde ook heel goed past in de onderbouw en daar voor veel wiskundeplezier kan zorgen.

Tip: Wilt u een plaatsje verwerven in het Guinness Book of Records? Leer zoveel mogelijk decimalen van π uit uw hoofd. Het wereldrecord staat op dit moment op 40.000 decimalen! Wie zijn tijd beter wil besteden, kan naar mijn π -werkgroep komen waar historische vraagstukken u uitdagen op zoek te gaan naar historische en moderne oplossingen. Leuk voor uw leerlingen, maar zeker ook voor u!

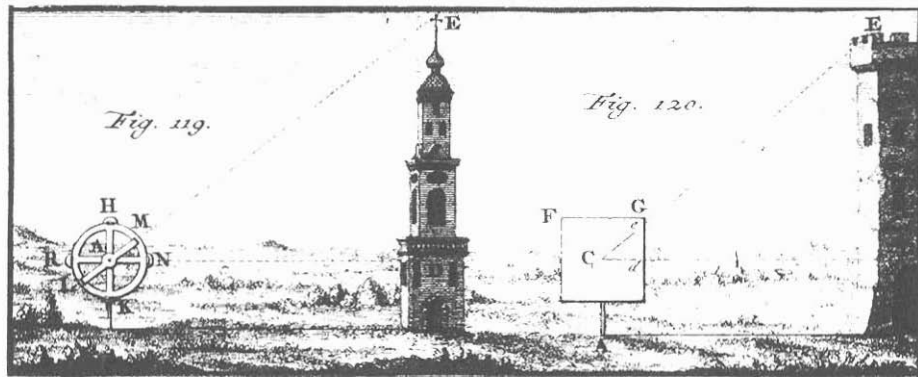
Werkdadige Meetkunst

Jan van Maanen

Vakgroep Wiskunde, Rijksuniversiteit Groningen

Vrijdag 15.45-16.45 uur

Morgenster en Knoop, wie kent ze nog? De associatie met een firma in lomp en oud papier dringt zich op, maar in de achttiende eeuw had het tweetal een zekere landelijke bekendheid, en wel als auteurs van het standaardwerk in de Nederlandse taal over landmeten: de *Werkdadige Meetkunst*.



Nu zou men denken dat meetkunde voor een filosoof vooral een kwestie is van abstracte axioma's, logica, stellingen en bewijzen. Maar bij Descartes was dat niet zo. Hij ontwikkelde zijn belangrijkste ideeën in verband met heel concreet ogende meetkundige instrumenten voor het trekken van krommen.

In de voordracht vertel ik wat meer over deze instrumenten en de wiskundige en filosofische gedachten die Descartes eraan vastknoopte.

Hoe het wiel verder rolde

Michel Roelens

Maria Boodschaplyceum, Brussel

Katholieke Hogeschool Limburg, Hasselt, België

Zaterdag 9.50-10.50 uur

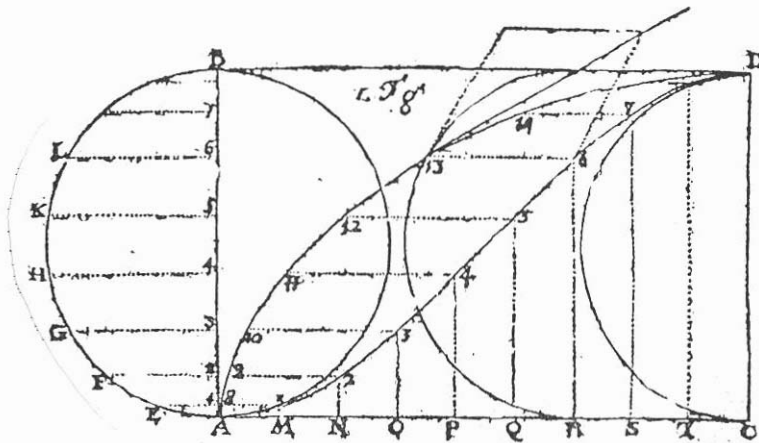
Het wiel dat het best rolt, heeft de vorm van een cirkel. Dat weet de mensheid al een heel tijdje; aan het bewijs van deze stelling zal de presentatie niet gewijd zijn. Wel willen we de baan volgen die het cirkelvormige wiel door de eeuwen heen heeft afgelegd, of om preciezer te zijn: de baan van *één puntje* van het wiel.

Als de baan waarop het wiel rolt zelf cirkelvormig is, krijgen we allerlei mooie krommen. Je kunt ze tekenen met de 'spirograaf' (een speelgoed dat terug is van weggeweest). Diezelfde krommen had men tot in de zestiende eeuw nodig om het eigenaardige gedrag van de planetenbanen te beschrijven, voordat *Copernicus* de zon in het centrum van het model plaatste.

Bij de zeventiende-eeuwse geleerden was de *cycloïde*, de baan van een punt op een cirkel die over een *rechte* baan rolt, erg in de mode. Prijsvragen en brieven gingen rond en allerlei merkwaardige eigenschappen over die kromme werden aangetoond. Vooral de originele methoden die *Roberval* bedacht om raaklijnen aan de cycloïde te construeren en om de oppervlakte onder een cycloïdeboog te bepalen, zijn om van te snoepen. Diezelfde kromme bleek ook verrassende fysische toepassingen te hebben: *Huygens* gebruikte ze om het slingeruurwerk te verbeteren en *Bernoulli* (begin achttiende eeuw) toonde aan dat je er de snelst mogelijke glijbaan tussen twee gegeven punten mee kunt maken.

De redeneringen van Roberval en Huygens zijn kenmerkend voor de zeventiende eeuw, waarin de overgang plaatsvond van de 'meetkundige bewijzen Griekse stijl', telkens aangepast aan de bestudeerde kromme, naar de algemenere methoden met differentialen en integralen (*Leibnitz, Newton*).

We maken een duikje in de pruijktijd, maar met onze leerlingen anno 1996 voor ogen. En de hulpmiddelen waar we mee zullen experimenteren zijn ook allesbehalve zeventiende-eeuws: de spirograaf, de grafische rekenmachine, ...



Roberval bepaalt de oppervlakte onder een cycloïdeboog

literatuur en bronnen

- Möller, M. (1992). Zeichnen und Rechnen mit Zahnrädern. Der Spirograph und Aspekte der Teilbarkeit. *Praxis der Mathematik*, 34(1), 1-4.
- Nouet, M. (1992). Histoire des mathématiques en classe de terminale. *Repères-IREM* 9, 15-33.
- Roelens, M. (1993). Huygens et la cycloïde: approches géométrique, analytique et graphique. In: *Actes de la première université d'été européenne 'Histoire et épistémologie dans l'éducation mathématique'*. Montpellier: IREM, 241-262.
- Roelens, M. e.a. (1994). Toestellen waar wiskunde in zit. *Uitwisseling* 10(4), 15-48. Leuven.
- Roelens, M. (1993). Christiaan Huygens als gastdocent. *Uitwisseling* 10(1), 19-62. Leuven
- Freitz, K. (1993). Die Zykloide. *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht* 46(6), 327-334.
- Maanen, J.A. van e.a. (1995). *Een complexe grootheid, leven en werk van Johann Bernoulli 1667-1748*. Utrecht: Epsilon Uitgaven.

Thema wiskunde van het vrije veld

Wat hebben bijecellen, gestapelde bollen en zeepbellen met elkaar te maken?

Zijn de fraaie zeepvliezen die wij bijvoorbeeld tijdens het afwassen in glazen kunnen zien heel willekeurig of zit er een structuur in? Is er wiskundig wat te zeggen over de hoeken die de zeepvliezen met elkaar maken?

In het vrije veld – buiten in de natuur – valt veel meer wiskunde te bedrijven. Naast verschijnselen van de natuur komen ook oriënteringsproblemen aan de orde. Hoe weet je waar je bent, of hoe weet je hoe hoog je je bevindt? Vroeger leverden berekeningen op grond van de stand van sterren en planeten belangrijke informatie voor het oriënteren tijdens verre reizen. Het GPS (Global Positioning System) is een moderne techniek die gebruik maakt van satellieten om heel precies te bepalen waar je je bevindt op de aardbol. Met behulp van deze techniek is ook de hoogte van een berg exact te bepalen. Het GPS is gebaseerd op mooie meetkunde.

Kortom, het vrije veld biedt een scala aan wiskundige toepassingen. De bijdragen in dit thema hebben een praktisch karakter, en u kunt er ideeën opdoen die direct in de klas – maar beter buiten in het open veld – gebruikt kunnen worden.

Geodesie en Wiskunde: het vizier gericht op plaatsbepaling

Ronald Molendijk

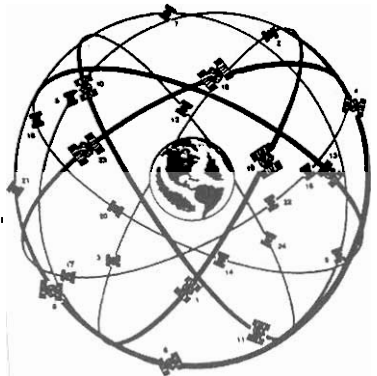
Meetkundige Dienst, Ministerie van Verkeer en Waterstaat, Delft

Vrijdag 13.40-14.25 uur

Hoe weet je waar je bent of hoe hoog je je bevindt? Hoe weet je of in Twente de aarde omhoog komt en in Den Haag daalt? Wat betekent dit voor de loop van het water en daardoor ook voor de overstromingskans? Met de geodesie kan een aantal van deze vragen verduidelijkt of beantwoord worden.

Geodesie wordt ook wel landmeetkunde genoemd. Vroeger hadden we de sterren en planeten als hulpmiddel om aan plaatsbepaling te doen. Nu hebben we onze eigen ‘sterrenhemel’ gemaakt, het Global Positioning System of kortweg GPS. Het GPS is een nauwkeurig plaatsbepalingssysteem dat gebruik maakt van meerdere satellieten die in een baan rond de aarde draaien.

Voor de meesten zal dit systeem eruit zien als een black box. Maar kijken we naar de binnenkant, dan zien we een scala aan toegepaste wiskunde. Voor een



deel lijkt dit op de traditionele landmeetkunde, maar er is meer.

De berekeningen komen vaak neer op het opstellen en oplossen van grote stelsels vergelijkingen. Een belangrijke rol is er voor de statistiek weggelegd, bijvoorbeeld bij het toetsen op fouten in de waarnemingen of in het model.

Meetkundige structuren in het vrije veld

Hans van Lint

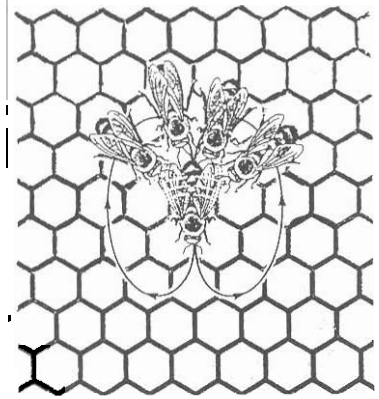
Zwolle

Vrijdag 15.45-17.15 uur

Overal om ons heen zien we *structuren*. In het vrije veld en in huis zijn er veel meetkundig interessante dingen te ontdekken. Iedereen ziet ze, maar laten we nu eens met een greep uit de grote voorraad aan het werk gaan.

Communiceren bijen met elkaar?

Dat moet toch haast wel bij zo'n intens samenwonend en samenwerkend volkje. Hoe geven ze de richting en de afstand van een gevonden nectarbron aan elkaar door? De *cellen* in de korf hebben een vrij *regelmatige vorm* die getuigt van groot economisch inzicht.



De *kratten met flessen* in de supermarkten leveren ook al stof tot nadenken, evenals doosjes met knikkers of sinaasappels. Zou je door handig te vullen meer balletjes in een doos kunnen krijgen? We gaan in de werkgroep enkele voorbeelden 'zien' en ook enkele 'winst'-berekeningen uitzoeken.

Wie de moeite neemt om eens niet de vaatwasser te gebruiken maar bijvoorbeeld de glazen met een zeepopje te wassen, ziet vaak de mooiste *vliesjes* in de glazen. Is dat allemaal willekeurig of zijn er wetten te bedenken die de vormen van de vliezen verklaren? De achterliggende theorie over *minimaaloppervlakken* is allesbehalve simpel. Misschien is dat de reden dat men vaak via het onderdompelen van modellen in zeepoplossingen uitermate goede ideeën opdoet over stabiele dakstructuren, zoals bijvoorbeeld het dak van het Olympisch Stadion in München.

We gaan in de werkgroep met een aantal '*draadmodellen*' vliezen maken en zullen ook de hoeken van de vlakken en de hoeken van de snijlijnen van de vlakken onderzoeken. Dit kan door wat simpel vouw-, knip- en plakwerk maar ook met wat (ruimte)meetkundig rekenen.

Als ook nog duidelijk wordt dat er bij veel van de te bespreken zaken *overeenkomsten* zijn, zal ook in deze ogenschijnlijk chaotische workshop structuur blijken te zitten.

literatuur en bronnen

Gould, J.L. and C.G. Gould. *De Honingbij*. Natuur en Techniek.

Hildebrandt, S. and A. Tromba. *Architectuur in de natuur*. Natuur en Techniek

Chaos in het zonnestelsel?

Prof. dr. A. Achterberg

Sterrenkundig Instituut, Universiteit Utrecht

Sterrenkundig Instituut 'Anton Pannekoek', Universiteit van Amsterdam

Zaterdag 9.00-9.45 uur

Onze tijdrekening is vrijwel geheel gebaseerd op periodieke verschijnselen in ons zonnestelsel: de rotatieperiode van de aarde (dag), de omlooptijd van de maan rond de aarde (maand) en de omlooptijd van de aarde rond de zon (jaar).

Dit doet vermoeden dat ons zonnestelsel in feite een zeer nauwkeurige klok is, een constatering waar planetarium-bouwers dankbaar gebruik van maken.

De laatste tien jaar is het echter duidelijk geworden dat op lange termijn de banen van planeten in ons zonnestelsel minder stabiel zijn dan men op het eerste gezicht zou denken.

In deze lezing bekijk ik verschillende aspecten van dit 'chaotisch' gedrag en de manier waarop men dit onderzoekt.

Metten in 't vrije veld

Klaas van der Veen, Acta Midden Nederland/Hogeschool van Utrecht

Kees Vergouwen, Hogeschool van Utrecht, Lerarenopleiding Natuurkunde

Zaterdag 9.50-10.50 uur

Deze werkgroep bouwt voort op jarenlange ervaringen met studenten aan de lerarenopleiding. Met de studenten (meestal combinatie wiskunde/natuurkunde) zijn metingen en waarnemingen in het vrije veld gedaan.

In de werkgroep zullen theorie en praktische metingen, als het weer het toelaat buiten, aan bod komen. We gaan ons onder andere bezighouden met drijvende balken (waar hangt de voorkeurspositie zoal vanaf?), polaroid plaatjes (kun je op een eenvoudige manier de polarisatiegraad van licht bepalen?) en een ballonoplatting om de windstructuur in de onderste lagen van de atmosfeer te bepalen (kun je de invloed van het aardoppervlak aantonen?).

Uiteraard wordt het bovenstaande als mogelijke context van de wiskundeles uitgewerkt.

Thema wiskunde om de wiskunde

In wiskunde om de wiskunde zal dit jaar de meetkunde centraal staan. Bij meetkunde denken we natuurlijk aan de traditie van de axiomatische methode, de Euclidische meetkunde van het platte vlak en de ruimte. Perspectief voerde tot de projectieve meetkunde, het onderzoek van de axioma's van Euclides tot de niet-euclidische meetkunde.

Toepassingen in de natuurkunde vragen differentiaal meetkunde. Niet alleen is de algemene relativiteitstheorie zonder deze meetkunde niet te begrijpen, maar ook de nieuwste werkwijze in de fundamentele natuurkunde, de zogenaamde strings en superstrings zijn in wezen meetkundige objecten.

Naast de meer abstracte meetkunde, zoals meer-dimensionale en algebraïsche meetkunde, zijn problemen uit de topologie, de combinatorische meetkunde en de robotica vandaag de dag actueel. Vorig jaar is tijdens de Nationale Wiskunde Dagen de relatie tussen de moderne algebraïsche meetkunde en getaltheorie aangestipt en al heel lang is het verband tussen meetkunde en groepentheorie duidelijk. De bewegingsmeetkunde is daar een voorbeeld van.

In het programma van de Nationale Wiskunde Dagen zullen zowel klassieke als actuele problemen aan de orde komen. Maar in ieder geval gebracht als aanschouwelijke meetkunde!

Meetkundige configuraties

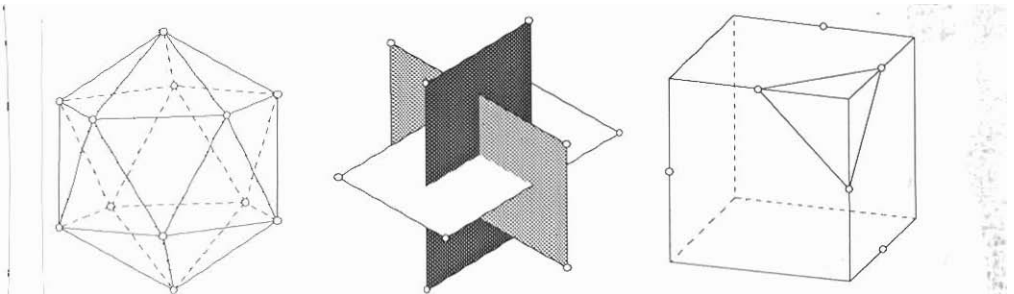
J.J. Seidel

Eindhoven

Vrijdag 13.40-14.25 uur

1 Gram matrix

Voor een stelsel vectoren in de Euclidische ruimte is dit de matrix van de inproducten der vectoren. Onze voorbeelden leiden tot de zes diameters van een regelmatig icosaeeder ($\cos = \sqrt{\frac{1}{5}}$), de zes rechten van het wortelsysteem D_3 ($\cos = 0$ of $\frac{1}{2}$).



2 *Het elliptische vlak*

Bekijk \mathbf{R}^3 met standaard inproduct. Elliptische punten (respectievelijk lijnen) zijn de deelruimten van dimensie 1 (respectievelijk 2). De elliptische afstand is de hoek tussen de deelruimten. De elliptische meetkunde van dimensie 2 heeft eenvoudige axioma's en interessante metriek.

3 *Hogere dimensie*

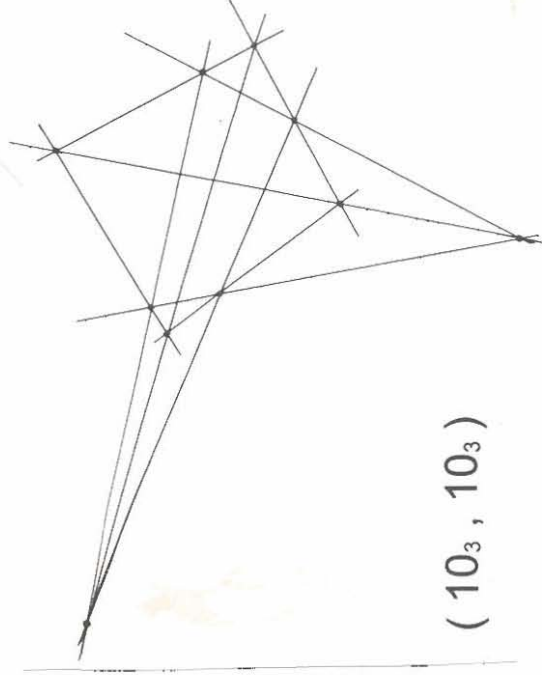
Elke graaf definieert een stelsel equidistante elliptische punten. De wortelsystemen van type A, D, E zijn de stelsels elliptische punten met afstanden 60 en 90 graden.

Vlakke meetkunde uit de ruimte bekeken

F. van der Blij
Bilthoven

Vrijdag 15.45-16.45 uur

Sommige stellingen uit de vlakke meetkunde laten zich eenvoudig bewijzen door het vlak in de driedimensionale ruimte in te bedden. Van andere stellingen uit de vlakke meetkunde bestaan directe generalisaties naar drie en meer dimensies. Maar er zijn ook stellingen die geen generalisatie kennen of waarbij de situatie wezenlijk verandert bij de overgang naar hogere dimensies. Er zijn in het platte vlak oneindig veel regelmatige n -hoeken, maar er zijn in de driedimensionale ruimte maar vijf regelmatige veelvlakken.



(10_3 , 10_3)

De stelling van Desargues over de configuratie met tien lijnen en tien punten is bijna een trivialeit als de meetkunde van de ruimte gebruikt wordt. Maar een zuiver vlakke-meetkundebewijs heeft heel wat voeten in de aarde. Zou het wel kunnen? De negenpunts-cirkel van Feuerbach is direct naar de ruimte te generaliseren, maar is de figuur van de drie elkaar in één punt snijdende hoogtelijnen van een driehoek dat ook?

In het platte vlak kunnen we de complexe getallen te hulp roepen en met dat algebraïsch hulpmiddel soms heel mooie bewijzen van meetkundestellingen geven. Zijn er ook zulke hulpmiddelen in de driedimensionale ruimte? En in hoger dimensionale ruimten?

Is er een algemene verklaring voor dit soort verschijnselen? Een verdere vraag is of dezelfde fenomenen optreden bij de overgang van drie naar vier dimensies.

Invloed, conflict en contact in de meetkunde

Dirk Siersma

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

Zaterdag 9.00-9.45 uur

- Hoe verdeelt men visserijzones tussen een aantal eilanden in de zee?
- Wat is de dichtstbijzijnde planeet in de ruimte?
- Wat is de opdeling van Nederland in provincies als we de afstand tot de provinciehoofdstad minimaal nemen?

Wiskundig bekijken we afstanden tot diverse objecten in het vlak of de ruimte (punten, lijnen, cirkelschijven, bollen, eilanden in de zee). Punten die dichterbij een object A liggen dan bij andere objecten behoren tot de invloedssfeer van A . De randen ervan zijn de conflictgebieden.

Voorbeelden leveren als conflictverzamelingen: middelloodlijnen, bissectrices, parabolen, zadelvlakken, enzovoort. Daarnaast komen 'drielandenpunten' veelvuldig voor, maar soms ook ingewikkelder conflictpunten.

Er zijn verbanden met ingeschreven en omschreven cirkels, de cirkels van Apollonius, maar ook met Voronoi-betegelingen in het vlak, enzovoort.



Nederland heringedeeld volgens Voronoi

literatuur en bronnen

- Aurenhammer, F. Voronoi Diagrams - A Survey of a fundamental geometric data structure. *ACM computing surveys*, Vol 23, no 3, pp. 343-405.
- Boots, B. N. Voronoi (Thiessen) Polygons. *Geobooks*. Norwich. ISBN 0 86094 221 X.
- CATMOG (serie). Concepts and Techniques in Modern Geography, 45.
- Goddijn, A.J. en W. Reuter (1995). Afstanden, grenzen, gebiedsindelingen. *Nieuwe wiskunde tweede fase: profiel N&T. Domein Vlakke Meetkunde*. Utrecht: Freudenthal Instituut.
- Goddijn, A.J. (1995). Brand, regen, hunnebedden, steunlijnen en kapen. *Nieuwe Wiskrant* 14(4), pp. 51-57

De meetkunde van de dynamica

Floris Takens

Mathematisch Instituut, Rijksuniversiteit Groningen

Zaterdag 9.50-10.50 uur

Sinds mensenheugenis probeert men grip te krijgen op datgene wat om ons heen beweegt: sterren, planeten, vogels. Hoewel ook de stemmingen van de beurs of van een mens aan bewegingen onderhevig zijn ... De laatste paar honderd jaar zijn er voor sommige bewegingen wetmatigheden ontwikkeld, zoals die van Newton en Hooke, de principes van d'Alembert en Hamilton. Hiermee laten zich bewegingen vaak nog niet concreet berekenen, zoals aan het einde van de vorige eeuw bleek uit het werk van Poincaré. Iets eenvoudigs als de beweging van drie lichamen onder invloed van hun wederzijdse aantrekking, ontsnapt ons in dit opzicht al.



Poincaré introduceerde enkele meetkundige begrippen die helpen bij het krijgen van inzicht in het totaal van alle mogelijke bewegingen (ofwel de dynamica). Een voorbeeld hiervan is het stroboscopische faseportret, onder andere dienstig voor het beschrijven van de dynamica van een schommel.

Door geschikte momentopnamen van het systeem ontstaat een tweedimensionale figuur, waaraan onder andere chaos af te lezen valt: één van de redenen voor de onberekenbaarheid van concrete bewegingen.

In de voordracht behandelen we gewone en stroboscopische faseportretten, daarbij uitlegend wat hun rol is bij het begrijpen van dynamica.

Niet thema-gebonden presentaties

Naast de lezingen die bij de zes thema's worden beschreven zijn er nog vier presentaties die om organisatorische dan wel om inhoudelijke redenen niet aan een thema gebonden zijn. Van deze lezingen vindt u hieronder de samenvattingen

Waar experimentele wiskunde en theoretische biologie elkaar ontmoeten

Prof.dr. Pauline Hogeweg

Theoretische biologie en bio-informatica, Universiteit Utrecht

Vrijdag 13.40-14.25 uur

Het ontstaan van macroscopische structuren met een eigen dynamica door eenvoudige lokale interacties is een belangrijk onderzoeksterrein, zowel voor de experimentele wiskunde als voor de theoretische biologie.

Cellulaire automaten (CA) werden in de veertiger jaren door Ulam bedacht als formalisatie van lokale interacties die complexe structuren genereren, en van hem is dan ook de term 'experimentele wiskunde'.

In deze voordracht zullen we cellulaire automaten introduceren, en een aantal voorbeelden behandelen waarmee dit formalisme ons theoretisch inzicht in bio-informatische processen heeft verdiept.

Spiralen en wenteltrappen

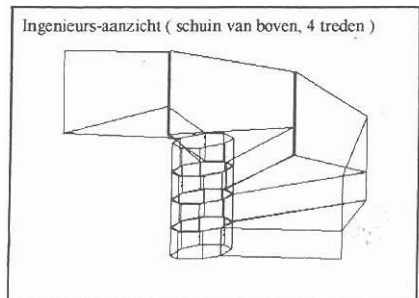
Michiel Doorman en Monica Wijers

Freudenthal instituut, Universiteit Utrecht

Vrijdag 15.45-16.45 uur

Wervelwinden, slakkehuizen en schelpen zijn voorbeelden van spiralen die je kunt classificeren. Wenteltrappen, klimrekken en bruggen zijn ruimtelijke figuren die je zelf kunt ontwerpen. In het PRINT-project 'IT in het studiehuis wiskunde' werken leerlingen uit 4vwo aan classificatie- en ontwerp-opdrachten waarbij computergebruik en eigen inbreng van belang zijn.

Twee voorbeelden. Een groepje leerlingen



ontwerpt een wenteltrap. Ze hebben net geleerd wat ruimtelijke coördinaten zijn, maar moeten rond komen zonder goniometrie. Een andere groepje onderzoekt spiralen. Na ieder rondje bekijken ze de afstand tot het centrum en maken zo tabellen en formules.

Als er steeds
hetzelfde cyfer uitkomt dan is het
lineair. Het is kwadratisch als je het
verschil in cyfers berekent en er komt
met hetzelfde uit en dan weet je
het verschil en dan moet er wel hetzelfde
uitkomen. Exponentieel is het als je de
cyfers door elkaar deelt en hetzelfde uitkomt.

Deze werkgroep gaat over spiralen, ruimtelijk ontwerpen, zelfstandig werken, computers en internet in het wiskundeonderwijs. Computers en internet? Computers zijn handige hulpmiddelen bij het classificeren van spiralen en het ontwerpen van een wenteltrap. En internet, dat is een informatie- en inspiratiebron.

Over de fundamentele betekenis van de axiomatische inkleiding van de wiskunde

S.J. Doorman

Faculteit der wijsbegeerte, Erasmus Universiteit

Zaterdag 9.00-9.45 uur

Voor een goed begrip van de betekenis van de wiskunde voor onze culturele en intellectuele traditie is enig inzicht in de axiomatische methode noodzakelijk. Doch ook voor een helder beeld van de aard van het vak wiskunde zelf is deze kennis belangrijk!

Gepoogd zal worden om aan te geven hoe een en ander in onderwijssituaties kan worden gerealiseerd.

Rekenen aan drinkwater: leidingnetberekeningen met ALEID

Willemieke van der Ent

Kiwa Onderzoek en Advies, Nieuwegein

Zaterdag 9.50-10.50 uur

Waterleidingbedrijven hebben als opdracht schoon drinkwater te leveren met een voldoende hoge druk. De laatste fase voor de aflevering van het water aan de consument is het transport van het water door het leidingnet.

De processen in het leidingnet zijn van invloed op de druk en de kwaliteit van het drinkwater. Om inzicht te krijgen in deze processen kan een wiskundig model van de hydraulische aspecten van een leidingnet gebruikt worden.

In Nederland gebruiken de meeste waterleidingbedrijven voor de analyse van hun leidingnet het Kiwa-leidingnetberekeningsprogramma ALEID, dat in opdracht van de VEWIN (Vereniging van Waterleiding Exploitanten in Nederland) door Kiwa is ontwikkeld. In ALEID is een dergelijk wiskundig model geïmplementeerd en voorzien van een grafische gebruikersinterface, waarin het leidingnet getekend wordt en berekende informatie gepresenteerd kan worden.

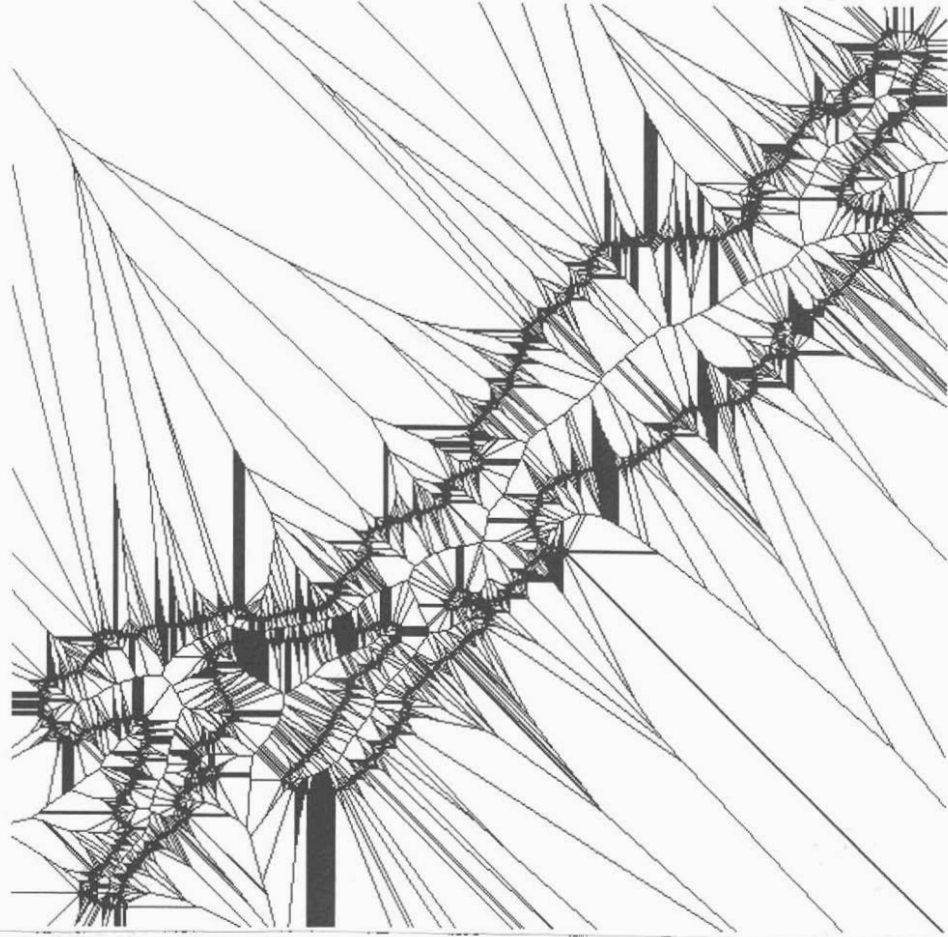
In de voordracht zal achtereenvolgens ingegaan worden op:

- Wat zijn de toepassingsmogelijkheden van leidingnetmodellen?
- Hoe is het achterliggende wiskundige model opgebouwd?
- Modelgevoeligheden, detailaspecten van de toepassing (met ALEID).

literatuur en bronnen

Kop, J.H. e.a. (1994). *Watertransport onder druk*. Collegehandleiding nr. 30. Delft: TU Delft, Fac. der Civiele Techniek, oktober 1994.

Todini, E. en S. Pilati (1988). A Gradient Algorithm for the analysis of Pipe Networks. In: B. Coulbeck (ed.). *Computer Applications in Water Supply*. RSP / Wiley.



De volgende vraag sluit aan bij de bijdrage van Dirk Siersma in het thema Wiskunde om de wiskunde.

Op de WWW-pagina 'Geometry in action' staan enkele verwijzingen naar toepassingen van Voronoi-betegelingen. Het plaatje hierboven komt uit één van die toepassingen. Bekijk deze door te klikken op Geometry in action en probeer te achterhalen of dit plaatje wordt gebruikt voor:

- het bepalen van 'de as' van een meer (voor een geografisch stromingsnetwerk);
- het classificeren van een amoebe met behulp van haar 'Voronoi-skelet';
- het modelleren van de verspreiding van een besmettelijke ziekte in een stad.

Overige activiteiten

De Nationale Wiskunde Dagen zijn in belangrijke mate bedoeld als ontmoetingsplaats. De koffie-, thee- en lunchpauzes bieden u de gelegenheid van gedachten te wisselen met collega's. Het Leeuwenhorst Congres Centrum biedt bovendien voldoende rustige hoekjes om u terug te trekken om samen met een collega over de wiskunde en het wiskundeonderwijs te praten.

Naast het inhoudelijke gedeelte is er op de Nationale Wiskunde Dagen nog veel meer te zien en te beleven. Hieronder beschrijven we de 'wandelingen' en het avondprogramma.

Expositie

In de gang van de H-vleugel en bij het Auditorium is een expositie. Deze staat vooral in het teken van meetkunde en meten. Meetkunde is bij uitstek een vak dat je moet doen. Tijdens de Nationale Wiskunde Dagen zullen diverse meet-opstellingen worden tentoongesteld, niet alleen om naar te kijken, maar ook om mee te 'spelen'.

Maria Bartolini Bussi neemt een aantal machines mee waar ze in haar plenaire lezing over vertelt en er zal ook een videoband te zien zijn van de machines die in Italië zijn achtergebleven. U kunt ook experimenteren met op de computer gesimuleerde machines.

Enkele sprekers die een bijdrage verzorgen binnen het thema 'Wiskunde van het Vrije Veld' nemen (meet)apparatuur mee. Zo zal de faculteit der Geodesie van de Technische Universiteit in Delft een aantal landmeetkunde-opstellingen meebrengen. Onder begeleiding van deskundigen kunnen geïnteresseerden met deze apparatuur zelf richting, plaats, afstand en hoogte bepalen. Als het weer het toelaat, zal de apparatuur ook 's avonds gebruikt worden om te meten aan de sterrenhemel. Bij de practicum-opstellingen van de faculteit der Geodesie treft u ook informatie aan over hoe u dergelijke metingen op school kunt uitvoeren.

In de expositieruimte bij het Auditorium zullen ook videobanden getoond worden van onder andere de zeepbellen van Isenberg, de apparaten van Bartolini Bussi en de cellulaire automaten van Hogeweg.

Multimedia en Internet-quiz

Ook in de wiskunde is het gebruik van multimedia voor onderzoek en onderwijs in de lift. Diverse CD-ROM's zijn inmiddels ontwikkeld en een dagje 'snuffelen' op het World Wide Web levert een schat aan informatie op. De informatiemaatschappij laat zijn invloed gelden, ook binnen de wiskunde. Op deze Nationale Wiskunde Dagen kunt u kennis maken met enkele producten op dit gebied. Onder andere is er de mogelijkheid om rond te kijken op het Internet.

In B4 is een practicum ingericht met 15 computers. U kunt hier tijdens de vrije momenten zelf op onderzoek. Een aantal sprekers neemt computer-programmatuur mee die aansluit bij hun bijdrage. Verder heeft u de mogelijkheid om het Web (<http://www.fi.ruu.nl>) te verkennen aan de hand van een speciaal voor deze Nationale Wiskunde Dagen ontwikkelde Internet-quiz. De prijsuitreiking van deze quiz is zaterdag om 12 uur in het Auditorium. Op pagina 38 vindt u alvast één van de quizvragen.

Informatiemarkt

Op de informatiemarkt in H4 kunt u stands vinden van organisaties, instellingen en instituten die zich op een of andere wijze met wiskunde of wiskundeonderwijs bezighouden.

U treft er stands aan van:

- Algemeen Pedagogisch Studiecentrum
- boekhandel Broese Kemink
- Computer Algebra Nederland
- Freudenthal instituut
- Hogeschool van Utrecht
- LEKOPRO
- Open Universiteit
- Stichting Vrouwen en Exacte Vakken
- Texas Instruments
- Uitgeversmaatschappij Thieme
- Vierkant
- Wisc
- Wiskunde A-lympiade
- Wolters-Noordhoff.

De openingstijden van de informatiemarkt zijn:

vrijdag	10.00 - 11.00 uur
	12.00 - 14.30 uur
	15.15 - 18.00 uur
	19.30 - 20.30 uur
zaterdag	8.30 - 11.15 uur.

Puzzeldokter

Jan de Geus
Den Haag

U kent vast wel de situatie dat er een leerling bij u komt met een leuk puzzeltje, dat hij of zij op een verjaardag heeft gehoord. Wij, als wiskundeleraren, moeten het dan meestal ook oplossen. In mijn hoedanigheid als puzzelredacteur van het tijdschrift Euclides ervaar ik hetzelfde op een iets hoger niveau. Als lid van de Nederlandse Kubus Club maak ik precies hetzelfde mee: veel mensen hebben thuis een puzzel, waarvan men de oplossing niet kent. Dit zijn dan meestal manipulatiepuzzels: blokjes in een doosje doen, een touwtje losmaken of een $5 \times 5 \times 5$ kubus oplossen, enzovoort.

Als u ook zo'n puzzel thuis in de la heeft liggen en u wilt nu eindelijk eens de oplossing weten, *neem hem dan mee naar deze NWD!!* Ik wil graag proberen de oplossing te vinden. U kunt mij vinden in een hoekje in de gang van de H-vleugel.

Puzzel mee en win een prijs!

Opgave 1

Bewijs dat de positieve wortel van $x(x+1)(x+2) \dots (x+1966) = 1$, kleiner is dan $\frac{1}{1996!}$

Opgave 2

Het solitaire spel bestaat uit een bord met pionnen of knikkers. Hiernaast vindt u de nummering van de velden.

Meestal wordt pion d4 weggehaald en dan gaat men spelen: met (bijvoorbeeld) pion d6 springt men over d5 naar het lege veld d4. Pion d5 wordt nu verwijderd. Men springt alleen horizontaal of verticaal. Probeer nu zó te springen dat de laatste pion in d4 terecht komt.

In elke klas kennen één of twee leerlingen zo'n zettenreeks uit hun hoofd.

	a	b	c	d	e	f	g
1			c1	d1	e1		
2			c2	d2	e2		
3	a3	b3	c3	d3	e3	f3	g3
4	a4	b4	c4	d4	e4	f4	g4
5	a5	b5	c5	d5	e5	f5	g5
6			c6	d6	e6		
7			c7	d7	e7		

De opgave voor u luidt: Beschrijf een les, waarin u de leerlingen een algemene methode aanleert die dit soort problemen oplost. De methode moet zo duidelijk zijn dat een brugklas het in één lesuur begrijpt (en het na een jaar nog kan reproduceren).

Oplossingen inleveren bij de inschrijvingsbalie op vrijdagochtend, tussen 9 en 11 uur. De prijsuitreiking is zaterdag om 12 uur in het Auditorium.

Twee plezierdichters

Vrijdagavond kunt u genieten van een optreden van twee plezierdichters: Marjolein Kool en Drs. P.

Wie in de wiskundeles roept: 'Ik snap het niet', wordt serieus genomen en krijgt meteen alle steun, uitleg en aandacht die hij zich wenst. Wie na het lezen van een gedicht roept: 'Ik snap het niet', wordt meewarig aangestaard. Gedichten – zo vindt men – moet je niet begrijpen, die moet je ondergaan en op je in laten werken. Gedichten roepen diepere gevoelens bij je op en zoeken de toegang tot je ziel. Wie dat niet aanvoelt, is een cultuurbaarbaar. Dus luister naar een goede raad: Als u iemand met omfloerste stem zweverige wartaal hoort uitslaan, pink dan vooral ontroerd een traantje weg, want dat getuigt van een hoge innerlijke ontwikkeling.

Marjolein Kool (1958), wiskundelerares en Neerlandica, moet niets van dit vage gezemel hebben. Ze schrijft 'light verse' – vormvaste verzen waar om gelachen mag worden – en treedt daarmee succesvol op in het land. Ze heeft haar uitgever te danken aan Nico Scheepmaker die in zijn columns enthousiast over haar werk schreef. Haar bundel *Autowrak en opklapbed* beleeft thans zijn derde druk en ook haar boekje *Python in de plantentak* vliegt over de toonbank. Ze schreef liedjes voor het televisieprogramma 'De Ministars' en op vele basisscholen in het land worden haar vrolijke kinderliedjes gezongen. Marjolein neemt in haar werk kleine, alledaagse gebeurtenissen op de hak. Daarbij wordt het onderwijs niet gespaard en zelfs komische wiskundeverzen behoren tot de mogelijkheden.

Sinds kort werken Marjolein Kool en Drs. P. samen aan een bijzonder gedichtenproject en misschien krijgt u daar vanavond alvast iets van te horen. Wie op zoek is naar depressieve, hermetische poëzie moet vooral niet komen luisteren.

Drs. P. behoeft geen nadere introductie. Biografie: Geb. 1919 Thun (Zwits.), geïmmigr. '22, afgestud. '50 (bedrijfs-ec. R'dam), werksz. researchbureau, encyclop. en recl. (o.a. Indonesie). Woont in A'dam. Gehuwd. 1 kat. Treedt op. Geen bezoek, geen bloemen.



Muziek

De naam 'Low jo jo stuff' is ontleend aan de titel van een song die ooit gebracht werd door 'Captain Beefheart'. Het meeslepende geluid van blues, rock en ballads, dat door de band met absolute overtuiging wordt gebracht, maakt van een gezellige avond een absoluut feest.

Een krachtige, vaak ontwapenende stem, omlijst door melodieuze gedreven muziek van hoog niveau, zorgt ervoor dat je je helemaal laat gaan. En dan doe je je 'Low jo jo stuff'. Door de jarenlange muzikale ervaringen van de bandleden, hebben ze zich meester gemaakt van het instrument dat ze bespelen.

Met een dosis gevoel en gedrevenheid wist 'Low jo jo stuff' zich binnen zeer korte tijd tot een veel gevraagde en goed draaiende band te maken.



Freek
Justin
Gijs

zang
gitaar, zang
gitaar

Reinier
Onno
René

synthesizer
bas, zang
drums

Fun run

Op de Nationale Wiskunde Dagen van vorig jaar bleek de fun run een ongekend succes te zijn. Ondanks de kleine uurtjes van de vrijdagavond wisten maar liefst 70 deelnemers na 6.0 kilometer hardlopen de finish te bereiken. Reden genoeg dus om dit succesnummer weer in het programma op te nemen.

Naar verluidt zou het Nationale Wiskunde Dagen ronderecord op ongeveer 19 minuten 50 seconden staan. Dit jaar zal de tijdwaarneming een serieuze aangelegenheid worden.

De start is stipt om 7.15 uur in de morgen.

Deelname is gratis en als beloning ligt er een prachtig T-shirt voor u bij de finish te wachten. Er is geen tijdslimiet, maar u wordt vriendelijk verzocht vóór de eerste lezingen terug te zijn.



Nationale Wiskunde Dagen 1997

De derde Nationale Wiskunde Dagen zijn gepland op **vrijdag 31 januari en zaterdag 1 februari 1997**. Bij het organiseren van deze derde Nationale Wiskunde Dagen hopen we gebruik te kunnen maken van uw opmerkingen en suggesties naar aanleiding van de Nationale Wiskunde Dagen van dit jaar. Omdat wij graag willen weten wat u van de Nationale Wiskunde Dagen vindt, ontvangt u bij binnenkomst een evaluatieformulier.

Wij hopen dat u uw opmerkingen gedurende de twee dagen wilt noteren en het formulier aan het eind wilt inleveren bij het secretariaat in F10. Wij stellen uw mening zeer op prijs!