

Nationale Wiskunde Dagen

Nationale Wiskunde Dagen 2006

Voorwoord en welkom

NWD 12 staat voor de deur. Twaalf. Een mooi getal met veel delers. De som van de delers is zelfs groter dan het getal zelf. Of is dat niet zo bijzonder? Over de schoonheid van twaalf valt te twisten.

Over wiskunde valt te twisten. Waar gaat wiskunde over? Wiskunde is voor sommige mensen een soort Latijn dat buiten wat monnikenwerk nauwelijks enige praktische waarde heeft. Er zijn mensen die vinden dat wiskunde op school een onevenredige hoeveelheid tijd claimt. Tijdens deze NWD worden er echter weer veel toepassingen van wiskunde getoond die iedereen van de waarde zouden moeten overtuigen: kwantummechanica dankzij wiskunde, wiskunde en logistiek, neuro imaging, cryptografie, etcetera. Het staat allemaal op het programma.

Over wiskundeonderwijs valt te twisten. Welke wiskunde moeten leerlingen nog leren? Hoeveel tijd mag wiskunde claimen? Een kwestie van smaak? Leerlingen moeten leren staartdelen! Tweedegraads vergelijking horen tot de basisstof, anders kunnen ze een vervolgopleiding wel vergeten! Wiskunde is voor leerlingen belangrijker dan een dieper inzicht in energie of klimaat! In de media is er wel aandacht voor deze problematiek en dergelijke stellingen, maar met weinig nuance. De berichtgeving werkt eerder polariserend dan dat er sprake is van een productieve discussie. Tijdens deze NWD proberen we juist daar ruimte voor te maken. Er wordt gedebatteerd over de aansluiting van tweede fase naar hoger onderwijs, met wiskundigen onder elkaar.

Tijdens de NWD kunnen we twisten. In de goede zin van het woord: de discussie benutten om ideeën te verhelderen en te exploreren. Speel daarbij ook eens advocaat van de duivel. Laten we elkaar uitdagen om argumenten te formuleren die het bestaansrecht van ons vak verscherpen. Argumenten die in deze tijd hard nodig zijn. We zullen de twist ondersteunen. Ook vrijdagavond tot 01.00 uur.

Over smaak valt te twisten. Eén ding staat echter buiten kijf: de NWD is dit jaar weer een evenement met een prachtig programma. Daarvoor alvast dank aan de leden van de programmacommissie en aan de sprekers die belangeloos optreden. Desondanks horen we graag hoe we kunnen verbeteren. Want de kwaliteit van de NWD is geen kwestie van smaak. En dat willen we graag zo houden.

Allen veel plezier toegewenst tijdens de NWD 2006!

Michiel Doorman

Plenaire lezingen

Er staan drie plenaire lezingen op het programma. De voordracht op zaterdag is in het Engels. Alle plenaire lezingen vinden plaats in het Atrium.

Bestaat toeval?

Prof.dr. Klaas Landsman

Faculteit der Natuurwetenschappen, Radboud Universiteit Nijmegen

vrijdag 11.30-12.15 uur

Alle vormen van waarschijnlijkheid die men in het dagelijks leven tegenkomt zijn een gevolg van onze onwetendheid, en niet van 'echt' of intrinsiek toeval (denk aan dobbelen of een loterij). Bestaat waarachtig toeval eigenlijk wel?

Deze vraag was tussen 1925 en 1935 inzet van een verhit debat tussen Albert Einstein en Niels Bohr, de twee grootste fysici van de twintigste eeuw. Einstein stelde dat 'God niet dobbelt'; Bohr maande hem niet te dicteren hoe God (waarmee beiden in feite 'de natuur' bedoelden) zich te gedragen had. Dit debat leek in eerste instantie te verzanden, maar werd in 1964 door John Bell met behulp van een zuiver wiskundig argument beslecht in het voordeel van Bohr.

Bell formuleerde bepaalde ongelijkheden voor correlaties (dit zijn kansen dat twee gebeurtenissen beide plaatsvinden), zodanig dat als het onderliggende toevalsproces een gevolg is van onze onwetendheid, dan aan deze ongelijkheden is voldaan. Als de correlaties van een bepaald toevalsproces dus niet aan de ongelijkheden van Bell voldoen, is het toeval intrinsiek. Bepaalde correlaties in de microscopische natuur blijken zowel volgens de kwantummechanica als volgens het experiment niet aan de bewuste ongelijkheden te voldoen, zodat toeval inderdaad echt bestaat - zij het slechts op zeer kleine schaal.



Deze conclusie geldt als een van de diepste resultaten van de moderne wetenschap, maar is toch voor scholieren toegankelijk te maken, bijvoorbeeld als onderwerp van een profielwerkstuk. Het mooie van het verschijnsel 'toeval' is daarbij dat het enerzijds in ieders belevingswereld voorkomt, terwijl het anderzijds met grote wiskundige diepgang besproken kan worden. De in een dergelijk profielwerkstuk bereikte diepgang stijgt behoorlijk uit boven die van de kansrekening op de middelbare school, zonder daar evenwel volledig los van te staan of anderszins hopeloos moeilijk of abstract te zijn. Op deze manier heeft het onderwerp het voordeel dat de alledaagse werkelijkheid onmiddellijk in verband kan worden gebracht met hogere wiskunde. Als klap op de vuurpijl speelt ook de niet zo alledaagse wereld van de mysterieuze kwantumtheorie (die zelfs een genie als Einstein te veel was) een centrale rol. Wat wil je nog meer!

Literatuur en bronnen

Landsman, K. (2005). *Requiem voor Newton*. Amsterdam: Contact.

Muqarnas: Meetkunde, Muziek, Magie

Dr. Yvonne Dold-Samplonius

**Interdisziplinäres Zentrum für Wissenschaftliches Rechnen (IWR),
Universität Heidelberg, Duitsland**

vrijdag 20.30-21.15 uur

Deze lezing wordt mede mogelijk gemaakt door getal en ruimte

Stalactietengewelven, 'muqarnas' in het Arabisch, komen overal voor in de islamitische architectuur. Volgens een eenvoudig meetkundig schema opgebouwd uit maar weinig verschillende elementen, verspreiden de driedimensionale vormen de magische indruk van de Oriënt. Hele oude elementen komen uit Nishapour, in het oude Perzië, de stad waar de wiskundige en astronoom Omar Khayyam in de elfde eeuw werkte. Hij was in zijn tijd beroemd omdat hij alle vergelijkingen van de derde graad kon oplossen.



In het westen is hij vooral bekend door de negentiende-eeuwse Engelse vertaling van bijna 600 van zijn kwatrijnen door Edward Fitzgerald. In het Perzisch gezongen en gereciteerd laten ze de oriëntalische magie horen. Foto's en animaties wekken in deze lezing de fascinerende wereld van de islamitische (bouw)kunst tot leven.

Literatuur en bronnen

Muqarnas website: www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/ngg/Muqarnas

From Flatland to Sphereland to the Fourth Dimension

Prof. Thomas Banchoff

Department of Mathematics, Brown University, USA

zaterdag 11.45-12.30 uur

Edwin Abbott Abbott's Flatland and the sequel Sphereland by Dionys Burger have inspired generations of teachers and students to explore dimensions higher than our own. This presentation will feature interactive illustrations on the internet for use in geometry courses at all levels, as well as four-dimensional images from the surrealist paintings of Salvador Dalí.

I became fascinated by the challenges of visualizing the fourth dimension as a young student and continued to explore geometric topics through my studies, leading up to a post-doctoral year with Prof. Nicolaas Kuiper as a Wetenschappelijk Medewerker at the Universiteit van Amsterdam 1966-67. Upon arriving at Brown University in 1967, I began working with computer scientists, and then with undergraduate students, on programs that made it possible to interact with geometry in higher dimensions and to share new insights with colleagues and students in mathematics and mathematics education. I worked with many writers on higher dimensions, including Dr. Dionys Burger, author of Sphereland, as well as the artist Salvador Dalí. My current work explores the use of the internet in geometrical teaching and research.



*Corpus Hypercubus,
Salvador Dalí (1954)*

Literatuur en bronnen

www.math.brown.edu/TFB/CON2003, put together by my students for my 65th birthday, particularly the sites in the sections 'mathematical artwork' and 'on-line mathematics'.

Wiskunde en fysica

Fysische problemen zijn altijd een belangrijke drijfveer geweest voor de ontwikkeling van nieuwe wiskundige theorieën. In de zeventiende eeuw moest Newton de differentiaal- en integraalrekening, die hij nodig had voor zijn natuurkundige hypothesen, zelf ontwikkelen. Een ommetje naar dit keerpunt in de geschiedenis van zowel de fysica als de wiskunde, is in dit thema zeker op zijn plaats. We laten ook een hedendaagse fysicus aan het woord over de problemen die hij ondervindt wanneer de benodigde wiskunde nog niet bestaat of nog niet zo bekend is.

Veel theorieën in de wiskunde ontstaan echter ook los van enige bekommernis om hun toepassingen. Maar na verloop van tijd ontdekt men meer dan eens dat deze wiskundige begrippen verrassend geschikt zijn om in natuurkundige modellen te gebruiken.

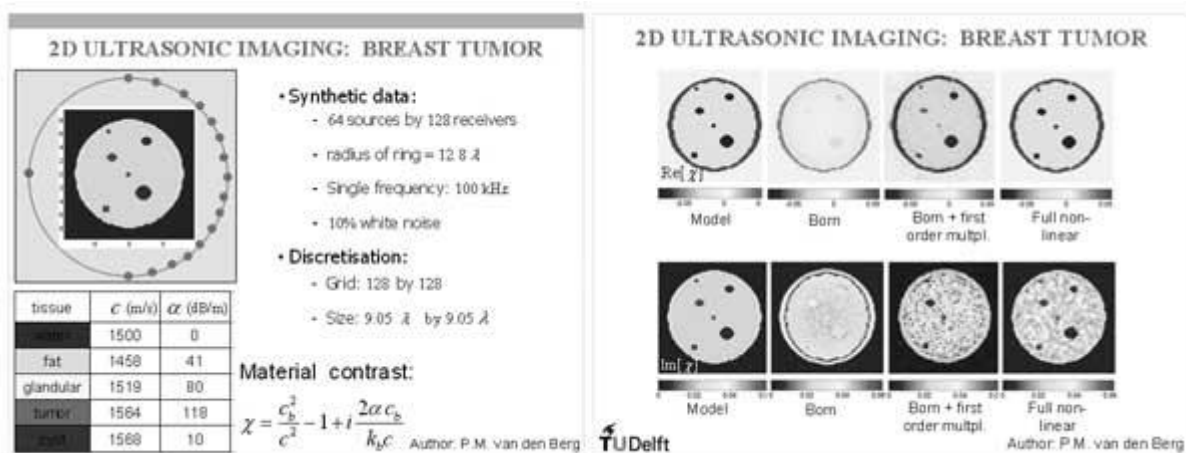
Verder willen we nagaan in hoeverre bepaalde centrale ideeën uit de wiskunde invloed uitoefenen op de keuzes die fysici maken bij het beschrijven van de natuur, bijvoorbeeld bij de hedendaagse concurrerende modellen in de elementaire-deeltjesfysica.

Afbeeldingstechnieken, wiskunde en causaliteit

Prof.dr.ir. Dries Gisol
Technische Natuurwetenschappen, TU Delft

vrijdag 14.00-14.45 uur

Technieken om te kijken naar en afbeeldingen te maken van inhomogene media (zoals organen en aardlagen), zijn gebaseerd op de manier waarop elektromagnetische en akoestische golven zich door het medium voortplanten. De fysica van deze voortplanting is het samenspel van twee fundamentele eigenschappen, de doorlaatbaarheid en geleiding van het medium, die in gelineariseerde fysische relaties zijn vastgelegd.



Voor electro-magnetische golven hebben we de elektrische en magnetische veldsterkte die door de Maxwell-vergelijkingen met elkaar verbonden worden.

Voor akoestische golven hebben we de druk en de deeltjes snelheid, gekoppeld door de wetten van Hooke en Newton, die de stijfheid en de traagheid van het medium beschrijven.

Hier eindigt de fysica en begint de wiskunde. Het fysische gegeven van twee gekoppelde lineaire partiële differentiaalvergelijkingen, leidt tot een groot veld van fascinerende toepassingen die allemaal op zuiver wiskundige principes zijn gebaseerd.

Het boeiende van de hier te bespreken afbeeldingsmethoden is dat zij gebaseerd zijn op een

wiskundige vermenging van causale en anti-causale golfvelden. Dit principe leidt ook tot de zogenaamde 'reverse acoustic', bijvoorbeeld gebruikt voor niersteenvergruizing of stralingstherapie. De afbeeldingsmethoden worden geïllustreerd met voorbeelden uit non-destructief materiaalonderzoek, medische afbeeldingen en seismische afbeeldingen van aardlagen.

Literatuur en bronnen

Zie ook: www.ak.tn.tudelft.nl.

Tussen statistiek en dynamica ... grote gevechten van de theoretische fysica

**Prof.dr. Christian Maes
Instituut voor Theoretische Fysica, KU Leuven, België**

vrijdag 15.30-16.15 uur

De universele gravitatiewet van Newton samen met de bewegingsvergelijkingen uit de klassieke mechanica, combineren in absoluut geldende wetten. De dynamica wordt beheerst door krachten en leidt bij gegeven begin- en randvoorwaarden tot geometrische en analytische problemen. Het is de wiskunde van differentiaalvergelijkingen en van de meetkunde op faseruimtes en trajecten. Het grote verhaal van de fysica lijkt te steunen op de soorten interacties of natuurkrachten die er bestaan tussen de bouwstenen van de materie. De basisformules, de bergtoppen in het fysica-landschap, spreken over de dynamica die daaruit wordt afgeleid. Nochtans is er ook leven in de valleien ...

Voor het eerst zijn statistische wetten in de fysica opgedoken in de tweede helft van de negentiende eeuw. Het was vooral de statistische interpretatie van de tweede wet van de thermodynamica die de kanstheorie in de fysica binnenbracht. Pioniers als Gibbs, Maxwell, Boltzmann en Einstein begrepen hoe een microscopische afleiding van die tweede wet steunt op statistiek en kanstheorie. Einstein zag ook in 1905 hoe fluctuaties gekoppeld worden aan beweging, de Brownse beweging in dat geval. In de twintigste eeuw hebben we ook begrepen hoe dynamica - zoals wiskundig beschreven in de differentiaalvergelijkingen voor fysische systemen - aanleiding kan geven tot chaos. Chaos wordt gekenmerkt door grote onvoorspelbaarheid en de bewegingen zijn grillig en lijken toevallig. Ligt de chaos in microscopische dynamica's aan de basis van onze statistische beschouwingen in de fysica? Of moeten we het misschien zoeken in de kwantummechanica, waarin kansen een fundamentele rol lijken te spelen? Is het de dynamica of is het de statistiek dat onze wereld beheerst?

Kan de wereld worden gevangen in een formule?

**Prof.dr. Robbert Dijkgraaf
Universiteit van Amsterdam**

zaterdag 9.15-10.00 uur

Een van de verrassende conclusies van de fysica uit de twintigste eeuw is dat de beschrijving van zowel de allerkleinste als de allergrootste structuren in de natuur gebaseerd zijn op elegante wiskundige principes. De kwantumtheorie van de elementaire deeltjes, zoals geformuleerd in het zeer succesvolle Standaardmodel, gaat uit van fundamentele symmetriebeginselen.

Einsteins relativiteitstheorie beschrijft de evolutie van het universum, gebruikmakend van de meetkunde van ruimte en tijd. Dit roept de vraag op of uiteindelijk alle fundamentele

natuurkundige wetten geheel van wiskundige aard zijn. Deze vraag is bijzonder relevant bij de zoektocht naar een overkoepelende theorie die de wereld van het kleine en het grote tracht te combineren. Zo'n theorie is nodig om fundamentele vragen over de oorsprong en toekomst van het heelal te beantwoorden.

Eén zo'n poging is de snaartheorie, die dit doet vanuit een verrassend startpunt. De veronderstelling is dat op die zeer kleine afstanden deeltjes niet puntvormig zijn, maar kleine elastiekjes, snaren. Deze snaren kunnen trillen, niet veel anders dan een vioolsnaar, en de boventonen manifesteren zich als deeltjes met allerlei verschillende eigenschappen. Omdat alle deeltjes trillingen van dezelfde snaar zijn, verenigt de theorie alle materie en krachten in een omvattend wiskundig formalisme.

Wat is het belang voor de wiskunde van deze fysische overwegingen? Los van experimentele bevestiging van deze ideeën, heeft de snaartheorie een enorme golf van nieuwe wiskunde voortgebracht. Want natuurkundige intuïtie blijkt een vruchtbare bron voor zuiver wiskundige ideeën te kunnen zijn.

De baan van de planeten rond de zon

Michel Roelens

Katholieke Hogeschool Limburg, Diepenbeek, België

zaterdag 10.30-11.15 uur

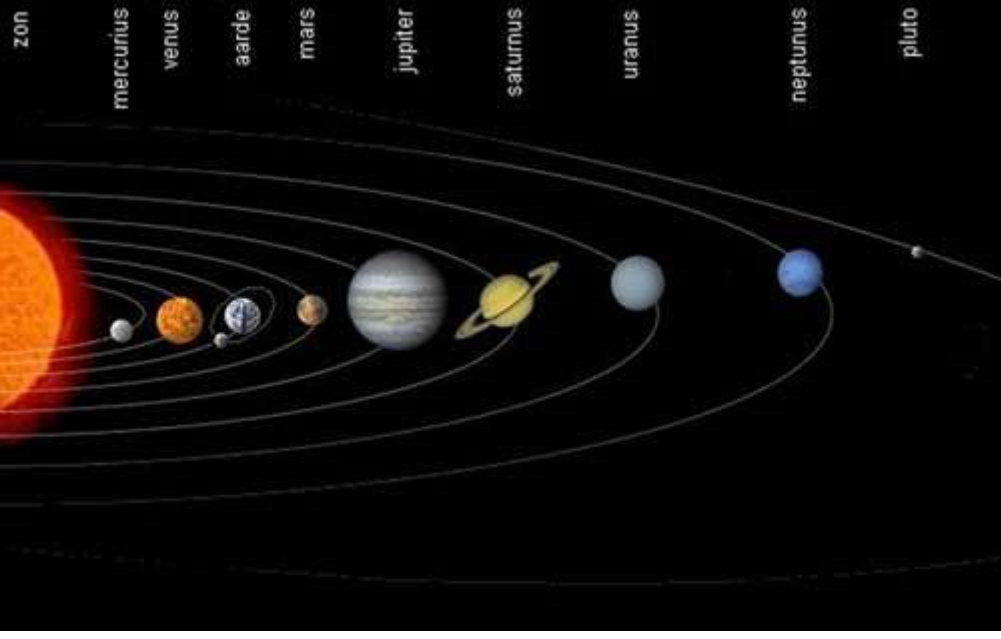
De aarde en de andere planeten draaien in ellipsvormige banen rond de zon. Dit is één van de drie wetten van Kepler van het begin van de zeventiende eeuw. Op het einde van diezelfde eeuw heeft Newton aangetoond dat deze wet kan worden afgeleid uit zijn veel algemenere theorie over de gravitatiekracht en de wetten van de dynamica. Merkwaardig genoeg maakte Newton bij dit bewijs geen gebruik van 'zijn' differentiaal- en integraalrekening, maar steunde hij enkel op 'elementaire' meetkunde.

In 1964 gaf de beroemde fysicus Richard Feynman een lezing voor eerstejaarsstudenten waarin hij zijn eigen(zinnige) versie van dit bewijs van Newton presenteerde. Men dacht dat die lezing verloren was gegaan totdat dertig jaar later Feynmans voorbereidende schetsen en een bandje met de geluidsopname van de lezing opdoken. Het koppel Goodstein maakte er een boekje van.

Als je nooit echt begrepen hebt waarom de planeten ellipsvormige banen volgen, moet je ofwel dat boekje lezen, ofwel naar deze lezing komen. Met de steun van Kepler, Newton, Feynman en Goodstein leg ik het je het haarfijn uit, zonder één differentiaalvergelijking.

Literatuur en bronnen

Goodstein, D.L., Goodstein, J.R. (1997). Feynman's lost lecture. The motion of the planets around the sun. Londen: Vintage.



Getaltheorie en cryptografie

Kamerleden en Ministers die wegens het uitoefenen van hun functie gevaar lopen, worden beveiligd door bodyguards. Gewone burgers lopen zelf geen direct gevaar, maar creditcard- en bankgegevens op internet wél. Die worden gelukkig ook beveiligd. Niet door potige mannen in zwarte pakken, maar door wiskundige technieken: het rsa -systeem dat gebruikt maakt van modulorekenen. Nog geavanceerdere algebraïsche technieken gebruiken elliptische krommen ($y^2 = x^3 + ax + b$). De algoritmische wijze waarop informatie beveiligd en versleuteld wordt, is met name een onderwerp van studie in de cryptografie zelf.

Door de opkomst van het digitale verkeer en de bijbehorende beveiligingsproblemen, heeft de getaltheorie sinds een jaar of twintig belangrijke toepassingen gekregen. Daardoor is de getaltheorie niet alleen een geïsoleerd gebied waarin zuiver wiskundigen vele uurtjes in verwondering vertoeven, maar ook een onderzoeksgebied waarin wiskundige resultaten onmiddellijk toepassingen opleveren.

Hoe deel je een geheim?

Prof.dr.ir. Henk van Tilborg
Wiskunde en Informatica, TU Eindhoven

vrijdag 14.00-14.45 uur

Probleem: de ontwerper van een nieuw model auto bergt elke avond zijn tekeningen op in een kluis. Hij wil echter wel dat anderen zijn werk kunnen afmaken als hij er onverwachts niet meer is (auto-ongeluk?). Maar hij vertrouwt niemand voldoende om die persoon de combinatie te geven. Hij wil aan elk van zijn zeven medewerkers een 'aandeel' in het geheim geven op zo'n manier dat:

1. ieder viertal medewerkers de combinatie kan achterhalen en de kluis opmaken;
 2. ieder drietal medewerkers samen absoluut niets weet over de combinatie
- Complicaties doen zich voor als één van de medewerkers met opzet een verkeerde waarde opgeeft. De kluis kan dan niet open, tenzij zich nog twee eerlijke medewerkers aandienen.



Toepassingen: supersleutels waarmee je de geheime sleutels op alle pinpassen kunt berekenen dienen niet op zomaar één plaats opgeborgen te worden; codes waarmee krachtige raketten afgevuurd kunnen worden, wil je ook niet graag aan één persoon toevertrouwen.

En moet dit met grote priemgetallen? Nee! De wiskunde van lijnen, parabolen en hogere-graads veeltermen blijkt voldoende om de geheimen veilig te delen.

Digitale veiligheid en de magie van getallen

Prof.dr. Ronald Cramer
CWI, Amsterdam

vrijdag 15.30-17.00 uur (90 minuten)

In deze voordracht laat ik zien hoe het rekenen-met-resten-bij-deling gebruikt kan worden om informatie uit een geheime data file te verdelen. Het probleem is om de data zodanig af te beelden op een verzameling van n 'schaduw-files' dat elke deelverzameling van t schaduwen geen enkele informatie over de geheime file prijsgeeft, terwijl elke verzameling van $t+1$ schaduwen unieke reconstructie daarvan toelaat. De techniek die bij het afbeelden een rol speelt is rekenen-met-resten-bij-deling, of meer in het algemeen, elementaire theorie van de eindige lichamen in combinatie met polynoom-ringen.

Deze techniek wordt gebruikt voor gedistribueerde digitale veiligheid. Vergelijkbare technieken liggen ten grondslag aan fout-corrigerende codes die onder andere in de cd-technologie gebruikt worden.

Geheimschrift op de TI-83+

Dr. Gerard Tel
Departement Informatica, Universiteit Utrecht

zaterdag 9.15-10.00 uur

Cryptografie is de wetenschap van het geheimschrift: het verzinnen en gebruiken van geheimschriften of 'codes' waarmee je informatie onleesbaar kunt maken voor buitenstaanders. Handig als je iets geheims moet versturen over het internet! Want je zorgt er natuurlijk voor dat jouw vriendjes de berichten wel weer leesbaar kunnen maken.

In deze workshop wordt een geheimschrift uitgelegd; het is bedacht door Taher Elgamal in 1985. Het leuke ervan is, dat het helemaal met getallen werkt. En als je over een TI-83+ (of compatibele) rekenmachine beschikt, kun je een programmaatje downloaden en alles zelf mee- en narekenen. Ga hiervoor naar de website: www.cs.uu.nl/~gerard/Cryptografie/Elgamal. Tijdens de workshop zullen we het gebruiken van het geheimschrift en het berekenen van de sleutels ook echt uitvoeren op de TI-83+.



In het workshop-boekje (op genoemde website) staan opdrachten: dingen die je kunt uitzoeken of narekenen, experimenten die je kunt doen met een programma, of problemen die je zelf kunt uitprogrammeren op een computer of rekenmachine. De workshop en opdrachten zijn geschikt voor leerlingen die zelf met cryptografie en/of met hun programmeerbare rekenmachine aan de slag willen. Maar ook voor leraren, voor groepen, of andere geïnteresseerden in het Elgamal-geheimschrift.

Cryptografie met krommen

zaterdag 10.30-11.15 uur

Met de opkomst van het internet is het extra belangrijk geworden om informatie veilig te kunnen versturen. Denk hierbij aan internetbankieren, of het versturen van creditkaartgegevens. Helaas kan ieder bericht dat over internet verstuurd wordt afgeluisterd worden ... De informatie moet dus op een slimme manier worden versleuteld.

Getaltheorie levert de oplossing voor dit versleutelingsprobleem. Tegenwoordig wordt veel gebruik gemaakt van elliptische krommen. Een elliptische kromme is niets anders dan

een vergelijking van de vorm $y^2 = x^3 + ax + b$.

b. Hiernaast is een plaatje getekend van de kromme $y^2 = x^3 - x$.

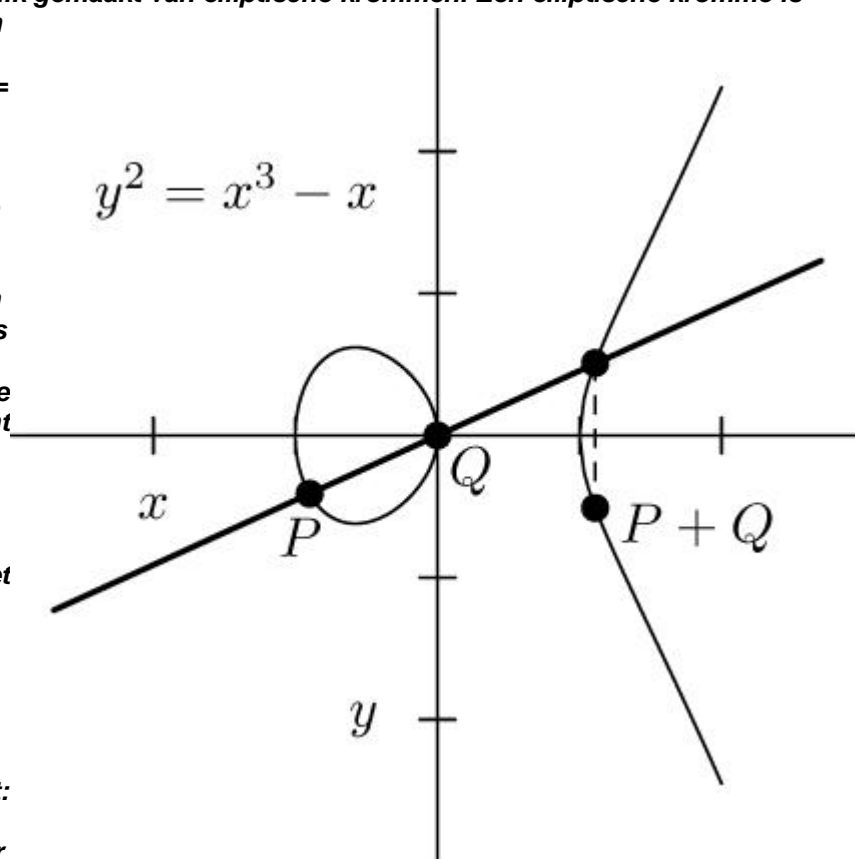
Fascinerend aan deze krommen is dat je op een eenvoudige wijze twee punten kunt 'optellen'.

Deze optelling is verrassend genoeg de sleutel achter het versturen van geheime informatie.

Elliptische krommen vormt de cryptografie van de toekomst: iedere mobiele telefoon bevat er

tegenwoordig al een. Is het een veilige manier van versleutelen? Naast de uitleg over het versleutelen zelf gaan we uiteraard ook op deze vraag in.

Deze lezing is een aanrader voor wie wil weten wat er nu eigenlijk gebeurt met zijn creditkaartgegevens als hij iets via internet bestelt! Specifieke wiskundige voorkennis is niet vereist.



Literatuur en bronnen

Op pagina 17-19 van onderstaand artikel wordt uitgelegd hoe elliptische krommen gebruikt worden in de mobiele telefonie:

www.physics.leidenuniv.nl/users/eureka/pdf-magazines/eureka11.pdf

Wiskunde, verkeer en logistiek

Hoe vol zullen de snelwegen volgend jaar zijn? En over vijf jaar? Als één knelpunt in het wegennet wordt opgelost, treedt er dan elders een ander op? Zullen files ooit verdwenen zijn? Hoe ontwerp je een treindienstregeling zodat het veilig blijft op het spoorwegennet, de treinen en het personeel optimaal gebruikt worden en de reizigers minimale wachttijden hebben? Dit logistieke probleem lijkt op het vinden van een optimale indeling van kassa's in winkels om de wachttijd en looptijd (met zware boodschappen) te minimaliseren.

Een ander optimaliseringsprobleem heeft te maken met de reductie van wachttijden voor verkeerslichten. En hoe kun je het fysische gedrag van een voertuig met een model beschrijven? Het zijn voorbeelden van het type dynamische vragen die in dit thema aan de orde komen: voorspellen, optimaliseren en modelleren in logistiek en verkeer.

Wiskunde verpakt in een voertuigsimulator

**Drs. Wim Lammen
Nationaal Lucht- en Ruimtevaartlaboratorium, Amsterdam**

vrijdag 14.00-14.45 uur

In de lucht- en ruimtevaarttechniek gaat de toepassing van wiskunde hand in hand met het maken van computersimulaties. Praktijkproblemen, variërend van aërodynamica berekeningen voor vliegtuigontwerp tot het efficiënt regelen van luchtverkeer, worden door wiskundige modellen beschreven en met behulp van simulatie verder onderzocht.

Er zijn een aantal voorbeelden van de manier waarop simulatie toegepast wordt:

- simulatie in haalbaarheidstudies (van een ontwerp);
- simulatie tijdens de productontwikkeling (testen);
- simulatie voor training (interactief).

In het geval van een trainingsimulator van een voertuig wordt het fysische gedrag volledig beschreven door software. Invoersignalen zoals gas geven, remmen en sturen worden door de software omgezet in uitvoersignalen zoals positie, snelheid, versnelling, oriëntatie, enzovoort. Deze signalen worden doorgegeven aan het visuele systeem en aan het bewegingsplatform. De software is gebaseerd op een wiskundig model - een stelsel differentiaal-algebraïsche vergelijkingen - dat het fysische gedrag van het voertuig beschrijft en een (numerieke) oplossingsmethode. Het is van groot belang dat het model op nauwkeurige, maar op ook efficiënte wijze wordt uitgerekend. Hiertoe worden speciale oplossingsmethodes van differentiaal algebraïsche vergelijkingen onderzocht.

In de workshop wordt een wiskundig model van een rijdend voertuig behandeld. Vanuit een eenvoudig basismodel worden modellen afgeleid voor een variatie van rijdende voertuigen. Tegelijk wordt er ingezoomd op de fysische aspecten die van belang zijn voor een trainingsimulator, zoals het contact tussen de wielen en de grond. Computersimulaties tonen de mogelijke toepassingen.



Wachten voor een verkeerslicht duurt altijd veel te lang

**Ir. Ad Wilson
Internationale Hogeschool NHTV , Breda**

vrijdag 14.00-14.45 uur (herhaling NWD 2005)

zaterdag 9.15-10.00 uur (herhaling)

De tijd die de weggebruiker dagelijks voor een verkeerslicht stilstaat is gemiddeld gezien vele malen groter dan de tijd die hij in de file staat. Door het gebruik van betere ontwerpmethoden kan wat aan die lange wachttijden voor verkeerslichten worden gedaan en tijdens deze workshop wordt duidelijk dat wiskunde daarbij een belangrijk stuk gereedschap is. Voor de berekening van bijvoorbeeld ontruimings-, cyclus- en groentijden van een verkeerslichtenregeling wordt gebruik gemaakt van eenvoudige wiskunde. Voor meer complexere zaken worden nogal dure simulatieprogramma's gebruikt, maar door toepassing van wiskundige modellen kunnen vaak veel sneller en goedkoper resultaten worden geboekt. In deze werkgroep komt een selectie van het volgende aan bod:

- de berekening van de totale wachttijd voor een verkeerslicht;
- de berekening van de noodzakelijke lengte van een opstelvak voor afslaand verkeer (doorgaans op basis van de geaccepteerde kans dat het vak te kort is);
- het berekenen hoe de staart van de wachtrij voor een verkeerslicht dat groen is nog doorgroeit, teneinde te kunnen bepalen of uitritten of zijwegen worden geblokkeerd;
- de (eenvoudige) wiskunde waarmee aangetoond kan worden dat alleen onder zeer strikte voorwaarden een perfecte groene golf op een streng van geregelde kruispunten gerealiseerd kan worden;
- 'Fuzzy logic' als beslissingslogica in de verkeerslichtenregeling;
- eventueel andere onderwerpen uit de verkeerskunde, zoals verkeersstromentheorie en 'pelotondiffusie'.

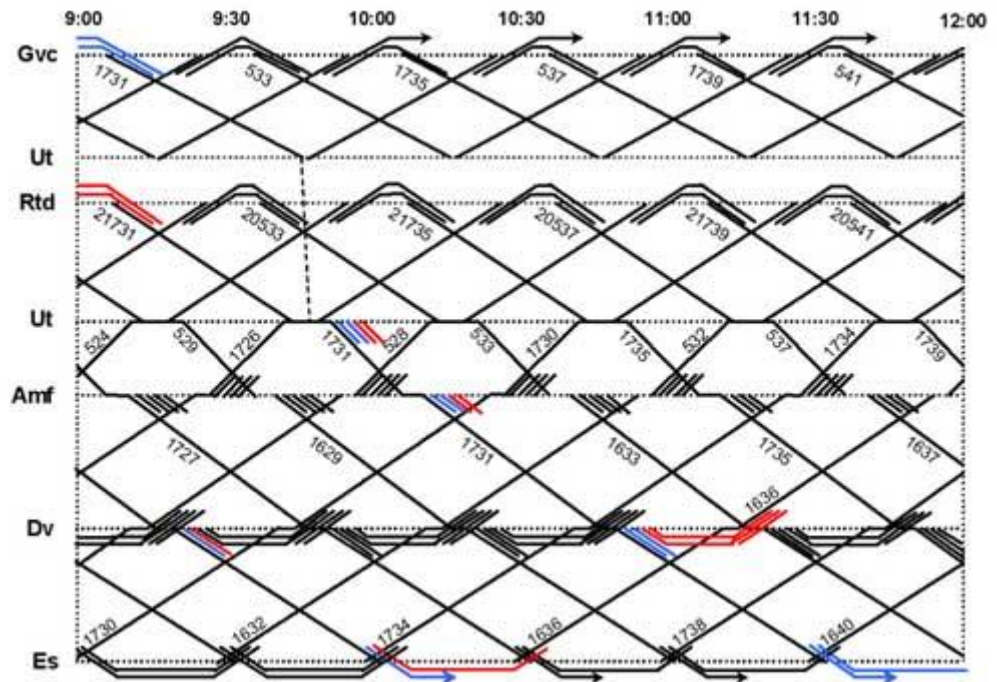
Wiskunde bij de Nederlandse Spoorwegen

***Prof.dr. Leo Kroon
NS Reizigers, Utrecht***

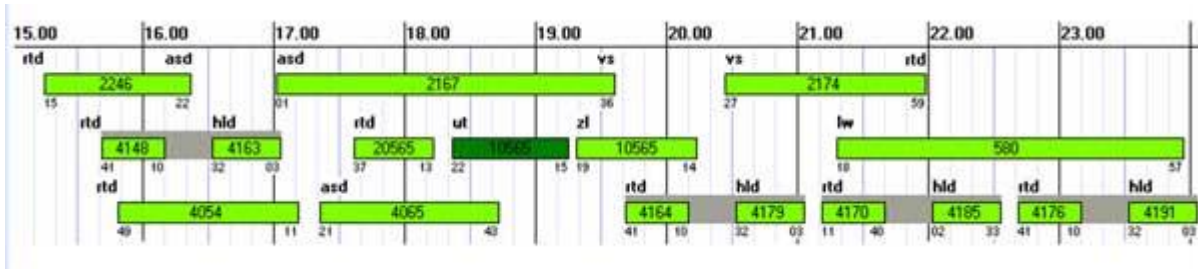
vrijdag 15.30-17.00 uur (90 minuten)

Bij de Nederlandse Spoorwegen is het in elkaar zetten van het spoorboekje een complex proces. Hetzelfde geldt voor het plannen van de materieel- en personeelsinzet. Bij het uitvoeren van deze processen zijn de wiskundige modellen en oplostechnieken tegenwoordig

onmisbaar. Aan de ene kant gaat het om lastige problemen met een hoog combinatorisch gehalte, en aan de andere kant moet met meerdere doelstellingen rekening gehouden worden, in het bijzonder met het maximaliseren van de service voor reizigers, de efficiency en de robuustheid. Voor de inzet van het rijdend personeel komt daar nog de factor acceptatie bij. Er dient voor voldoende variatie in het werk gezorgd te worden: 'rondjes om de kerk' zijn ongewenst.



In deze bijdrage wordt ingegaan op logistieke problemen die bij de Nederlandse Spoorwegen opgelost moeten worden, en op de wiskundige modellen en technieken die daartoe ontwikkeld zijn. Aangezien het in elkaar zetten van het spoorboekje al eerder op de NWD aan de orde is geweest, zal in deze bijdrage de nadruk liggen op de inzet van het materieel en het rijdend personeel.



Wat is simulatie?

Prof. Jan Colpaert
Europese Hogeschool Brussel, België

zaterdag 9.15-10.00 uur

Logische of wiskundige simulatie staat voor een verzameling van technieken die ons toelaten om met behulp van computers, systemen of processen uit het reële leven na te bootsen. Om dergelijke processen te bestuderen, maakt men veronderstellingen over hoe het systeem werkt of hoe het proces verloopt. Deze veronderstellingen vertaalt men in logische of wiskundige relaties waarmee men het model construeert. Het experimenteren met dit model leidt tot het begrijpen en verklaren van het gedrag van het corresponderende proces. Op die manier kan men oplossingen formuleren voor de gestelde vragen over het systeem of proces.



Indien de relaties 'voldoende' eenvoudig zijn, kan men exacte of analytische oplossingen berekenen met behulp van algebra, analyse, kanstheorie, wachtlijentheorie ... Maar vaak maakt de complexiteit van de processen het onmogelijk om een analytische oplossing te vinden. Dan is simulatie de enige uitweg. Een simulatie kan met behulp van een computer het model numeriek evalueren en de nodige data verzamelen om de gewenste karakteristieken van het proces te schatten.

We bespreken de opbouw van een simulatieopdracht: een klantvriendelijk beleid in een groot winkelbedrijf waarbij maximaal vijf

klanten mogen aanschuiven aan de kassa's. Hoeveel kassa's moeten er geopend worden? Modelleren, simulatie en data-analyse gaan hand in hand.

Verkeersmanagement en optimalisatie

*Ir. Henk Taale
Adviesdienst Verkeer en Vervoer, Rotterdam*

zaterdag 10.30-11.15 uur

In Nederland speelt verkeersmanagement een belangrijke rol in het verkeers- en vervoerbeleid. Sinds de jaren tachtig van de vorige eeuw worden verkeersmanagementmaatregelen ingezet om het fileprobleem te verminderen. Inmiddels zijn er heel veel maatregelen geïmplementeerd. Lokaal werken deze maatregelen goed. Op het niveau van wegennetwerken ontbreekt het echter nog aan coördinatie, maar dit begint nu langzaam maar zeker gestalte te krijgen. Het proces om te komen tot een regionale netwerkaanpak is vastgelegd in het in 2002 verschenen Werkboek Gebiedsgericht Benutten, dat de verschillende stappen in dit proces gedetailleerd beschrijft. Bij dit werkboek hoort het computerprogramma 'Regionale BenuttingsVerkenner' (rbv). Dit is een instrument dat wegbeheerders ondersteunt bij het opzetten van gezamenlijk, regionaal netwerkmanagement. Met de rbv kan men de verkeerssituatie in de regio visualiseren, de grote lijnen van het gezamenlijke beleid uitzetten en de effecten van (pakketten van) maatregelen doorrekenen en in beeld brengen, bijvoorbeeld in vergelijking met de situatie zonder maatregelen. Daarbij wordt een verkeersmodel gebruikt dat voorspelt hoe het verkeer zich verdeelt over het netwerk.

Een stap verder dan de gezamenlijke planning van maatregelen is de gecoördineerde inzet van maatregelen. Recent onderzoek bekijkt het regelen van het verkeer (met verkeerslichten), zodanig dat met de routekeuze van weggebruikers rekening wordt gehouden. En dat is belangrijk indien op netwerkniveau het verkeer gestuurd moet worden. Het gedrag van weggebruikers ten aanzien van routekeuze en keuze van vertrektijd zal daarbij een belangrijke rol spelen en misschien bepalend kunnen zijn voor het succes van netwerkmanagement. Indien wordt aangenomen dat weggebruikers hun route kiezen op basis van hun perceptie van de reistijd van voorgaande ritten en dat het verkeer zich verdeelt over de beschikbare routes volgens een gebruiksevenwicht, kan daarmee rekening worden gehouden. In de presentatie zal worden ingegaan op de methode en de resultaten van dit onderzoek.



De Regionale BenuttingsVerkenner

Wiskunde van de geschiedenis

U leest het goed: niet geschiedenis van de wiskunde maar het omgekeerde. Want in geschiedkundig en archeologisch onderzoek speelt wiskunde een steeds grotere rol. Het schoolvoorbeeld hierbij is natuurlijk de C-14 methode: de hoeveelheid koolstof 14 isotopen geeft een idee hoe oud organische materialen zijn.

Maar er is meer! Van oude islamitische astronomische tabellen wordt de betekenis gereconstrueerd met behulp van geavanceerde computerprogramma's; met behulp van matrixrekening worden kruisverbanden in opgravingen in kaart gebracht; statistische modellen transformeren gegevens over de lading van schepen naar een algemeen beeld van de welvaart van weleer; verborgen boodschappen in oude schilderijen komen met meetkunde weer tot leven; scherven worden niet meer door verwoede puzzelaars aan elkaar gepast maar door combinatoriek van de scherfeigenschappen.

Prachtige nieuwe begrippen ontstaan, zoals 'antropometrie': de lengte van mensen verradt de welstand uit een tijd. Kortom: er is meer wiskunde in de geschiedenis dan het aftelbaar zijn van een verzameling van jaartallen ...

Kwantitatieve aspecten van grootschalig geschiedenis onderzoek

***Dr. George M. Welling
Informatiekunde, Rijksuniversiteit Groningen***

vrijdag 15.30-16.15 uur

In de moderne geschiedschrijving voert de Narrativistische school de boventoon, maar er vindt ook nog steeds grootschalig kwantitatief onderzoek plaats. Denk hierbij vooral aan economische geschiedenis, sociale geschiedenis en demografische geschiedenis. Een ernstig probleem bij deze vormen van onderzoek is de hoeveelheid benodigde gegevens om tot een betrouwbaar beeld te komen. Vaak zijn gegevens geheel of gedeeltelijk verloren gegaan, hetgeen zijn eigen problemen scheidt. Maar ook als er wel lange tijdreeksen zijn overgebleven, doen er zich een aantal ernstige problemen voor. Zo zijn gegevens uit de vroeg-moderne tijd vrijwel altijd in handschrift overgebleven. Optical Character Recognition (ocr), een systeem om teksten van papier om te zetten in een digitale vorm, werkt vrij goed voor gedrukt materiaal, maar voor handschriften zijn de resultaten bedroevend. De afdeling Kunstmatige Intelligentie van de rug richt zich op de ontwikkeling van algoritmes voor handschriftherkenning, maar de resultaten zijn nog niet erg bemoedigend. Dat plaatst de historicus voor de onaangename taak de gegevens zelf in de computer te gaan invoeren: handmatige verwerking is bij dergelijke hoeveelheden geen optie. Helaas is dit ook geen klusje waarvoor je willekeurig iemand zou kunnen inhuren, want het lezen van zeventiende en achttiende eeuws handschrift is geen sinecure.



In mijn onderzoek naar de handel van Amsterdam aan het einde van de achttiende en begin negentiende eeuw heb ik gebruik gemaakt van de 'Paalgeld Registers', een register van een heffing op inkomende scheepvaart in Amsterdam. Voor mijn dissertatie heb ik hieruit een database van schepen en scheepsladingen gemaakt die ongeveer 50.000 scheepsbewegingen betreft. In deze lezing zal ik ingaan op methoden die ik gebruikt heb om het invoerproces te versnellen. Het cruciale aspect hiervan is het gebruik van hetgeen reeds ingevoerd is als knowledge base voor een soort expert systeem. Op basis van regels en statistische analyse van de invoer tot een gegeven ogenblik worden standaard waarden (defaults) gegenereerd, zodat het aantal toetsaanslagen tot een minimum gereduceerd kan worden. Gebruik makend van een combinatie van een aantal technieken is het mogelijk om het benodigde aantal toetsaanslagen met ongeveer 60 procent te beperken.

Deze methode is in verschillende grootschalige onderzoeken gebruikt, onder andere in het Srebrenica-onderzoek van het niod, en heeft bewezen te leiden tot een aanzienlijke versnelling van het invoer-proces, alsmede tot een verhoging van de kwaliteit van de invoer, doordat alle invoer getest wordt op validiteit. De databases die op deze manier tot stand zijn gekomen lenen zich bijzonder goed voor allerlei vormen van statistische analyse.

Datering van archeologische vondsten met behulp van wiskunde en statistiek

Prof.dr. Patrick J.F. Groenen
Econometrisch Instituut, Erasmus Universiteit, Rotterdam

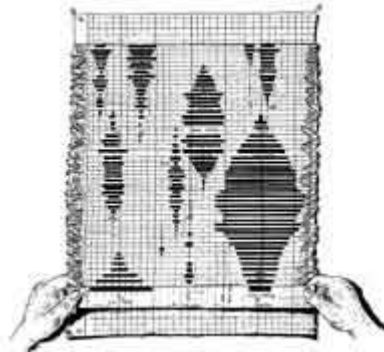
vrijdag 16.15-17.00 uur



Figuur 1

In de archeologie is het vaak moeilijk om opgegraven voorwerpen te dateren. Een van de methoden hiervoor is koolstofdatering. In deze presentatie gaan we in op een andere methode, die gebruik maakt van de verdeling van de gevonden voorwerpen. In de archeologische plaats Sagalassos (Turkije) wordt gezocht naar overblijfselen uit de periode van 50 tot 750 na Christus. Elk jaar worden daar opgravingen verricht op specifieke vindplaatsen en wordt genoteerd welke (overblijfselen van) aardewerk er zich bevonden. Figuur 1 toont een aardewerken pot opgegraven in Sagalassos. Het achterhalen van de

volgorde van de vindplaatsen in de tijd, aan de hand van de verdeling van het aantal gevonden voorwerpen, wordt seriatie genoemd. Het idee is dat de verdeling van het aantal vondsten van een bepaald type aardewerk een populariteitscurve volgt: eerst komt het type niet voor, vervolgens wordt het populair en daarna verdwijnt het weer. Door de vindplaatsen op volgorde te leggen voor verschillende typen aardewerk, wordt geprobeerd de onbekende populariteitscurve te benaderen. In figuur 2 gebeurt dit op een handmatige manier.



Figuur 2

Inmiddels zijn er diverse statistische methoden voor seriatie ontwikkeld die gebaseerd zijn op de eentoppigheid van de populariteitscurve. Een van die methoden, die van correspondentie analyse, maakt gebruik van een speciale matrix decompositie. In mijn presentatie zal ik laten zien hoe deze methode in zijn werk gaat. Een nadeel van de meeste seriatiemethoden is dat ze alleen de volgorde van de vindplaatsen teruggeven, maar niet de tijd zelf. Dit kan opgelost worden door extra informatie te gebruiken over datering van enkele vindplaatsen.

Zo kan een gedateerde munt uitsluitel geven over het precieze jaartal van de vindplaats. Ook weet de archeoloog zeker dat als er twee vindplaatsen boven elkaar zijn, de onderste altijd ouder moet zijn dan degene erboven. Ik zal laten zien hoe deze extra informatie gebruikt kan worden met behulp van lineaire (on)gelijkheidsrestricties om een schatting te geven van de datering van een vindplaats aan de hand van gegevens uit Sagalassos.

Calculating Chronology in Archaeology

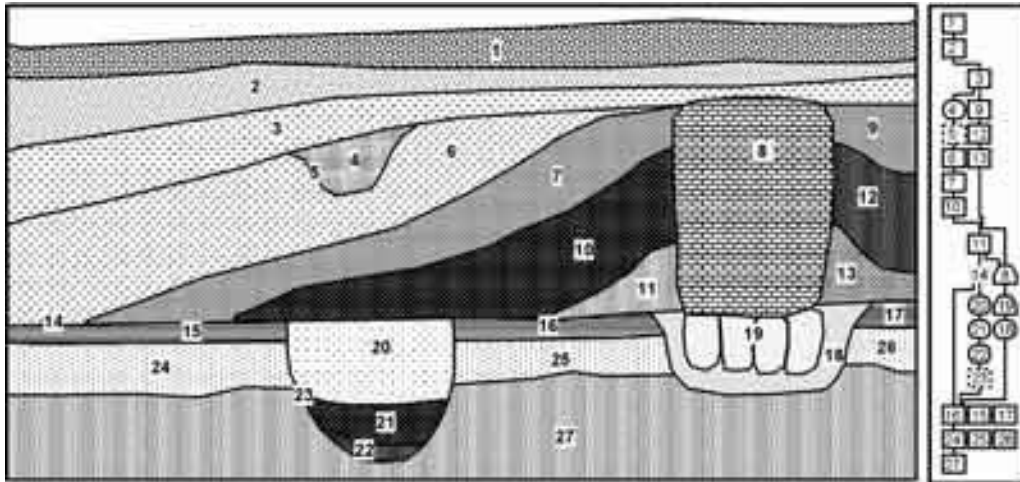
Irmela Herzog

Rhein Amt für Bodendenkmalpflege, Bonn, Duitsland

zaterdag 10.30-11.15 uur

'How old is it?' is a key question in archaeology, but it is usually easier to answer the question 'What came first, what happened afterwards?' This is known as relative chronology. It is a familiar geological principle that in a profile the sequence of layers reflects the sequence of their creation, i.e. the deepest layer is the oldest, while the topmost is the most recent one. For archaeological purposes, this principle can be extended, to include pits, ditches, walls, etc. In urban excavations, often hundreds of archaeological layers are recorded along with their chronological relationships. These layers and their relationships form a partially ordered set, which is displayed as a directed orthogonal graph referred to as Harris matrix in archaeology. Frequently, archaeologists know that two or more layers are contemporary, for example the post holes that belong to one house. The contemporary relationships are equivalence relations that are embedded in the partially ordered set. In this presentation, algorithms for laying out the Harris matrix graph will be discussed, including a projection pursuit application. In addition, methods for the detection of recording errors and the elimination of transitive relationships will be

presented. It is easy to create a total order from a partially ordered set, but often the number of ways to do so is immense, even for small data sets. For the archaeologist this means that additional information is needed in order to fix the floating chronological sequences. The audience should have some basic knowledge of graph theory, all other concepts will be explained during the presentation.



A sample profile (left) and a Harris matrix graph (right) based on that profile

Literatuur en bronnen

Orton, C. (1980). *Mathematics in Archaeology*. Londen: Collins.

Herzog, I. (1993). *Computer-aided Harris matrix generation*. In: E.C. Harris, M. Brown III and G. Brown (Eds.), *Practices of archaeological stratigraphy* (pp. 201-217).

Londen: Academic Press.

www.stratify.org

Wiskunde en rekenvaardigheden

Misvatting: 'Wie wiskunde doet, hoeft niet meer te rekenen want daar heeft hij immers een calculator voor.'

Niets is minder waar. Een goede rekenvaardigheid is niet alleen een onmisbaar fundament voor het bouwwerk van de 'echte' wiskunde, het is ook een werktuig dat het wiskundig denken stimuleert en houvast biedt bij probleemoplossend werken. Rekenen heeft een vormende waarde voor het leren van wiskunde. Op de basisschool heet het vak tegenwoordig 'rekenen-wiskunde' en we laten u graag zien waarom dat zo is.

Hoe kunt u deze basis van rekenen-wiskunde in het voortgezet onderwijs onderhouden en uitbouwen? Spelletjes en geschiedenis vormen twee intrigerende antwoorden. Tot slot kunnen we bij dit thema natuurlijk niet om de computer heen. Wat kan ie tegenwoordig en hoe heeft dit rekenmonster bijgedragen aan de ontwikkeling van wiskunde?

Extraatje: test uw eigen rekenvaardigheid in het Groot Bartjens Rekendictee!

'Wiskunde en rekenvaardigheden' wordt een verrassend thema op de nwd . Daar kunt u op rekenen!

Maak er geen punt van maar een komma (Eindtermen en kerndoelen in het reken-wiskundeonderwijs)

**Warner Bruins
Christelijke Hogeschool, Ede**

vrijdag 14.00-14.45 uur

Hoe vaak komt het niet voor dat een wiskundeleraar in de brugklas verzucht: 'Dat hebben jullie toch al op de basisschool geleerd?'

Kijken in elkaars keuken is een belangrijke voorwaarde om de kloof te overbruggen.

Vraagstelling

Hoe kunnen we een brug slaan tussen het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool en dat in het voortgezet onderwijs?

Nog steeds staan leraren in de basisvorming verbaasd te kijken naar 'wat die kinderen in de brugklas allemaal niet kunnen', en dreigen kinderen tussen wal en schip te raken. 'Dat hebben jullie toch al op de basisschool geleerd?' Moet ik daar nou nog een keer op terugkomen?' Zo'n leraar gaat er kennelijk van uit dat er achter het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool na acht jaar een punt gezet kan worden. Dat is klaar. Daar hoeft hij geen aandacht meer aan te besteden. Het tegendeel blijkt het geval te zijn. Het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool is er ook niet op gericht dat het na acht jaar af is. In de 'Proeve van het nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool' schreef men al in 1990: 'Vroeger werd het rekenprogramma na de basisschool afgesloten. Tegenwoordig worden bepaalde onderwerpen voortgezet in het vervolgonderwijs.'

In de workshop zal daar nader op worden ingegaan. De overgangsproblematiek van basisschool naar basisvorming op het gebied van rekenen-wiskunde zal vanuit verschillende perspectieven belicht worden. De volgende elementen komen aan bod: de algemene doelstellingen, de kerndoelen en de leraar met zijn didactiek.

Babylonische Rekenvaardigheid

**Martin Kindt
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht**

vrijdag 15.30 -17.00 uur (90 minuten)

Zo'n 3500 jaar terug in de tijd werd er in Mesopotamië al op hoog niveau gerekend. Dat weten we van de kleitabletten met spijkerschrift die zijn gevonden in Irak. Het ging er stevig aan toe bij de Babyloniërs. Veel tafels leren en kopiëren, niet alleen van vermenigvuldiging maar ook van kwadraten en van omgekeerden. En het is verbazend hoe geraffineerd daarvan gebruik werd gemaakt.



Aan de hand van een paar van die tafels (nagetekend in spijkerschrift) gaan we ons in de werkgroep verdiepen in een paar Babylonische rekenmethoden. Het aardige van een dergelijke verkenning is dat het als vanzelf leidt tot bezinning op onze eigen rekenautomatismen en algoritmen.

De Babyloniërs deden ook aan algebra. Met name op het gebied van vierkantsvergelijkingen waren ze wat je noemt volleerd. Vierkantswortels uit niet-kwadraten werden zo nodig met grote nauwkeurigheid benaderd, zoals het hier afgebeelde tablet leert. En misschien is het een goed idee om sommige lessen algebra op school ook eens vanuit Babylonisch perspectief ('het oude leren') aan te pakken.

Oefenen anno 2006

**Dr. Chris Zaal en drs. Joke Daemen
Amstel Instituut, Universiteit van Amsterdam en het IVLOS , Universiteit Utrecht**

vrijdag 15.30 -17.00 uur (90 minuten)

Niet alleen in het hoger onderwijs merken wiskundedocenten dat hun studenten niet het gewenste vaardigheidsniveau hebben, ook in het voortgezet onderwijs ondervinden wiskundedocenten dat hun leerlingen hun wiskundige vaardigheden onvoldoende beheersen: leerlingen werken traag en maken veel fouten. De leerlingen ervaren dit zelf als onprettig: het kost veel energie en het maakt ze onzeker.

Veel docenten en wiskundesecties besteden tegenwoordig extra aandacht aan het oefenen van wiskundige vaardigheden. In het bijzonder wordt er veel geoefend met algebraïsche vaardigheden - zowel in de onderbouw als in de bovenbouw.



Deze workshop gaat over hoe docenten en secties anno 2006 met hun leerlingen oefenen. De diversiteit in werkvormen is groot: elke school, elke docent heeft een eigen invulling voor het oefenen van wiskundige vaardigheden. In de workshop worden een aantal recente praktijkvoorbeelden getoond in de vorm van lesvoorbeelden op video, materialen en toelichting van docenten bij hun eigen werkvormen. De deelnemers van de workshop worden gevraagd hun eigen ervaringen in te brengen.

In de workshop wordt aandacht besteed aan de praktische aspecten van het oefenen in de schoolse situatie: organisatie, feedback, de didactiek van het oefenen, de rol van ict. De workshop besluit met een aantal speelse oefenvormen die in de les voor afwisseling kunnen zorgen: 1 tegen 100, Weekendmiljonairs, Rekendictee of Bingo.

Rekendictee volgens Bartjens

**Marjolein Kool
Hogeschool Domstad, Utrecht**

vrijdag 15.30-17.00 uur (90 minuten)

In 1604 publiceerde schoolmeester Willem Bartjens zijn rekenboek *De Cijfferinghe*. Gedurende de twee eeuwen die volgden werd het boek talloze malen herdrukt.

Bartjens heeft daarmee zijn stempel gedrukt op het Nederlandse rekenonderwijs en eeuwige roem verworven. Tot op de dag van vandaag komt in woordenboeken de uitdrukking 'Volgens Bartjens' voor, wat betekent dat iets zeer nauwkeurig berekend is.

Het originele rekenboek uit 1604 is lange tijd zoek geweest, men meende zelfs dat het verloren was gegaan, maar tot ieders verbazing werd het precies na 400 jaar in Antwerpen teruggevonden. Dat was een sensatie.

Danny Beckers en Marjolein Kool verzorgden een heruitgave van het boek met een uitvoerige inleiding. De nieuwe editie werd op 18 november 2004 ten doop gehouden in Zwolle, omdat Willem Bartjens 20 jaar in deze stad heeft gewoond en gewerkt.

Om de presentatie een bijzonder tintje te geven, ontwierp Marjolein Kool een Groot Zwolsch Bartjens Rekendictee, met een knipoog naar het Groot Dictee der Nederlandse Taal. Als je plezier kunt beleven aan lettertjes, dan kun je zeker ook plezier beleven aan cijfertjes. Dat hoeft je de bezoekers van de *NWD* natuurlijk niet meer uit te leggen, maar in Zwolle was dat nieuw.



Marjolein is bereid om het rekendictee speciaal voor de *NWD* te herhalen. Wie zijn rekenvaardigheid wil testen, kennis wil maken met de beroemde zeventien-eeuwse schoolmeester en wie bovendien een leuk rekendictee voor zijn leerlingen wil meenemen, is van harte welkom op het Groot Noordwijkerhouts Bartjens Rekendictee. Voor alle duidelijkheid: de vraagstukjes dragen een historisch jasje, maar zijn

geen authentieke historische rekenproblemen! Natuurlijk is de hoofdprijs een exemplaar van de nieuwe editie van *De Cijfferinghe* uit 1604.

In Zwolle heeft het rekendictee inmiddels al een tweede aflevering beleefd, misschien staat ook de *NWD* een nieuwe traditie te wachten. Wie er bij is, kan er later over meepraten. Dat klopt volgens Bartjens!

Wiskunde, computers, en mensen

Dr. Wieb Bosma

Wiskunde Faculteit, Radboud Universiteit, Nijmegen

zaterdag 10.30-11.15 uur

Rekenen kunnen computers al lang veel beter dan mensen. Voor redeneren geldt binnenkort hetzelfde, volgens sommigen. Als we er dan ook nog beter in slagen computers te laten onderwijzen, is er helemaal geen rol meer voor mensen in de wiskunde. Of is dit misschien de aloude overspannen verwachting omtrent Kunstmatige Intelligentie in een nieuw jasje?

Bestaat er eigenlijk wel wiskunde zonder mensen? En welke rol speelt de computer nu precies: maakt hij onze kennis zekerder, of beneemt hij ons juist het zicht op wiskundig begrip? Dit soort vragen komen aan de orde bij de bespreking van voorbeelden waar computers van doorslaggevende invloed zijn geweest op wiskundig onderzoek.

Wiskunde en neuroscience

Bij het onderzoek naar hersenfuncties levert wiskunde zowel theoretische als praktische bijdragen. Wiskundige modellen simuleren de samenwerking tussen neuronen (neurale netwerken) en grafische algoritmen liggen ten grondslag aan het weergeven en analyseren van gemeten hersenactiviteit (neuro imaging). Mede dankzij deze bijdragen kunnen hypothesen worden gevormd en getoetst over hoe de hersenen werken.

Met de nieuwe inzichten en technieken is het mogelijk om hersenprocessen te volgen die zich afspelen bij het produceren en begrijpen van taal en wiskunde. Biologen, psychologen, didactici en neurowetenschappers werken samen aan vragen als: Hoe beslissen neuronen wat belangrijk is en wat niet? Hoe zorgen ze ervoor dat wij leren praten en redeneren?

In dit thema belichten we zowel de wiskunde van het hersenonderzoek als recente neurologische resultaten rond het leren van rekenen en wiskunde.

Neurale netwerken

Dr. Tom Heskes

Faculteit der Natuurwetenschappen, Radboud Universiteit, Nijmegen

vrijdag 14.00-14.45 uur

Neurale netwerken zijn wiskundige modellen, geïnspireerd op de manier waar op het brein informatie verwerkt. Twee aspecten van neurale netwerken zullen aan de orde komen: het genereren van complex gedrag uit eenvoudige elementen en de mogelijkheid om te leren.

Klassieke neurale netwerken, zoals Hopfield netwerken en Boltzmann machines, bestaan uit zeer eenvoudige modelneuronen. Samen zijn deze in staat complexe taken uit te voeren, zoals het herkennen van patronen. Technieken uit de statistische fysica helpen om dit gedrag te begrijpen.

De capaciteit om te leren van voorbeelden vormt de basis van de meeste toepassingen van neurale netwerken. Het leren van neurale netwerken komt in feite neer op het oplossen van een inferentieprobleem in de statistiek. Hiervoor worden zowel frequentistische als Bayesiaanse methoden gebruikt. Een fraai voorbeeld is het neurale netwerk dat De Telegraaf in gebruik heeft om de verkopen van de krant in 15.000 verkooppunten te kunnen voorspellen.



Een foto van een neuron

De ontwikkeling van dyscalculie: Neurocognitieve aspecten

Dr. Erik van Loosbroek

Faculteit der Psychologie, Universiteit van Maastricht

vrijdag 14.00-14.45 uur

Er zijn een aantal verschillende verklaringen waarom dyscalculische kinderen zo slecht kunnen rekenen. In deze lezing wordt een verklaring besproken die ervan uitgaat dat dyscalculische kinderen geen goede mentale representatie van getalwaarde hebben ontwikkeld. Getalwaarden zijn bij hen minder precies en minder nauwkeurig dan bij kinderen met een normale rekenontwikkeling omdat de neurologische specificatie minder precies is en dus niet zo goed kan worden

verwerkt. Dit leidt bij dyscalculische kinderen tot langzamere verwerkingstijden en meer fouten. Alle vaardigheden waar met getallen moet worden gewerkt, zoals tellen, het vergelijken van getallen, het opschrijven van cijfers, het schatten van hoeveelheden, en uiteraard het rekenen, ondervinden de gevolgen van een niet precies gespecificeerde getalwaarde.

De ontwikkeling tot dyscalculie op basis van gestoorde getalwaarden wordt beschreven vanaf de babytijd tot ongeveer aan het begin van de adolescentie. Dit model wordt aannemelijk gemaakt aan de hand van studies die de relatie tussen de mentale verwerking van getallen en de neurologische basis daarvan onderzoeken voor verschillende groepen kinderen en volwassenen en met verschillende methoden zoals f mri en erp.

Van het brein afgekeken wiskunde voor beeldherkenning

*Prof.dr.ir. Bart M. ter Haar Romeny
Faculteit Biomedische Technologie, TU Eindhoven*

zaterdag 9.15-10.00 uur

De productie van medische beelden heeft zo'n omvang aangenomen, dat steeds vaker de computer te hulp geroepen wordt om de radioloog te helpen met de diagnose. Maar hoe ontwikkel je een algoritme om een tumor te herkennen? Hoe selecteer je in het beeld alleen de pixels van de bloedvaten die verstopt zijn, om die vervolgens in 3D te laten zien?

Deze lezing gaat in op wat we kunnen leren van ons brein. Er is veel bekend van de eerste stappen van onze visuele perceptie. Het blijkt dat er in de visuele cortex (in ons achterhoofd) cellen zitten die tot hoge orde afgeleiden kunnen nemen van het beeld, om bijvoorbeeld contouren te vinden en een veelheid aan andere beeldkenmerken. We kunnen zelfs het ontstaan van deze filters in ons brein modelleren met behulp van lineaire algebra. Ook zien we terugkoppelingen zitten, waaruit we algoritmen destilleren voor het opscherpen van vage en ruisachtige beelden. Dit is te modelleren met niet-lineaire differentiaalvergelijkingen. Recent zijn er bijzondere kleurstoffen uitgevonden, de 'voltage-sensitive dyes', die lichtflitsjes uitzenden waar bepaalde hersencellen actief zijn als het proefdier ergens naar kijkt. Uit deze patronen komen vele wiskundige ideeën, onder ander voor de wiskunde van de Gestalt-wetten uit de psychologie. Uiteindelijk leidt deze 'van het brein afgekeken wiskunde' tot algoritmen waarmee we veel kunnen analyseren in medische beelden. We geven hier vele voorbeelden van.

Ook zullen we tijdens de lezing met behulp van het programma 'Mathematica interactief' laten zien hoe we met een hoge programmeertaal deze analyses eenvoudig kunnen doen.

Mathematics Education and Neuroscience (MENS) Hoe leren jonge kinderen wiskunde?

*Fenna van Nes en Titia Gebuis
Freudenthal Instituut en Helmholtz Instituut, Universiteit Utrecht*

zaterdag 10.30-11.15 uur

Onderzoek heeft aangetoond dat kinderen rond de leeftijd van vijf en zes jaar relaties kunnen leggen tussen cijfersymbolen en aantallen. Maar hoe ontwikkelen deze

processen zich verder en welke cognitieve domeinen liggen hieraan ten grondslag? Kunnen we activiteiten ontwikkelen die toegespitst zijn op de talenten van het kind en zodoende eventuele rekenproblemen ondervangen? De samenwerking tussen cognitieve psychologie en neuropsychologie is pas onlangs gestart. In deze werkgroep willen we de achtergronden en mogelijke uitkomsten van dit onderzoek alvast toelichten.



Deze samenwerking zal wellicht een bron van informatie bieden over hoe jonge kinderen wiskunde leren. De uitkomsten zullen bovendien helpen om problemen bij het leren van wiskunde beter te kunnen ondervangen, waardoor kinderen hopelijk op de lange termijn wiskunde als vak ook leuker gaan vinden.

Wiskunde en toetsen

Toetsen kunnen heel gevarieerd zijn. Toch staan de meeste wiskundetoetsen nog steeds op papier en maken leerlingen de vragen individueel. Wat is een goede toets? Wat zijn de criteria om de kwaliteit van een toets te beoordelen en welke alternatieven voor de papieren toets zijn er voorhanden? De pisa -toets, eindexamens, toelatingsexamens en toetsen van docenten worden gebruikt om kwaliteitscriteria te formuleren en te toetsen.

De computer speelt bij toetsen een steeds grotere rol: complex -wiskunde-examens worden binnenkort ingevoerd en toetsen via e-lo's met leerlingregistratiesystemen worden ook steeds gangbaarder.

Naast deze onderwerpen komen in dit thema ook dilemma's als groep-individueel en subjectief-objectief aan de orde. Vraagt u zich wel eens af of het 'toets-circus' niet beter of anders kan? Dan biedt dit thema u de kans om daarover uw licht op te steken.

Digitaal toetsen: wat kun je ermee en hoe gaat dat?

Drs. André Heck
Amstel Instituut, Universiteit van Amsterdam

vrijdag 14.00-15.15 uur (75 minuten)

De aansluiting van vwo naar hoger onderwijs staat sterk in de belangstelling. De ervaring leert dat de overgang van vwo-wiskunde naar wiskunde in een bètaopleiding een drempel kan zijn. Voor een vlotte instap in een exacte studie is het belangrijk dat een student snel weet aan welke onderwerpen in de wiskunde hij of zij eventueel nog aandacht moet besteden. Het is dus niet vreemd dat ingangstoetsen en bijspijkertrajecten alom de kop opsteken.

Bij de bètaopleiding aan de UvA worden diagnostische wiskundetoetsen aan het begin van de studie afgenomen op de computer met het computeralgebra-gebaseerde toetsprogramma Maple T.A. (www.maplesoft.com/products/mapleta).

DU
MathMatch Practice Session - No credit awarded MathMatch DU

STUDENT > ASSIGNMENT

✓ View Grade View Details Quit

Question 9: Score 0/1

Vereenvoudig zoveel mogelijk $\frac{9r^2 - 4s^2}{3r + 2s}$ INCORRECT

Your Answer: $\frac{9r - 4s}{5}$

Comment: $\frac{9r^2 - 4s^2}{3r + 2s} = \frac{(3r)^2 - (2s)^2}{3r + 2s} = \frac{(3r - 2s)(3r + 2s)}{3r + 2s} = 3r - 2s$

Het belangrijkste doel van de instaptoetsen is dat het de studenten helpt bij het inschatten van hun niveau van wiskundige kennis en vaardigheden ten opzichte van het gewenste niveau na vier weken studie van calculus. We bespreken de ervaringen hiermee.

Het toetsprogramma Maple T.A. maakt het mogelijk met een relatief kleine inspanning een groot aantal wiskunde opgaven te produceren, automatisch antwoorden te laten controleren en feedback te geven op het gemaakte werk. Dit is ook relevant voor vwo- docenten die hun leerlingen gevarieerd oefenmateriaal willen aanbieden zonder dat dit extra veel inspanning vergt.

In deze werkgroep ziet u voorbeelden uit universitaire instaptoetsen en uit korte testjes die bij wiskundelessen op havo/vwo niveau gebruikt kunnen worden. Om een breder beeld op digitaal toetsen en oefenen te krijgen, nemen we ook een kort kijkje bij de complex-natuurkunde-examens, om te zien hoe in dit vak de computer wordt ingezet bij eindexamtoetsing en welke ervaringen men hiermee heeft. De voor- en nadelen van digitaal toetsen worden onder de loep genomen en u krijgt de gelegenheid om zelf te werken met de toetsomgeving. Er is voor deze werkgroep geen specifieke wiskundige voorkennis vereist.

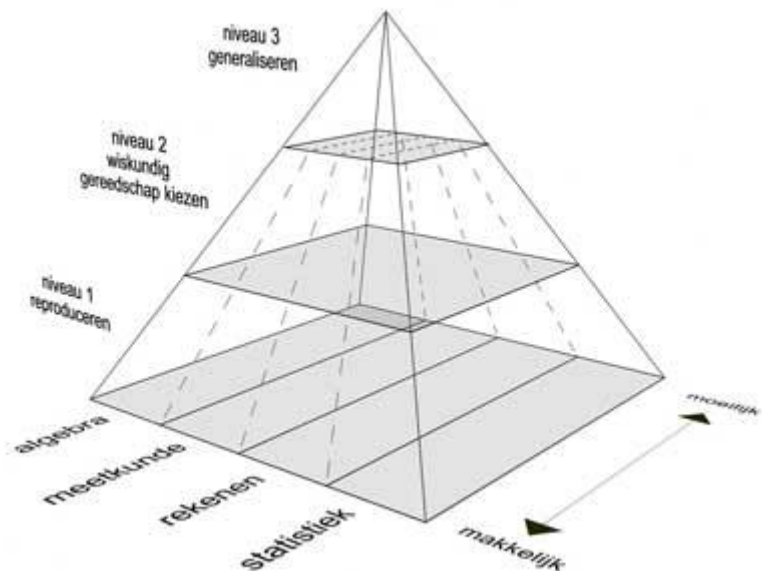
Maak je eigen problemen!

Truus Dekker
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

vrijdag 15.30-17.00 uur (90 minuten)

Elke docent maakt in de loop van het jaar een hele serie toetsen. Dat is een hele klus, dus gebruik je materiaal van voorgaande jaren en opgaven uit de toetsen van de uitgever. Maar het blijft lastig om een evenwichtige toets te maken die recht doet aan wat de leerlingen kunnen en kennen. In de meeste secties zijn dan ook regelmatig heftige discussies over een bepaalde opgave die een van de collega's in de gemeenschappelijke toets heeft opgenomen.

Toetsen zijn belangrijk, want er hangt voor de leerlingen vaak veel van af. Hoe word je een goede toetsmaker? We gebruiken het model van de toetspiramide om een toets samen te stellen, maar vooral bekijken en verbeteren we bestaande opgaven, zoals die uit het pisa -onderzoek. Kom je naar deze werkgroep, neem dan een paar voorbeelden van je eigen toetsopgaven mee.



Wiskunde, toetsen en ICT

Harm Boertien en Ger Limpens
Citogroep , Arnhem

zaterdag 09.15-10.00 uur

zaterdag 10.30-11.15 uur (herhaling)

De bedoeling van deze workshop is in de eerste plaats een beeld te geven van hetgeen het Cito tot op heden rond ict en toetsing van wiskundige kennis/vaardigheden tot stand heeft gebracht. De examens vmbo -bb kennen tegenwoordig een ict- variant en ook binnen het Tweede Fase-gebied zijn er sinds enkele jaren uitvoerige ict -experimenten. Zo worden bij de vakken vwo-wiskunde A1 en A1,2 ook examens vervaardigd die voor een deel op computerleest geschoeid zijn. Als voorbereiding op deze workshop kunt u deze examens van 2003 t/m 2005 kosteloos via internet bestellen op: www.cito.nl/vo/ce/compex/algemeen/eind_fr.htm (doorklikken bij 'U kunt ze kosteloos aanvragen via het bestelformulier').



Tijdens de workshop krijgt u voorbeelden van beide toetsvormen te zien. Daarbij komen ook de kaders waarbinnen deze experimenten plaatsvinden aan bod.

Verder is het streven tijdens deze workshop een beeld te geven van andere mogelijkheden op het gebied van wiskundetoetsing in combinatie met ict . Voorbeelden daarvan zijn op internet te vinden, maar wellicht kunnen we ook enige voorbeelden geven van nog niet eerder getoonde ontwikkelingen.

Daarnaast vragen we de aanwezigen actief deel te nemen aan het proces van het ontwikkelen van ict -activiteiten rond wiskundetoetsing. Ter plekke zal materiaal uitgereikt worden met behulp waarvan we hopen de deelnemers zelf te inspireren een aanzet tot een ict -activiteit te bedenken.

De deelnemers krijgen bovendien de gelegenheid om zelf aan de slag te gaan met beeldscherm en toetsenbord.

Tot slot hopen we ook diegenen die kritisch staan ten opzichte van de integratie van computers bij toetsing van wiskundige kennis en vaardigheden aan het woord te kunnen laten. Op het Cito worden zeker niet alle vernieuwingen kritiekloos omarmd. Kortom, een discussie over negatieve en positieve aspecten van dergelijke ict -ontwikkelingen in examens, met de bedoeling hieruit lessen te trekken, kan zeker een plaats krijgen.

Kwaliteit van toetsen: Wat je meet en wat je weet

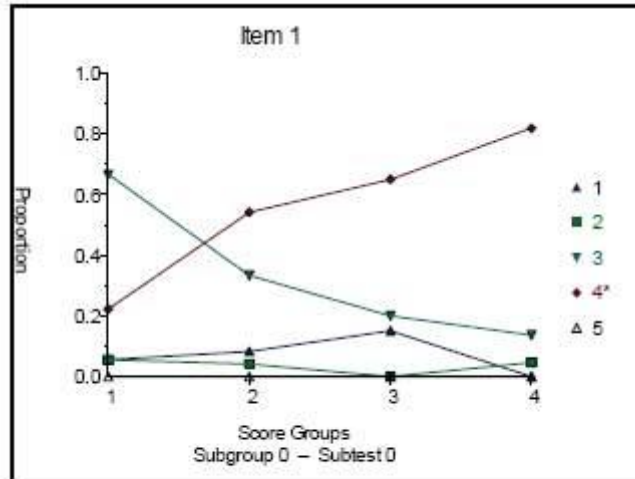
Anton A. Béguin

Cito, Psychometrisch Onderzoekscentrum, Arnhem

zaterdag 10.30-11.15 uur

In deze lezing wordt ingegaan op de kwaliteitseisen waaraan een toets moet voldoen. Hierbij zal de nadruk liggen op het statistische gereedschap dat beschikbaar is om de kwaliteit van een toets te evalueren of te verbeteren. Uitgangspunt zijn de eisen die de Commissie Toetsaangelegenheden (cotan) aan testen stelt. Tijdens de werkgroep komen globale begrippen als validiteit en de betrouwbaarheid van de toets aan de orde, maar er wordt ook dieper ingegaan op de statistische analyse van de kwaliteit van de individuele opgaven.

Hierbij wordt gebruik gemaakt van zowel klassieke testtheorie als moderne testtheorie in de vorm van Item Response Modellen (irt). Het geheel zal worden geïllustreerd met resultaten van analyses op een voorbeeld databestand.



Grafische weergave van het antwoordgedrag op een meerkeuze vraag

Denken door Doen

In dit thema werken de deelnemers zelf aan concrete voorbeelden waarbij al doende de noodzaak voor en de behoefte aan wiskunde ontstaat. De daarbij nodige wiskunde is niet nieuw, maar de methode van werken aan problemen die die wiskunde oproepen is mogelijk voor velen wél nieuw. Bij één van de proeven die de deelnemers uitvoeren ontstaan vliezen in geraamtes die men in een zeepoplossing dompelt. De fraaie vormen roepen de behoefte op om ze te verklaren.

In Schotland doet men met leerlingen 'investigations' om de noodzaak en het plezier van het gebruik van wiskundig gereedschap op te roepen. In Hongarije gebeurt hetzelfde met wedstrijdjjes waarbij degene die de getaltheoretische achtergrond door heeft, zal winnen. Uit beide landen hebben we voorbeelden.

In enkele steden is al een wiskundewandeling gemaakt: een wandeling langs gebouwen, borden en andere objecten, waar vaak leuk wiskundig onderzoek aan te doen is. Hoe maak je zo'n wandeling? De deelnemers kunnen dat in Noordwijkerhout ervaren.

Strategische puzzels uit Hongarije

Berend Wielens en Heiner Wind

Mill-Hillcollege, Goirle en het Wessel Gansfortcollege, Groningen

vrijdag 15.30-17.00 uur (90 minuten)

Schoolwiskunde nodigt niet altijd uit tot denkexperimenten. Vaak komen we niet veel verder dan reproductie en toepassing van geleerde kennis en vaardigheden, hooguit binnen een andere context.

Hoe krijg je leerlingen echt aan het nadenken? Hoe leer je ze niet tevreden te zijn met zomaar een oplossing, maar pas met de beste oplossing? Hoe leer je ze een optimale, dus winnende, strategie te ontwikkelen? De rijke Hongaarse geschiedenis van wiskundekampen en wiskundewedstrijden heeft een schat aan strategische puzzels opgeleverd, die een antwoord zouden kunnen geven op deze vragen.

De inleiders hebben tijdens twee Plato reizen naar Budapest kennis gemaakt met de puzzels van Lajos Posa: uitdagend, uitermate bruikbaar in de klas, ideaal voor groepswork en er is geen specifieke voorkennis nodig.

In deze workshop gaan de deelnemers zelf aan het werk met weegschalen, vreemde ganzenborden, deelbaarheid, duikboten en vallende eieren.

In 2004 was deze workshop een overweldigend succes. De inschrijving moest vrijwel direct worden stopgezet, de zaal was overvol. De deelnemers hebben er met volle teugen van genoten. Meer dan genoeg reden om deze uitdagende wiskundepuzzels opnieuw aan te bieden.

Wiskunde uit concrete materialen (Activiteiten met concrete materialen)

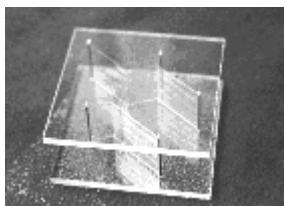
Drs. Jeanne Breeman en dr. Hans van Lint

Reisleiders voor wiskundeleraren naar het buitenland

vrijdag 15.30-17.00 uur (90 minuten)

Veelal wordt een wiskundige geassocieerd met pen, papier en veel nadenken. Deze zaken zullen we in deze workshop ook van de deelnemers vragen, maar allereerst laten we u allerlei opdrachten maken met concrete materialen. Uitgaande van blokjes hout, touwtjes,

doosjes zand, ijzerdraad, zeepsop en andere materialen wordt er in groepjes aan een diversiteit van opdrachten gewerkt. U komt daarbij soms in pittige wiskunde terecht.



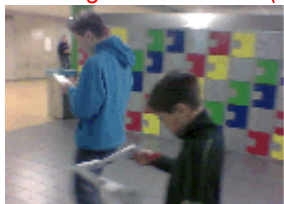
Er zullen bekende en minder bekende activiteiten gedaan kunnen worden. Er zijn wat eenvoudige en wat moeilijke onderwerpen en de bedoeling is daarbij ook met elkaar te discussiëren of het ergens mooi in te passen is bij het leerprogramma. In het algemeen denken wij dat deze bezigheden geschikt gemaakt kunnen worden voor leuke projecten om met groepjes leerlingen te doen.

De wiskunde komt op een vrij natuurlijke manier naar boven en kan natuurlijk op verschillende niveaus gevraagd worden. Brengt u vooral ook uw passer en rekenmachine mee.

Wiskundewandelingen ontwerpen

***Lambrecht Spijkerboer en Ethel Krans
aps, Utrecht en Rientjes mavo, Maarssen***

zaterdag 9.15-11.15 uur (dubbele sessie)



Een wiskundewandeling is een wandeling langs realistische contexten, waarbij leerlingen zien waarvoor ze wiskunde kunnen gebruiken. Ook kunnen leerlingen worden verrast omdat onverwacht veel meer wiskunde op straat ligt dan gedacht.

Het is een aantrekkelijke manier om leerlingen te motiveren. In deze workshop zullen we een korte wiskundewandeling maken en ontwerpen we vragen bij contexten rondom het conferentiecentrum.

Ethel Krans van de Rientjes mavo in Maarssen vertelt over haar ervaringen met 3 vmbo bij een wiskundewandeling in Londen. Zij won daarmee de wiskundescholenprijs 2005.

Deze workshop is grotendeels een herhaling van de workshop die onder dezelfde titel op de aps-wiskunde Reehorstconferentie in 2004 en 2005 werd gehouden.

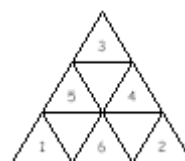
Speels en onderzoekend leren met Magische Figuren

***Leo Prinsen, Fokke Munk en Leon van den Broek
Hogeschool Ipabo, Amsterdam en RSG Pantarijn, Wageningen***

vrijdag 15.30-17.00 uur (90 minuten)

zaterdag 9.15-10.00 uur (45 min. korte versie van vrijdag)

Magische figuren lenen zich goed voor speels en onderzoekend leren bij wiskunde. Bovendien is het voor leerlingen aantrekkelijk om er concreet spel materiaal van te maken. Daarbij wordt niet alleen een beroep gedaan op wiskunde maar ook op vaardigheden op het



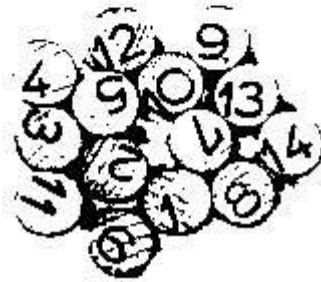
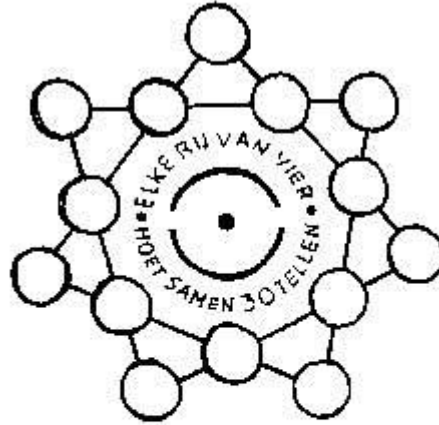
gebied van techniek, taal en beeldende vorming, al dan niet met behulp van de computer.



**Spelen, puzzelen en probleemoplossen staan voorop.
Rekenen en wiskunde worden erin meegezogen.**

DE HOMAS TELPUZZLE

Samen met de deelnemers aan de workshop gaan we op zoek naar mogelijkheden voor speels onderwijs, dat geschikt is voor leerlingen van 10 tot 16 jaar. En net zoals bij leerlingen gaat ook bij ons het spelen en puzzelen ongemerkt over in onderzoek. Na een korte gezamenlijke opstart splitsen we ons op in twee groepen, de ene gericht op het vmbo en de andere op havo/vwo.



Overige werkgroepen en lezingen

Een exploratief debat over de aansluiting vo-wo

Jan Aarts, Henk Broer, Aad Goddijn en Joop Doorman (voorzitter)
TU Delft, RU Groningen, Freudenthal Instituut

vrijdag 14.00-15.00 uur (60 minuten)



Koppen in de kranten van afgelopen jaar.

Er is een probleem in de aansluiting van vo naar wo. Er leven verschillende visies over de oorzaak en het gevolg van dit probleem. Met name universitair docenten klagen over de vooropleiding van hun studenten. Het lijkt ons nuttig om te bekijken waaruit precies die onvrede bestaat, in welke mate ze gewettigd is en wat op den duur kan worden gedaan om die onvrede, voor zover terecht, weg te nemen. Dit doen we aan de hand van een debat. De opzet van dit debat is om de aansluitingsproblematiek te onderzoeken. Daartoe zijn drie combattanten uitgenodigd die in een exploratief twistgesprek de analyses zullen verkennen, uitgaande van een zo helder mogelijk geprofileerde controversie. Ook uw argumenten zijn daarbij van harte welkom.

Wiskunde en Sudoku's

Klaas Pieter Hart
Faculteit ewi, TU Delft

vrijdag 14.00-15.00 uur (45 minuten)

zaterdag 10.30-11.30 uur (herhaling van vrijdag)

Bijna iedereen kent inmiddels de Sudoku-puzzels. In deze voordracht gaan we in op een aantal wiskundige vragen die deze puzzels oproepen. Hoeveel puzzels zijn er? Dit is een onopgelost te vraag. De bescheidener vraag naar het aantal sudokuvierkanten is in de zomer van 2005 beantwoord. We bekijken hoe men zo'n telling kan uitvoeren. Hoeveel cijfers moet men geven? Ook dit is nog niet opgelost. Het absolute minimum ligt tussen 8 en 17. Hoe kent men een moeilijkheidsgraad toe? Hiervoor is een aantal (subjectieve) criteria opgesteld die de revue zullen passeren. Hoe maakt men de puzzels en hoe lost men ze (automatisch) op? Een aantal standaardtechnieken uit de informatica kunnen op het maken en oplossen van de puzzels worden losgelaten. Wie een uiterst efficiënt algoritme voor Sudoku bedenkt, kan hier een miljoen dollar mee verdienen; waarom dat zo is wordt ook uit de doeken gedaan.

	5			6				
		1					9	
				7				4
2	4		9					
		8				6		
				5			3	7
7			8					
	9					2		
			3				1	

Puzzel 80 uit The Guardian Sudoku puzzles, book 1, geklassificeerd als 'hard'.

Wiskundige objecten in 3D

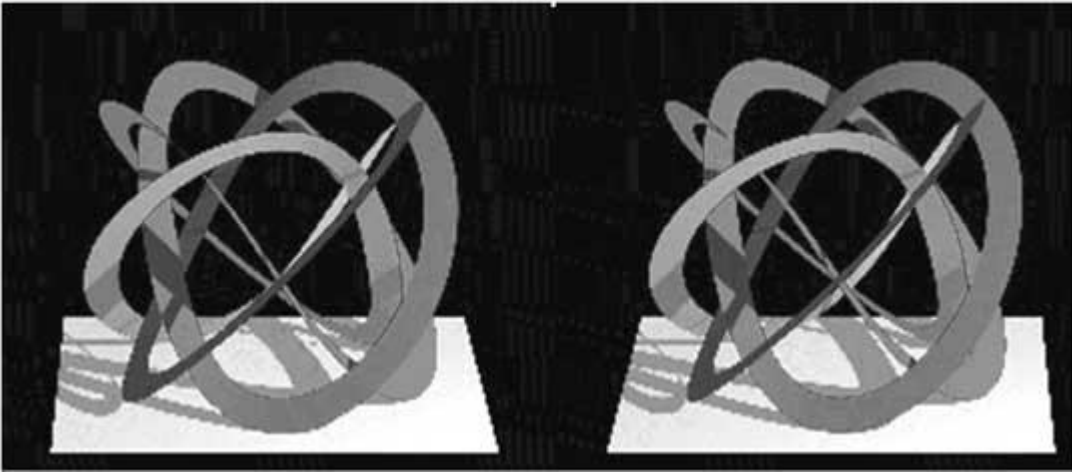
**Dr. Jaap Zonneveld
Knegsel**

vrijdag 14.00-14.45 uur

zaterdag 10.30-11.15 (herhaling van vrijdag)

Het blijft fascinerend: plaatjes of foto's bekijken waarin diepte zit. Zo'n 3D-plaatje is ook interessant omdat er vanwege die extra dimensie méér te bekijken valt. Diepte zien gebeurt in de hersenen, waar de iets van elkaar verschillende beelden van het linker en rechter oog tot één plaatje met diepte worden gesmeed. Voor het maken en bekijken van stereo-illustraties, zoals dia's en foto's, zijn allerhande technieken ontwikkeld. Mensen die (door oefening) in staat zijn hun oogassen bijna parallel te houden, maar hun ogen tóch op leesafstand te accommoderen, kunnen in het stereopaar in de figuur zonder hulpmiddel (speciale bril of viewer) de extra dimensie ervaren. De afstand tussen de centra van de twee plaatjes is namelijk iets kleiner dan de gemiddelde oogafstand (ca. 6,5 cm). Het linker oog ziet dan een iets ander beeld dan het rechter. Aan een aantal wiskunde aspecten van het stereokijken en de stereofotografie is tijdens de NWD van 2002 de workshop 'Stereoplaatjes in de wiskundeles' gewijd.

Déze workshop kan beschouwd worden als een vervolg van die uit 2002, maar de nadruk ligt nu vooral op het genieten van een groot aantal prachtige stereo-afbeeldingen van ruimtelijke objecten, die met de computer zijn 'getekend'. Met behulp van een speciale bril bekijken we de in het groot geprojecteerde beelden en wordt ingegaan op de bijbehorende wiskundige lichamen. Terloops zullen ook de gebruikte technieken en de mogelijkheden van de digitale stereofotografie aan de orde komen.



Winnaars workshop

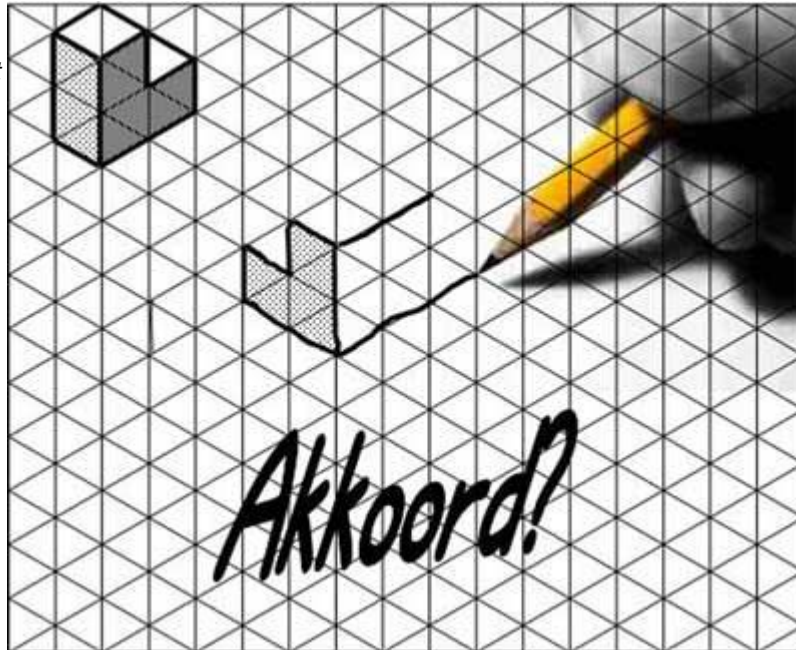
Zeven docenten stuurden dit jaar een voorstel in om een werkgroep op de NWD te verzorgen. De jury koos er drie uit.

Wiskunde is democratisch

Christine Braeye en Chris Standaert
KATHO -departement ReNo, Torhout, België

vrijdag 15.30-17.00 (90 minuten)

Je bent een



bolleboos in ruimtemeetkunde en je maakt de moeilijkste berekening moeiteloos en snijdt elk lichaam met gelijk welk vlak zonder problemen.

of

Je vindt het moeilijk om je te oriënteren en bent zeer gelukkig dat je met je leerlingen ruimtelijke toepassingen zoveel mogelijk kunt vermijden.

Laten we samen afspreken in deze workshop waar iedereen geconfronteerd wordt met wat verwarring, twijfel én verwondering over een eenvoudig ruimtelichaam: de kubus.

Je krijgt verrassende tekenopdrachten en vragen en ervaart wellicht opnieuw de moeilijkheden die een 11-12-jarige ondervindt in deze materie. Gelukkig vind je ook oplossingen voor deze moeilijkheden. Democratisch?

De sessie bulkt van overleg, argumentatie en groepsbeslissingen ... zoals wiskunde leren altijd zou moeten zijn.

$$5 \cdot \sqrt[3]{8} = 10 \quad \text{Hoezo???$$

Lia van Asselt en drs. Brigit Geveling
Bonhoeffer College, Enschede en TU Twente, Enschede

zaterdag 9.15-10.00 uur

In het studiejaar 2004-2005 zijn de resultaten bekend geworden van een landelijk tevredenheidsonderzoek onder eerstejaarsstudenten. Opmerkelijk was dat 42% van de studenten met het profiel n&t ontevreden waren over de aansluiting wiskunde vwo-wo. Nergens werd in dit onderzoek een hoger percentage ontevredenheid over de aansluiting genoemd. Het grote probleem is het gebrek aan algebraïsche vaardigheden. Er zijn nogal wat studenten die aangaven dat dit onderwerp op de middelbare school te weinig aan bod gekomen was. Daarop is er overleg gestart tussen de drie technische universiteiten om deze problematiek te bespreken. In dat overleg werden ook twee docenten uit het vwo betrokken.

Er werden vijf onderwerpen geselecteerd, waarvan de minimale basisvaardigheden werden opgesteld. Voor deze

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1} = \frac{-1}{2x + 1}$$

basisvaardigheden zijn toetsen ontwikkeld die aan de drie tu 's zijn afgenomen. De resultaten waren dramatisch slecht en hebben de landelijk pers gehaald.

We willen in deze sessie met aansprekende voorbeelden laten zien op welke punten de leerlingen tekort schieten. Wij hopen dan in een discussie helder te krijgen hoe de aansluiting verbeterd kan worden. Onze stelling is dat er van beide kanten aan een goede aansluiting gewerkt moet worden, maar dat op het punt van simpele algebraïsche vaardigheden de middelbare school de handschoen moet oppakken. Zeker nu er in 2007 grote veranderingen op stapel staan en er bovendien een lange termijnvisie voor het wiskundeonderwijs vanaf 2010 ontwikkeld wordt.

Variatie-rekening en Intelligent Design

Christiaan Boudri
Rsg Pantarijn, Wageningen

vrijdag 16.15-17.00 uur

De variatierekening is te beschouwen als een verfijning van de infinitesimaalrekening.

Aan de oorsprong ervan bevinden zich twee van de grootste wiskundige geesten van de achttiende eeuw: Lagrange en Euler. Hun bijdragen kunnen echter niet worden verteld zonder het te hebben over de betekenis die in de achttiende eeuw werd gehecht aan de wiskunde voor de mechanica.

Vanouds werd de wiskunde het vermogen toegeschreven om de essentie van de werkelijkheid te kunnen onthullen. Deze opvatting was al te vinden bij Pythagoras en Plato, en was in de zeventiende

eeuw één van de hoofdpijlers waarop de wetenschapsrevolutie berustte. Ze is terug te vinden bij Kepler, Galilei, Descartes, Fermat en Leibniz. Tegelijkertijd bleek de wiskunde ook een instrumentele rol te hebben, wat heel duidelijk te zien is in het hoofdwerk van Newton, de *Principia Mathematica* van 1687.

In de achttiende eeuw komt deze vraag naar de rol van de wiskunde opnieuw opzetten.

Veel onderzoekers, zoals Fermat en Leibniz, zoeken naar een manier om een doelgericht ontwerp in de natuur terug te vinden in de wiskundige principes van de wetten van de mechanica. Dit lijkt mogelijk te zijn door doelprincipes, zoals Fermat's principe van de snelste weg voor de optica, in wiskundige vorm te gieten.

Deze zoektocht naar de wiskundige principes van een 'intelligent design' leidde tot de formulering van het principe van de kleinste actie en daarmee tot de ontwikkeling van de variatierekening. Opvallend is tegelijkertijd dat vrij snel na dit begin de metafysische achtergrond werd losgelaten door Lagrange.

In deze lezing wil ik enerzijds laten zien hoe een schitterende en vruchtbare ontwikkeling in de wiskunde wortelde in een oeroude teleologische traditie. Anderzijds wil ik de vraag aan de orde stellen of de variatierekening zich wel zo snel verder had kunnen ontwikkelen als Lagrange die wortels niet had doorgesneden.



Literatuur en bronnen

Boudri, J.C. (2002). What was Mechanical about Mechanics. The Concept of Force between Metaphysics and Mechanics from Newton to Lagrange. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Overige activiteiten

De NWD is in belangrijke mate bedoeld als ontmoetingsplaats. De koffie-, thee- en lunchpauzes bieden u de gelegenheid van gedachten te wisselen met collega's. Maar, zoals u hieronder kunt lezen, er is meer te doen!

Avondprogramma

Vrijdagavond na de hoofdlezing is er nog ruim gelegenheid om bij te praten en te ontspannen. In de Boston 9 treedt de 'Kweekbak' op, een swingend orkest met veel blazers die (onder andere) lekkere soul ten gehore brengen waar goed op gedanst kan worden.

Houdt u van wat rustigers? In zaal Cambridge 30 verzorgt Leo Prinsen samen met Leon van den Broek en Fokke Munk een spelspektakel. Leo werkt op de Ipabo in Amsterdam en betreft al jaren zijn studenten bij het uitdenken, doordenken, spelen en verzorgen van reken- en wiskundespelletjes. Hij heeft in de loop van de tijd een uitgebreid spelletjesprogramma opgebouwd waarmee hij optreedt op conferenties en andere gelegenheden. In de werkgroep die Leo met Leon en Fokke vrijdagmiddag verzorgt, komt het reken- en wiskundeonderwijs achter de spellen aan de orde. 's Avonds kunt u zelf spelen. Er komen studenten van de Pabo mee om de spellen uit te leggen, als scheidsrechter op te treden en u verder te vermaken. Zaterdag verzorgen Leo, Leon en Fokke ook een reguliere werkgroep waarin voor hen die vrijdag de werkgroep gemist hebben, ingaan op reken-wiskundeonderwijs met spellen. De spellen van Leo cs zijn een mix van commerciële en niet commerciële spellen. Busy Brains - die ook een stand op de NWD heeft - verkoopt spellen. Weet u nog niet of u een spel wilt kopen of twijfelt u nog over welk spel, dan biedt de vrijdagavond u de mogelijkheid om ze eens uit te proberen. In zaal Boston 11 staan de spellen opgesteld en kunt u medewerkers van Busy Brains vragen stellen.

In de Atrium lounge staan Oud Hollandsche Spelen opgesteld. Wat dat zijn, moet u zelf maar ontdekken. Leef u uit en geniet van oerhollandse gezelligheid! Op enkele plekken in de gangen en lounges staan barren opgesteld waar u een drankje kunt bestellen en een plek kunt zoeken om met elkaar bij te kletsen. Ook het Cheers sportcafé (in de kelder) en de nieuwe centrale bar (achter de receptie) zijn open.

Wij wensen u veel plezier!

Funrun

Een vast onderdeel van de Nationale Wiskunde Dagen is de funrun op zaterdagochtend. We lopen weer het bekende rondje van precies 6 km. Deelname is gratis en als beloning krijgt u al voor de start een verrassing.

Voor de snelste dame en de snelste heer is er een echte (wissel)beker.

De snelste tijd in 2005 was 22.44 gelopen door Fanny Kint. Anneleen Post liep met 25.37 de snelste tijd bij de vrouwen.

De start van de funrun 2006 is stipt om 7.00 uur in de morgen, voor de ingang van NH Leeuwenhorst. Om 6.30 uur staat er koffie en thee klaar in de lobby.

Er is geen tijdslimiet, maar u wordt vriendelijk verzocht vóór de eerste lezingen terug te zijn. Wandelen mag trouwens ook, maar dan adviseren we u het halve rondje van 3 km te doen en wat eerder te vertrekken. U kunt de funrun ook skeeleren.



Nationale Wiskunde Dagen 2007

De dertiende Nationale Wiskunde Dagen zijn gepland op vrijdag 2 en zaterdag 3 februari 2007. Bij het organiseren van deze dertiende NWD hopen we gebruik te kunnen maken van uw opmerkingen en suggesties naar aanleiding van de NWD van dit jaar. U ontvangt daartoe ter plekke een evaluatieformulier.

Wij hopen dat u uw opmerkingen gedurende de twee dagen wilt noteren en het formulier aan het eind wilt deponeren in de blauwe bakken. Wij stellen uw mening zeer op prijs!

Informatiemarkt

Op de informatiemarkt in de Rotonde, in de Boston 12/14 zaal en in de gangen kunt u stands vinden van organisaties, instellingen en instituten die zich op een of andere wijze met wiskunde of wiskundeonderwijs bezighouden.

Er zijn stands van:

- Aarde- NU , Universiteit Utrecht
- Algemeen Pedagogisch Studiecentrum
- Busy Brains, Le Clercq
- Datoma Electronics, Casio
- Discovery truck, RUG
- Educatieve Partners Nederland
- Epsilon Uitgaven
- Freudenthal Instituut
- Kangoeroe
- Koninklijk Wiskundig Genootschap
- Lekopro
- Malmberg
- Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren
- NWO
- Optische Fenomenen
- Productief
- Pythagoras
- Scheltema
- LO
- Texas Instruments
- Vierkant
- Visiria Uitgeversmij
- Wolters-Noordhoff



De openingstijden van de informatiemarkt zijn:

vrijdag 10.00 - 11.00 uur

12.00 - 18.00 uur

19.30 - 20.30 uur

zaterdag 08.30 - 11.45 uur