

Nationale Wiskunde Dagen

Nationale Wiskunde Dagen 2003

Voorwoord en welkom

Natuurlijk Weer Druk. Heel druk. Die negende NWD. Velen zijn teleurgesteld deze keer omdat ze te laat waren met hun inschrijving, maar u dus niet. U gaat zich weer laven aan de bron van wiskundige ideeën die de NWD heeft bewezen te zijn. Inspiratie, nieuwe energie, gezelligheid, lotsverbondenheid. Dat laatste is wel iets om even dieper op in te gaan. Het is een bekend verschijnsel dat sociale coherentie toeneemt als men zich als groep bedreigd voelt. Nu, de groep Nederlanders die zich verlustigt in het geven van of onderzoek doen in wiskunde begint zich inderdaad steeds meer een bedreigde diersoort te voelen. Aan alle kanten onrust: de leraar heeft al geen status meer (veelal refereert men nu aan de jaren vijftig: ach, wat was je als leraar toen iemand), maar leraar wiskunde zijn is helemaal een probleem. Wiskundestudenten zijn er nauwelijks. Aan alle kanten wordt aan de omvang en diepte van het wiskundeonderwijs geknabbeld.

Wiskunde! Het vak groeit als kool, de toepassingen worden steeds mooier, het vak steeds relevanter en interessanter. En het onderwijs wordt aan alle kanten bedreigd. Maar het heeft een goede kant: wiskundig Nederland begint naar elkaar toe te bewegen. Wiskundigen zien in, althans een aantal, dat het weinig zin heeft om te gaan vitten op allerlei zaken die volkomen irrelevant zijn in een groter kader. Dat grotere kader is dat er vraagtekens gezet worden bij de rol en het nut van wiskundeonderwijs en zelfs bij de studie van wiskunde (als geïsoleerd vak). `We' worden van alle kanten, zowel nationaal als internationaal, onder vuur genomen en dus kruipen die `wiskundigen' tegen elkaar aan. Dat is prachtig, als we ons maar niet isoleren van de realiteit. Want dan wacht slechts uitsterving. Zo kan men hier en daar reeds vernemen dat wiskunde het lot van Latijn en Grieks zal moeten delen.

Wat ons te doen staat is het wiskundeonderwijs opnieuw uitvinden. Laten zien welk een prachtvak wiskunde is. Laten zien hoe dynamisch het zich ontwikkelt. Laten zien dat niemand zonder kan (Wordt Wiskundig Weerbaar!). Laten zien dat het uitdagend en spannend kan zijn.

Het programma van de negende NWD laat zien hoe mooi wiskunde is. Het laat zien dat heel veel docenten en wiskundigen zich wellustig in dit wiskundebad willen wentelen. En het laat zien dat de politiek veel zaken nog niet snapt.

Een programma dat weer ongelofelijk veel prachtpresentaties belooft. En gezelligheid. En plezier. En een funrun. Dat wordt weer een vermoeiende aangelegenheid.

Nu nog even een plannetje bedenken om het wiskundeonderwijs te revitaliseren. Iets waar we met zijn allen achter kunnen staan. En waar Den Haag niet omheen kan. Misschien iets om te presenteren op de Tiende NWD?

Ha! Die Heerlijke Wiskunde Dagen!

Jan de Lange

Plenaire lezingen

Er staan vier plenaire lezingen op het programma. De voordrachten op vrijdagavond en zaterdagochtend zijn in het Engels. Alle plenaire lezingen vinden plaats in de Rotonde.

Golven

Prof. dr. Arjen Doelman
Korteweg-de Vries Instituut, Universiteit van Amsterdam

vrijdag 11.15-12.00 uur

Het vakgebied dynamische systemen heeft de laatste 40-50 jaar een opzienbarende ontwikkeling doorgemaakt. Doorslaggevend hierbij was de introductie van een nieuwe meetkundige manier van kijken. Via deze weg werd het bijvoorbeeld mogelijk zogenoemd chaotisch gedrag op een fundamentele manier te begrijpen.

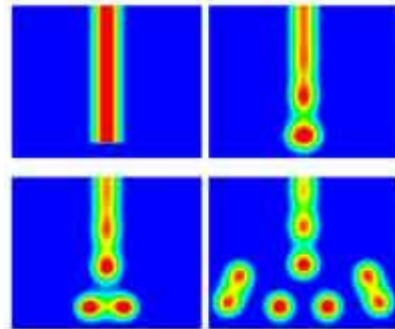
Echter, het succes van deze meetkundige manier van denken beperkt zich ook tegenwoordig nog grotendeels tot afbeeldingen en gewone differentiaalvergelijkingen (GDV 's), ofwel tot laagdimensionale systemen. De ontwikkeling van eenzelfde soort inzichten voor hoogdimensionale systemen, zoals partiële differentiaalvergelijkingen (PDV 's), staat nog in de kinderschoenen.

In deze voordracht zullen we allereerst een aantal voorbeelden geven van het belang (zeker ook buiten de wiskunde) en het gedrag van dit type systemen. De evolutie van ons klimaat, de verspreiding van bosbranden of bacteriën, het stromen van vloeistof (water in een oceaan of bloed door een hart), het zijn slechts een paar voorbeelden van processen die door PDV 's worden beschreven.

Hiernaast worden vier 'tijdstappen' van een computersimulatie van een PDV die een biochemisch proces beschrijft getoond (de kleurschakering geeft de concentratie van een van de reagerende stoffen aan). Duidelijk is dat deze concentratie en in de tijd en in de plaats verandert: dit is het belangrijkste aspect dat een PDV van een GDV onderscheidt.

Vervolgens zal worden aangegeven waarom het gedrag van PDV 's zoveel moeilijker te doorgronden is dan dat van GDV 's, maar vooral ook hoe we door meetkundig te kijken de dynamica van PDV 's wel kunnen begrijpen.

Een belangrijke rol wordt hierin gespeeld door de zogenoemde golfoplossingen. Aan de ene kant zijn deze oplossingen/golven de fundamentele bouwstenen waarmee meer complex gedrag dan de hier getoonde zichzelf voortplantende 'cellen' begrepen kan worden. Aan de andere kant zijn golven ook essentieel in veel toepassingen van PDV 's. Een aantal concrete voorbeelden hiervan zullen ook de revue passeren: onze hersens sturen ons lichaam aan door middel van (electrische) golven door de zenuwen, files kunnen gemodelleerd worden als (schok)golven, het getij is een (zeer grote) golf die door een zee of oceaan 'loopt', enzovoort...



Delen door nul is flauwekul en ander rijmend rekenspul

Dr. Marjolein Kool
Hogeschool Domstad, Utrecht

vrijdag 14.45-15.30 uur

Hiernaast staat een portret van de zestiende eeuwse rekenmeester Jaques van der Schuere. Het is afkomstig van de titelpagina van zijn rekenboek en onder het portret is een zogeheten 'Incarnatie' afgedrukt, een rijmpje waarin een jaartal is verstopt. Incarnaties komen herhaaldelijk in middeleeuwse manuscripten voor en moeten als volgt ontcijferd worden: neem alle letters in het vers die ook gebruikt kunnen worden als Romeinse cijfers (de W telt voor VV), tel deze bij elkaar op en zo vind je het jaartal. In dit geval is dat het jaar waarin het rekenboek is verschenen.*)

IAQVES VAN DER SCHVERE
VAN MEENEN.
Nuts tijdt Francoysche School-meester
tot HAERLEM.



Waarom zet Jaques van der Schuere een rijmpje in zijn rekenboek? Daar zegt hij niets over, maar wie de rijmende wiskunde door de eeuwen heen bestudeert, ontdekt wel een aantal drijfveren die auteurs in de loop der tijden bewogen kunnen hebben om hun wiskundig werk geheel of gedeeltelijk te berijmen. De belangrijkste drijfveer is de esthetische waarde van rijm, het klinkt mooi, je kunt er je werk mee versieren, het verschaft de lezer plezier en het rijm kan zo knap gemaakt zijn dat de dichter daardoor bij zijn lezers respect afdwingt. Een andere belangrijke eigenschap van rijm is het mnemotechnische aspect. Rijm steunt het geheugen. Je hoeft maar één keer te horen: 'Delen door nul is flauwekul' en je zult het nooit meer vergeten. Als recepten, algoritmen en vuistregels op rijm zijn gezet, kun je ze extra goed onthouden.

INCARNATIE.

die reken-Conste CLaer deVisIer hier t'VWen
keVte,
In desen boeCk gheMacCkt, deVt IaQves Van
der SCheVte.

Rijm heeft nog een andere bijzondere eigenschap: het heeft overtuigingskracht. Het staat geschreven alsof het niet anders kan. Het 'moet' wel waar zijn. Het rijmende spreekwoord 'De morgenstond heeft goud in de mond' lijkt een waarheid als een koe, terwijl 'Vroeg opstaan is goed voor je' mij ongestoord nog een keertje doet omdraaien.

Tot slot kan rijm ook de aandacht vasthouden. In een regelmatig rijmend vers wekt het rijmwoord steeds een bepaalde verwachting. Er ontstaat een spanningsboog die alleen door een goedgekozen rijmklank kan worden opgelost. Je blijft luisteren of lezen. Rijm,... het lijkt het zout in de pap, de slagroom op de taart. Maar wat kunnen wiskundigen ermee? Hoe frequent en op welke plaatsen werd het in het verleden in de wiskunde toegepast? Kent rijmende wiskunde misschien ook nadelen? Waarom kiest Johan Jacob Ferguson er in 1675 wel voor en waarom laat Willem Bartjens het in 1633 links liggen? Kent u een geschikt rijmwoord op veertig? En als we onze blik op de toekomst richten? Kan rijm ook in het moderne realistische reken-wiskundeonderwijs een rol spelen? Ik werk aan een rijm-rekenexperiment voor de basisschool. Zal dit een nieuwe hype ontketenen of zal rijmende wiskunde ook de komende jaren niet meer dan een aardig randverschijnsel zijn? Zullen we het op een dag beleven dat bewijzen uit het ongerijmde gaan rijmen? Op vrijdagmiddag wordt een tipje van de sluier opgelicht.

* Jacques van der Schuere schreef zijn rekenboek in hetzelfde jaar dat de slag bij Nieuwpoort plaatsvond.

Musical squares - adventures in sound

Dr. Mike en Wendy Douglas
Crediton, Devon, United Kingdom

vrijdag 20.30-21.30 uur

Musical squares is an scientific 'fun' lecture which is packed with sound and visual illustrations. It is suitable for all ages and requires no specialised knowledge of the subject at all.

The lecture explores many exciting aspects of sound and examines the vital role that it plays in our everyday lives - from communication and the production and enjoyment of music, to medical and industrial uses.

Covering the whole range from infra-sound to ultra-sound, the physical properties of sound are highlighted to illustrate their importance in the animal kingdom. The amazing capabilities of the human ear are discussed and demonstrations of ways in which our ears may deceive us are given.

The causes and effects of various types of deafness are considered and 'lie-detection' tests are presented which will detect people who are feigning deafness!

Colour slides, music, sound effects, the sound of animals - and even the internal sounds of the human body - are used throughout the lecture to highlight the features and uses of sound and hearing! Several 'on-the-spot' experiments and demonstrations are also performed and some of these involve the participation of (volunteer) members of the audience!

Mathematics education - procedures, rituals and man's search for meaning

Prof. Shlomo Vinner
Ben Gurion University of the Negev, Israel

zaterdag 11.45-12.45 uur

In general, research in mathematics education tries to understand the mathematical behaviour of students and teachers. Thereby the focus is mainly on cognitive aspects, and addressing specific issues like how to teach fractions or, more broadly: how to make mathematics relevant.

In this presentation we like to address more general aspects of mathematics learning. These aspects are related to the general human behaviour and thus not limited to mathematical behaviour. The important claim is that human behaviour has many aspects which are not cognitive, and thus that focusing on cognitive aspects in mathematical behaviour might be misleading.

Procedures and rituals are a clear example: they play a very important role in our society. Is this implied by the nature of Man? Procedures and rituals are often followed in a meaningless way. This also holds for mathematical behaviour in respect to procedures. But how about rituals? The answer is: yes, rituals can be identified in many mathematical contexts.

The question is to what extent students and teachers follow these rituals meaninglessly. And what is the psychological role in our life of following these procedures and rituals? In mathematics education we are searching for meaningful learning. This as a special case of Man's Search for Meaning. Thus, the domain of mathematics education exhibits conflicts and contradictions. By presenting examples from various mathematical domains we will support our claims.

Wiskunde om de wiskunde: codes en cryptografie

Het vakgebied van de codering en cryptografie heeft zich in het betrekkelijk recente verleden stormachtig ontwikkeld. Door het aanbrengen van extra informatie kan codering bijvoorbeeld gebruikt worden om een bericht tegen beschadiging te beschermen (error correcting codes). Een andere bekende toepassing is codering om een bericht geheim te houden (cryptografie). Dit wordt bijvoorbeeld gebruikt bij elektronische verkiezingen. Door digitale vingerafdrucken toe te voegen aan bijvoorbeeld een CD, kan de echtheid van de schrijver bewezen worden (autorisatie). En waarom kan een computer wel snel een macht berekenen, maar niet het omgekeerde: de wortel of de logaritme? En hoe kun je dat gebruiken om een geheime boodschap veilig te versleutelen?

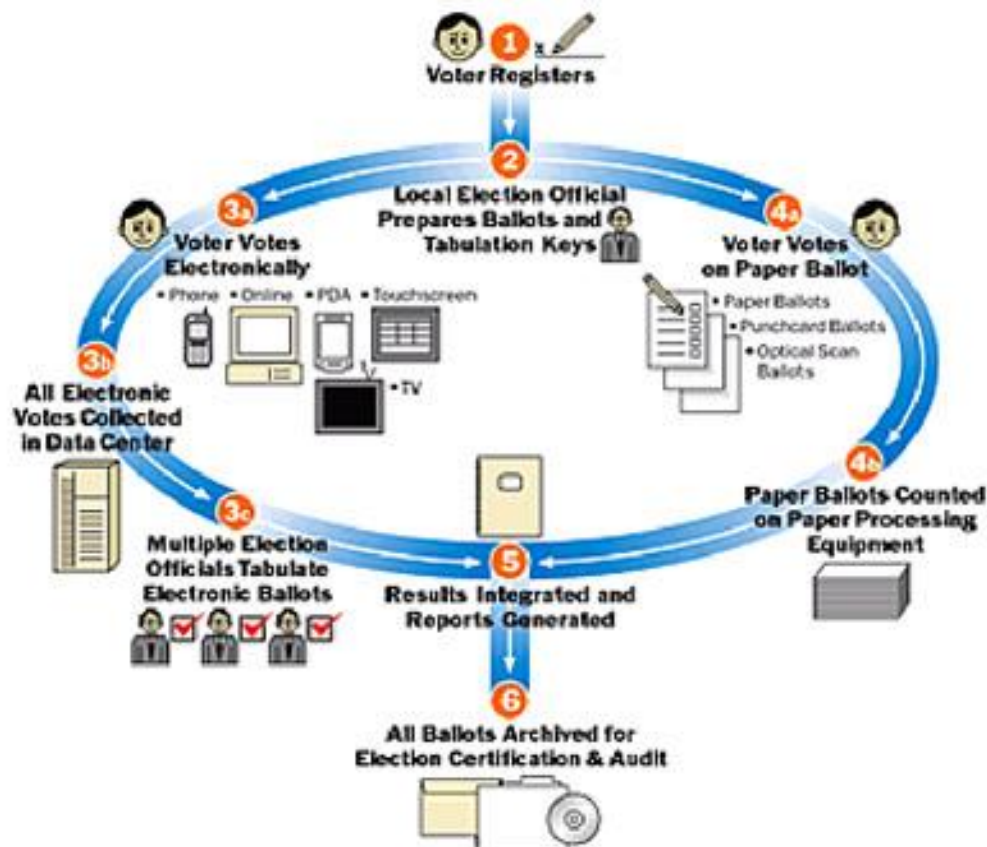
Cryptografische protocollen voor elektronische verkiezingen

Berry Schoenmakers
Mathematisch Instituut, Discrete Wiskunde, TU Eindhoven

vrijdag 13.45-14.30 uur

De cryptografie houdt zich van oudsher bezig met het versleutelen van boodschappen. Later is daar het authenticeren van de boodschappen bijgekomen. Pas sinds de introductie van de publieke sleutel cryptografie is daar de mogelijkheid van zogenoemde veilige gedistribueerde berekeningen bijgekomen. Een elektronische verkiezing is een prominent voorbeeld van zo'n veilige gedistribueerde berekening. Hierbij is de te berekenen functie een sommatie en bestaat de invoer uit een waarde (stem) per stemmer. Het doel is om de som van de stemmen te bepalen, terwijl daarbij (i) de individuele stemmen geheim blijven, en (ii) iedereen ervan overtuigd is dat de som correct is bepaald. In de voordracht wordt getoond hoe er een cryptografisch protocol opgesteld kan worden voor een elektronische verkiezing. Verschillende bouwstenen uit de moderne cryptografie zoals homomorfe ElGamal encryptie, secret sharing en zero-knowledge-bewijzen komen daarbij aan bod. Ook wordt er kort ingegaan op de praktische toepassing van dit protocol (zoals in de systemen die gebruikt worden door het bedrijf VoteHere en het EU project

CyberVote).

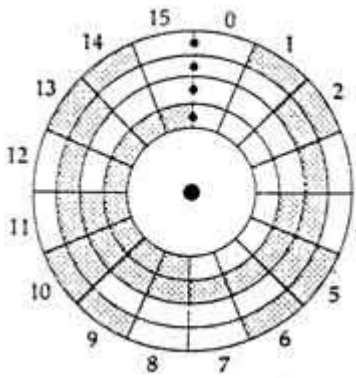


Fouten verbeteren met codes

Prof.dr. Jan van Zanten
Faculteit ITS, TU Delft

vrijdag 16.00-16.45 uur

In het vakgebied van de algebraïsche coderingstheorie houdt men zich in het algemeen bezig met systemen die over te zenden informatie beschermen tegen fouten die er 'onderweg' in kunnen sluipen of, preciezer gezegd, systemen die fouten in de ontvangen boodschappen kunnen detecteren en corrigeren. Een aantal belangrijke zaken uit de theorie van binaire codes zullen de revue passeren, zoals lineaire codes en perfecte codes. Een veelvuldig voorkomende en maatschappelijk zeer gewaardeerde toepassing is het gebruik van fouten-corrigerende codes voor de muzikale informatie op een CD-diskette. Zonder zulke codes zou de muziek niet om aan te horen zijn. Met recht kan men daarom zeggen dat bij het afdraaien van de CD-speler men naar een prachtig stukje algebra zit te luisteren.



Wat minder bekend dan de hierboven bedoelde codes - in essentie ongeordende verzamelingen van binaire woorden - zijn de geordende codes. Op grond van een of ander criterium worden de codewoorden geordend tot een lineaire of circulaire lijst. Zulke codes hebben dikwijls zeer verrassende eigenschappen, afhankelijk natuurlijk van het ordeningscriterium. Ook hiervan zullen we een aantal voorbeelden bekijken, zoals lexicodes en Graycodes. Toepassingen ervan vinden alweer plaats op het terrein van het voorkomen en verbeteren van fouten, alsmede bij patroonherkenning.

Codes ontmoet men ook regelmatig in de spel- en puzzelsfeer, zowel geordende als ongeordende. Voorbeelden zijn 'the game of SETS' (een ongeordende niet-binaire code) en 'the game of NIM' en varianten daarvan (lexicodes).

Machtsverheffen als geheimschrift

Dr. Gerard Tel
 Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

zaterdag 9.00-9.45 uur

Nog maar een halve eeuw geleden bestond het coderen van een geheim bericht eruit, dat de letters van plaats werden verwisseld of dat de letters volgens een ingewikkelde systematiek door andere werden vervangen. Tegenwoordig worden de berichten eerst omgezet in een of meer (lieft grote) getallen, waarop dan met de computer rekenkundige bewerkingen worden uitgevoerd.

Hierbij is vooral machtsverheffen van grote betekenis en er wordt steeds gerekend met alleen gehele getallen en modulo een groot, vast getal. Waarom kan een computer wel snel een macht berekenen, maar niet het omgekeerde: de wortel of de logaritme? En hoe kun je dat gebruiken om een geheime boodschap veilig te versleutelen?

Neem naar deze voordracht je rekenmachine mee!

Verborgene Boodschappen

Prof.dr. Ton Kalker
 Philips Research, Eindhoven

zaterdag 10.30-11.15 uur

De kunst van het stiekem communiceren is al heel oud. Een van de oudste voorbeelden betreft een Griekse slaaf wiens hoofd rond 440 BC kaal geschoren werd, waarna een boodschap op zijn hoofd werd getatoeëerd. Nadat het haar weer aangegroeid was werd de slaaf eropuit gestuurd om de boodschap over te brengen. Verrassend genoeg is aan het begin van de twintigste eeuw deze methode ook nog door Duitse spionnen gebruikt! Meer recentelijk en toegesneden op deze tijd, heeft men zich afgevraagd of de videobeelden van Osama bin Laden, zoals uitgezonden via CNN en Al Jazeera, misschien geheime boodschappen hebben bevat.

In deze voordracht wordt ingegaan op de basisprincipes van steganografie: de kunst van het geheimschrijven in digitale audio-visuele media. Aan de hand van eenvoudige voorbeelden, voornamelijk digitale plaatjes, komen onderwerpen als capaciteit (de grootte

van de geheime boodschappen ruimte), verstoring (de perceptuele verslechtering) en de veiligheid (het gemak waarmee de aanwezigheid van een geheime boodschap gedetecteerd kan worden) aan bod.

Wiskunde en zeevaart

De kapitein van het schip verwelkomt u aan boord voor een tripje over de woelige baren. U denkt: woelige baren? Maar die kan ik toch met wat goniometrische functies beschrijven? Op de motor vaart het schip de haven uit. U denkt: zo'n schroef, zou dat iets met een schroeflijn te maken hebben? Eenmaal buitengaats worden de zeilen gehesen. Een straffe bries doet de zeilen bollen. U ziet onmiddellijk het evenredige verband tussen zeiloppervlak en het ontwikkelde vermogen van het schip. Staande aan stuurboordzijde overvalt een bui van mijmeringen u terwijl u over de eindeloze einder tuurt. De horizon schijnt u als een cirkelsegment toe. Da's pas bolmeetkunde. U neemt plaats bij de boegspriet en wordt gegrepen door het lijnenspel van zowel het lopend als het staand want. Voor u het in de gaten heeft, ziet u de ontbindingen van alle krachtsvectoren die het schip beheersen door het want lopen. Tevreden constateert u dat zeevaart heel veel raakvlakken met wiskunde heeft. Maar even later staat de stuurman een zonnetje te schieten met zijn sextant. U vraagt zich af hoe dat nu in zijn werk gaat. En stilletjes spreekt u bij uzelf de hoop uit dat wiskunde en zeevaart een van de thema's zal zijn op de Nationale Wiskunde Dagen. Welnu, uw hoop gaat in vervulling.

Maansafstanden - de andere oplossing van het lengteprobleem

Drs. Steven Wepster
Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

vrijdag 13.45-14.30 uur

Een van de belangrijkste wetenschappelijke problemen vanaf het einde van de vijftiende eeuw betrof het bepalen van de geografische lengte van een schip op zee. Er waren ten minste twee oplossingen voor dit probleem - in theorie tenminste, want in praktijk bleken alle oplossingen uiterst moeilijk te realiseren. Pas midden in de achttiende eeuw lukte het John Harrison een uurwerk te maken dat op zee voldoende nauwkeurig bleef lopen. Praktisch gelijktijdig kwam, door het werk van de astronomen Tobias Mayer en Nevil Maskelyne, de methode van maansafstanden in een bruikbare vorm. In deze voordracht laat ik aan de orde komen waarom het lengteprobleem moeilijk is en welke (theoretische) mogelijkheden er in de achttiende eeuw waren om lengte te bepalen, en ik zal de werking van de maansafstandenmethode uit de doeken doen.



Modelwetten in de scheepshydraulica, keuze van vormen en waarden

Dr.ir. Lex Keuning
Lab. Scheepshydraulica, TU Delft

vrijdag 16.00-16.45 uur

Bij het voorspellen van de hydromechanische gedragingen (weerstand, voortstuwing, bewegingen in golven, manoeuvreren, enz.) van een schip of een drijvende constructie in de ontwerpfase van een schip of drijvende (offshore) constructie is tot op heden modelonderzoek onontbeerlijk.

Hiertoe kan gebruik gemaakt worden van mathematische modellen, welke modellen op fundamenteel niveau de wisselwerking tussen lichaam en water beschrijven. Echter de stand van de wetenschap is (nog) niet zover dat op eenvoudige wijze hiermee nauwkeurige voorspellingen gemaakt kunnen worden. De nauwkeurigheid van een goed uitgevoerd fysisch experiment gaat hier nog steeds bovenuit. Reden ook dat uiteindelijk de uitkomsten van rekenmodellen getoetst worden aan de uitkomsten van sleeptank onderzoeken.

Het opzetten van een goed experiment vereist een zorgvuldige 'schaling' om ervoor te zorgen dat de gemeten waarden van de van belang zijnde grootheden, welke in model gevonden worden, omgeschaald kunnen worden naar de ware grootte. De onderlinge verhouding tussen de verschillende krachten in de vloeistof, welke hierbij een rol spelen, moet gelijk blijven om ervoor te zorgen dat het stromingsbeeld en het resulterend krachtenspel als ook de uitkomsten representatief blijven.

In de scheepshydropmechanica leidt dit tot grote problemen, omdat aan tegenstrijdige eisen voldaan zou moeten worden al naar gelang het onderzochte probleem. Een keuze is veelal onvermijdelijk. Een gewetensprobleem voor de onderzoeker: welke factoren zijn wel en niet van belang? Hoe wordt hiermee de extrapolatie naar ware grootte afhankelijk van het type probleem en van de gekozen modellering?

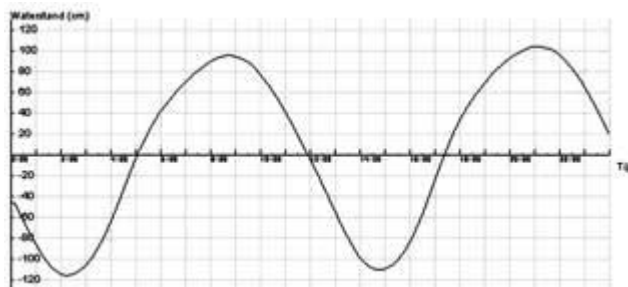
Een korte schets van een tak van onderzoek en haar ervaringen opgedaan in circa 100 jaar.

Eb en vloed: een voortdurende wisselwerking tussen wiskunde en natuurkunde

Dr. Sieb Kemme
Daedalus Onderwijsproducties, Lettelbert

zaterdag 9.00-9.45 uur

Veel havens langs de kust zijn onderhevig aan het regiem van eb en vloed. Bij grote verschillen in het getij vallen sommige havens zelfs volledig droog. Vanaf vroeger tijden hadden schippers er dus alle belang bij te weten wanneer ze een haven konden binnenvaren en weer konden vertrekken. Door middel van primitieve waarnemingen per haven leidde dat tot het opstellen van vuistregels en tabellen zonder dat men precies begreep wat nu de oorzaak was van het verschijnsel eb en vloed. Wel werd er een empirisch verband gelegd tussen de periodieke regelmaat van het getij en van de maan.



De gravitatie-theorie van Newton betekende de eerste grote doorbraak naar een oorzakelijk verband tussen maan en getij. Met dit wiskundig model konden de eerste voorspellende

getijdentabellen worden opgesteld. Tegelijkertijd leidde de ontwikkeling van de techniek tot een betrouwbare tijdmeting en tot apparaten waarmee de waterstanden nauwkeurig konden worden afgelezen. Nu konden de gegevens van verschillende havenplaatsen met elkaar worden vergeleken.

Een belangrijke volgende stap vormde de ontwikkeling van de automatische getijden-schrijver waarmee de waterhoogte in een haven continu werd gemeten en in een grafiek werd weergegeven. Dit leverde de mogelijkheid tot een harmonische analyse van de getijdenkromme waarin, met dank aan Fourier, de kromme kon worden benaderd als een optelling van sinusoiden en waarmee allerlei andere periodieke astronomische effecten zichtbaar werden. Zo kwam de mechanische getijdenvoorspeller in beeld waarmee de getijdentabellen per haven op een mechanische manier konden worden voorspeld. Een tweede grote doorbraak leverde Laplace met de theorie van de hydrodynamica. Laplace stelde een stelsel van partiële differentiaalvergelijkingen op zodat de getijdenstromen over de gehele aarde en de lokale effecten daarvan konden worden gemodelleerd. Deze theorie vormt nog steeds de basis voor het hedendaagse onderzoek naar het getij.

In de lezing wordt een schets gegeven van de ontwikkeling van techniek en theorie die ons het huidige inzicht in het getij hebben verschaft. Centraal daarbij staat het idee van de ontwikkeling van wiskundige modellen, hand in hand met het toenemend inzicht in de natuurkunde en de ontwikkeling van de techniek. Naast eigen waarnemingen is het prachtige boek van Cartwright: *Tides, A Scientific History* een belangrijke leidraad voor de lezing.

Workshop: 'Het astrolabium'

Dr. Jan Hogendijk
Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

zaterdag 10.30-11.15 uur

Een astrolabium is een instrument om met behulp van hemellichamen tijd en plaats te bepalen ('astro' betekent ster en 'labe' betekent vrij vertaald 'nemen' of 'vinden').

In de Westerse wereld was dit instrument vanaf de oudheid tot in de zeventiende eeuw in zwang, in de islamitische wereld zelfs tot ver in de negentiende eeuw. Moslims gebruikten het astrolabium ook om hun gebedstijden vast te stellen en voor de oriëntatie op Mekka.

In deze workshop bouwt elke deelnemer uit voorgedrukt papier, karton en overheadsheet, een model van een astrolabium. Het model is gebaseerd op het beroemde astrolabium van al-Khojandi (ca. 985), zie: www.ncgia.ucsb.edu/projects/tobler/Qibla/sld041.htm. Daarna zullen we het model als klok en als kompas leren gebruiken. Zie alvast: www.math.uu.nl/people/hogend/astro.pdf. Het model kan wel in de klas worden gebruikt, maar helaas niet op zee!



Wiskunde en modelleren

Wiskundige theorieën en berekeningen passen in meerdere of mindere mate goed bij de werkelijkheid. Als medium tussen de beide gebruiken we het begrip model: een min of meer systematische manier om realistische gegevens in een wiskundige context te plaatsen en er vervolgens wat mee te doen. Voorbeelden te over: veel mechanische problemen worden zo binnen de theorie van differentiaalvergelijkingen getrokken. Situaties waarbij onzekerheden optreden kunnen vertaald worden in stochastische of statistische modellen, enzovoort. De basis van het modelleren is abstractie: het isoleren van de variabelen die relevant zijn voor het beschouwde probleem. Binnen dit thema laten we aan de hand van voorbeelden uit de praktijk een ruime variatie zien van de mogelijke wiskundige theorieën waarmee gemodelleerd kan worden.

Guus kom naar huis...

Dr.ir. Ivo Adan
Faculteit Wiskunde en Informatica, TU Eindhoven

vrijdag 13.45-14.30 uur

Nee, dat hoeft niet! De koeien staan niet op springen, maar worden gemolken door robots. Dat klinkt als toekomst in de oren, maar feit is dat in Nederland al meer dan 200 automatische koeienstallen in gebruik zijn.

De verwachting is dat door gebruik van melkrobots de melkproductie met zo'n 15% kan stijgen; daarnaast krijgt de boer meer tijd voor andere zaken dan melken. Robots zijn echter duur. Het is daarom belangrijk dat, voor de bouw van een stal, goed kan worden ingeschat wat de benodigde capaciteit is (i.e., aantal robots, drinkbakken, voederbakken, ligplaatsen, enzovoort).

In deze presentatie zullen we laten zien dat een automatische koeienstal kan worden gemodelleerd als een gesloten netwerk van wachtrijen. En dit wiskundig wachtrijmodel is uitermate geschikt om, voor een gegeven ontwerp, de wachttijden, rijlengtes en bezettingsgraden van de verschillende faciliteiten in de stal te voorspellen.



Het model is geïmplementeerd in het computerprogramma Cow; dit is een Java applet. Met Cow kan een ontwerp worden beoordeeld op basis van bijvoorbeeld de wachttijd bij de robot, drinkbakken, voederbakken, enzovoort. De resultaten van een ontwerp worden grafisch getoond.

Cow is beschikbaar op het World Wide Web.

Het adres is www.win.tue.nl/cow

Laat de koeien maar loeien!

Wiskundig modelleren van verwarming met zonnepanelen

Dr. Harry Trentelman
Faculteit Wiskunde en Informatica, Rijksuniversiteit Groningen

vrijdag 16.00-16.45 uur

Bij het opstellen van wiskundige modellen van (fysische, technische, chemische, biologische, economische) verschijnselen in de wereld om ons heen ('systemen') wordt meestal onderscheid gemaakt tussen twee modelleer-principes:

1. **Het principe van fysisch modelleren: het te modelleren systeem wordt (in gedachten) opgesplitst in eenvoudiger deelsystemen waarvan we al een wiskundig model hebben, bijvoorbeeld in de vorm van elementaire natuurkundige wetten, balans-principes, of**

(differentiaal)vergelijkingen. Al deze deelmodellen worden vervolgens samengevoegd tot een model van het oorspronkelijke, te modelleren, systeem.

- 2. Het principe van systeem-identificatie: in plaats van het systeem te 'ontleden' in deelsystemen proberen we een model van het systeem te maken op basis van waarnemingen en metingen van de waarden die bepaalde grootheden in het systeem aannemen ('data'). Vaak stellen we dan eerst een standaardmodel op van het systeem waarin nog een aantal onbekende parameters voorkomen. De 'data' gebruiken we vervolgens om een schatting te maken van deze onbekende parameters. Het schatten van de parameters wordt ook wel systeem-identificatie genoemd.**

In deze voordracht zal ik deze twee principes gebruiken om een wiskundig model op te stellen voor de verwarming van een huis met behulp van zonnepanelen.

In het bijzonder zal ik differentievergelijkingen afleiden die het verband weergeven tussen de intensiteit van de zonnestraling, de snelheid waarmee de door de zon verwarmde lucht naar een opslagtank wordt gepompt, en de temperatuur van de lucht in de opslagtank.

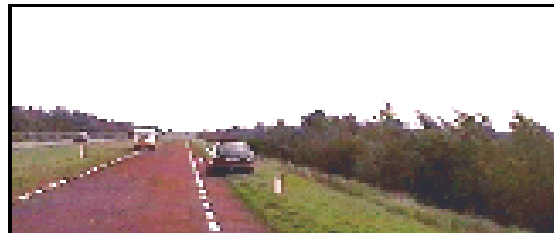
Hoe hard rijdt de auto op de video?

Prof.dr. Jan Aarts
Faculteit ITS, TU Delft

zaterdag 9.00-9.45 uur

Kun je de snelheid berekenen van een bewegend voorwerp op een video?

Soms lukt dat. We behandelen in deze workshop een voorbeeld: het gaat om de snelheid van een auto op de video van een reconstructie van een ongeluk. We beschikken over zestien frames van de video, met tussenpozen van 0,2 seconde tussen opeenvolgende frames. De betreffende auto rijdt over een nagenoeg rechte weg. Langs de weg staan (gelukkig) afstandspaaltes met een onderlinge afstand van ongeveer veertig meter. De gegevens over de uitvoering van de reconstructie bevatten voldoende informatie om de virtuele distantie van de frames te berekenen: de afstand van het oog tot het beeld (de kopie van het frame). Met deze kennis kunnen we op een rechte lijn in het frame aangeven: het verdwijnpunt, de positie van de auto en, met behulp van de paaltjes, ijkpunten op deze rechte. Daarmee kan voor ieder frame de werkelijke positie van de auto op de weg worden bepaald. De deelnemers aan de workshop worden uitgenodigd om deze berekening uit te voeren bij een van de frames. De verzamelde gegevens worden dan gebruikt om de snelheid van de auto te berekenen.



Verkeersongevallen: rekenen aan de klap

Ing. Aart Spek
Co-auteurs: Dr. Jurrien Bijhold en Dr. André Hoogstrate
Forensisch Instituut, Rijswijk

zaterdag 10.30-11.15 uur

Bij de strafrechtelijke beoordeling van verkeersongevallen speelt de gereden snelheid een grote rol. Aan ons daarom de taak om achteraf vast te stellen wat de snelheid is geweest. Hiervoor maken we gebruik van fysische modellen. De bewegingstoestand van de auto's direct na een botsing (snelheid, bewegingsrichting, rotatiesnelheid, enzovoort) kan op grond van de fysische behoudswetten worden gerelateerd aan de bewegingstoestanden van direct voor de botsing. Een eenvoudig fysisch model, bestaande uit een enkel lichaam met vier afgeveerde wielen, beschrijft vervolgens vrij nauwkeurig hoe een auto na een botsing beweegt en uiteindelijk tot stilstand komt. Deze beweging kan vergeleken worden met het bewegingsverloop zoals dat uit (onder andere) de bandensporen op het wegdek blijkt. Het is vrij gemakkelijk om door middel van numerieke minimalisatie een set snelheden te vinden die goed bij de sporen past. Echter, wat zegt dat als alle parameters in zekere mate onnauwkeurig zijn? Kun je uitsluiten dat een combinatie van net iets afwijkende waarden voor de modelparameters een totaal andere set snelheden oplevert? En wat zegt het dat minimalisatie altijd wel tot een uitkomst leidt, hoe weinig sporen ook beschikbaar zijn?

In deze presentatie zal iets worden verteld over het onderzoek aan verkeersongevallen, de simulatie van botsingen en uitloopbewegingen, validaties van het onderzoek en de Monte-Carlo techniek. Daarbij worden enkele voorbeelden en animaties getoond.

Wiskunde en sport

Sport en statistisch toeval, dat lijken tegenstrijdigheden, maar menig sportevenement heeft hier toch van alles mee te maken. Toptijden bij het 1500 m schaatsenrijden hangen af van de baan en het toernooi volgens een kansverdeling. Kan deze geschat worden? Win je vaker als je in de buitenbaan mag starten bij 1000 m schaatsen?

De manier van opslaan bij het serveren in het tennisspel kan geoptimaliseerd worden door de kans op 'uit' versus de kans op 'in' te optimaliseren. Hoe doe je dat?

Hoe maak je een ranglijst van schakers zonder ze allemaal tegen elkaar te laten spelen?

Spreekers vanuit verschillende disciplines zullen in de workshops rond dit thema naar deze vragen kijken. Kortom, een thema dat zowel voor de sporthater als de sportfan voldoende inspiratie biedt.

Een statistische analyse van tennis

Prof.dr. Jan R. Magnus
CentER, Universiteit van Tilburg

vrijdag 13.45-14.30 uur

Sport en statistiek trekt de laatste jaren veel belangstelling. Vooral in de VS is de analyse van baseball en basketbal populair. In Europa zijn er een aantal mensen die zich wetenschappelijk bezighouden met voetbal. Voor een statistische analyse is tennis echter bijzonder aantrekkelijk, omdat er zoveel punten worden gescoord (in tegenstelling tot voetbal).

Wij hebben de beschikking over een unieke dataset: bijna 100.000 punten over vier jaar Wimbledon, heren- en damesenkelspelen (geen dubbels). Op basis van deze data proberen we een aantal vragen te beantwoorden.



1. **Tennishypotheses. Commentatoren vermelden graag: 'beginnen met serveren in een set is een voordeel', 'spelen met nieuwe ballen is een voordeel', 'als je gebroken wordt, dan heb je grote kans om meteen weer terug te worden gebroken', enzovoorts. We hebben 24 van dergelijke uitspraken verzameld en toetsen deze met behulp van de beschikbare data.**
2. **Zijn de punten onafhankelijk en identiek verdeeld? Bij amateurs is het een bekend verschijnsel dat een gemakkelijke smash die wordt gemist leidt tot het verlies van de volgende twee of drie slagen, door irritatie. Dat is een voorbeeld van afhankelijkheid. Is dit verschijnsel bij de professionals ook aanwezig? Spelen zij een breakpunt (30-40 bijvoorbeeld) anders (voorzichtiger?) dan een ander punt? Zo ja, dan is dat een voorbeeld van niet-identieke verdeling. De vraag naar het identiek en onafhankelijk verdeeld zijn van punten is iets dat in veel sporten speelt. De 'hot hand' bij baseball en 'streaks' bij basketbal zijn daar voorbeelden van. Maar bestaan ze ook echt?**
3. **Kun je de uitslag van een wedstrijd voorspellen? Wij proberen dat aan het begin van een specifieke wedstrijd, maar ook (en vooral) terwijl de wedstrijd bezig is. Dan komt steeds meer informatie beschikbaar en kunnen we dus ook steeds beter voorspellen. Dit leidt tot zogenaamde 'profiles' van elke wedstrijd, dat zijn plaatjes die de winstkansen weergeven op elk punt van de wedstrijd.**
4. **Is er een optimale eerste/tweede opslagstrategie? Ja, die is er wel degelijk. En maken de spelers daar optimaal gebruik van? Nou, lang niet allemaal. Er is dus - zelfs voor topspelers - ruimte voor verbetering door de moeilijkheid van de opslag optimaal te kiezen.**

In mijn presentatie zal een selectie van deze onderwerpen aan de orde komen.

Al mijn werk over tennis is geschreven samen met Dr. Franc Klaassen van de Universiteit van Amsterdam. Een overzicht van alle papers is te vinden op mijn website:

<http://center.uvt.nl/staff/magnus/subject.html> (kijk onder 13 voor papers over tennis).

Snel, sneller, snelst: 1500m schaatsen nader bekeken

Dr. Ruud Koning
Vakgroep Econometrie, FEW, Rijksuniversiteit Groningen

vrijdag 16.00-16.45 uur

Kan het nog sneller? De meesten die de 1500 meter tijden van het schaatsen volgen, zullen zich toch verbazen over de progressie op deze afstand. Daar waar op de Olympische Spelen van 1992 1.54:81 goed was voor een gouden medaille voor de mannen, was die tijd bij de Olympische Spelen in 2002 niet eens meer toereikend voor goud in het damestoernooi! De winnende tijd voor de mannen was in 2002 1.43:95. Dat is een gemiddelde vooruitgang van ongeveer een seconde per jaar.



Nu is de vergelijking tussen het schuurpapierijs van Albertville en het superijs van Salt Lake City niet helemaal eerlijk, en ook de invoering van de klapschaats heeft een duidelijk effect gehad op de snelste tijden die worden geschaatst.

Tijdens deze presentatie zullen we 1500 meter tijden statistisch analyseren, waarbij rekening wordt gehouden met een drietal effecten:

- **jaareffect: elk jaar wordt er gemiddeld harder geschaatst**
- **baanefect: niet elke baan is even snel**
- **toernooieffect: de winnaar van de Olympische Spelen is altijd snel.**

De statistische methodologie is gebaseerd op de extreme waarden theorie, die vergelijkbaar is met de centrale limietstelling, maar dan relevant is voor de kansverdeling van het maximum (of minimum) van een reeks toevalsvariabelen.

Zin en onzin van de Elo-ranglijst

Hans van Maanen
Het Parool, Amsterdam

zaterdag 10.30-11.15 uur

Wie is de beste schaker ter wereld? Om die vraag te beantwoorden worden er wereldkampioenschappen gehouden, en de winnaar van die wedstrijden is de wereldkampioen. Moeilijker wordt het om de kracht van schakers uit de lagere echelons te bepalen. Niet alle schakers kunnen tegen alle andere schakers spelen om een ranglijst op te stellen.

De eloscore, in 1968 officieel ingevoerd en bedacht door de Hongaars-Amerikaanse natuurkundige Arpad Elo, voorziet in dit probleem. Althans, dat was de bedoeling. Zijn systeem is omslachtig en ongefundeerd, en hij heeft merkwaardige conceptuele, systematische en toevallige blunders gemaakt.

Kan het systeem niet beter worden afgeschaft?

Hans van Maanen, wetenschapsredacteur bij Het Parool, gaat dieper in op de gedachten en missers van Elo. De hoogste tijd om het systeem af te schaffen.



Wiskunde en didactiek: wiskunde door leerling-ogen gezien

Dit didactische thema heeft twee aspecten:

Ten eerste: welk beeld hebben leerlingen van wiskunde? Zien zij wiskunde als een spel dat uitsluitend tijdens de wiskundeles gespeeld wordt, of is het iets dat ze in hun dagelijks leven echt tegenkomen, herkennen en toepassen? Is wiskunde iets dat kant-en-klaar door een leraar of een boek wordt aangereikt of kun je zelf wiskunde ontwikkelen? Leerlingen doen verrassende uitspraken als je ze vraagt naar hun visie op ons vak.

Ten tweede: wat gaat er aan wiskunde in de hoofden van leerlingen om? Hoe ontwikkelen wiskundige inzichten en begrippen zich in de hoofden van leerlingen? Hoe ontstaan misvattingen en onbegrip? Welke wiskundige ideeën en mentale objecten hebben leerlingen? Sluit de wiskundeles aan bij de gedachten van de leerlingen?

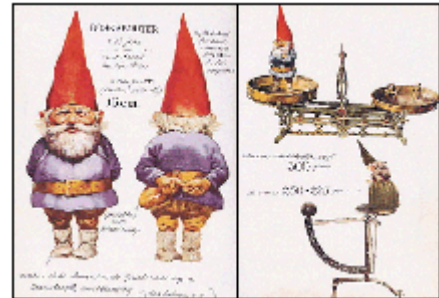
Kortom: een kinderhoofd is snel gevuld, maar weet u wat er dan in zit?

De illusie van lineariteit Hoe lineariteit de leerlingen soms parten speelt

Dr. Dirk De Bock
CIP&T, Katholieke Universiteit Leuven, België

vrijdag 13.45-14.30 uur

Neem een cirkel. Verdubbel de diameter. Eenieder die nu denkt dat de oppervlakte ook verdubbeld is, is in de lineaire valstrik getrapt. Maar hij hoeft vooral niet bang te zijn, hij is zeker niet de enige die last heeft van de lineariteitsillusie. De geschiedenis van de wiskunde telt talloze voorbeelden. Denk maar aan de slaaf die in Plato's dialoog Meno een vierkant met de dubbele oppervlakte moest tekenen, of aan de kansproblemen die Chevalier de Méré aan Pascal voorlegde. Hoe sterk speelt deze illusie vandaag nog bij 12-16-jarige leerlingen? Kan ze makkelijk worden doorbroken? En waar komt deze illusie eigenlijk vandaan? Is ze aangeboren of werd ze aangeleerd op school? En gaat het om een echte misvatting, of spelen de leerlingen enkel het 'spel der schoolvraagstukken'. Kunnen we in het wiskundeonderwijs iets aan de lineariteitsillusie verhelpen? Na een actieve introductie in de context en een toelichting met historische voorbeelden uit diverse toepassingsgebieden, proberen we op deze en vele andere vragen een antwoord te geven op basis van recent Leuven onderzoek naar het fenomeen van de lineariteitsillusie.



Rekenen en wiskunde leren voor later

Willem Uittenbogaard en Corine van den Boer
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

vrijdag 16.00-16.45 uur

Op de basisschool moet je van alles leren voor later. Of dat later nou het voortgezet onderwijs is of het echte leven later, is voor kinderen lang niet altijd duidelijk.

Op een ochtend interviewen we mensen die naar de markt in IJmuiden gaan. We vragen ze naar het rekenonderwijs van vroeger. Gebruikt u dat nog wel eens? We spitsen nogal wat van de interviews toe

op het hier getoonde spoorkaartje:

Met de vraag wat zo'n kaartje kost zonder korting. Een videocollage laat hun aanpak zien.



Op een basisschool vragen we kinderen in groep 8 na te denken over waar je rekenen en wiskunde tegenkomt buiten de school. Ze schrijven daarover en maken ook een foto van die situatie. Dat is hun kijk op later. Fotograferen ze een school voor voortgezet onderwijs of komen we in winkels terecht? Ook laten we ze nog maar even werken aan het spoorkaartje van hiernaast. Doen ze dat beter of slechter dan de mensen op straat?

Waarom? Daarom!

Martin Kindt
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

zaterdag 9.00-9.45 uur

In mijn allereerste jaar als leraar trof ik in een derde klas *HBS* een leerling die mij onophoudelijk vroeg: maar meneer, waarom is dat zo? Dat was geen pesterijtje, dat was echt en of ik wilde of niet, ik moest een zo bevredigend mogelijk antwoord geven of -al herinner ik me niet zo precies of ik dat toen al deed - de juiste tegenvraag stellen. Van die leerling, ik zie hem nog voor me na al die jaren, heb ik veel geleerd.

Bijna ieder mens maakt als opgroeiend kind een 'waarom-periode' door. Na veel dooddoeners te hebben aangehoord houdt hij daar op een gegeven moment mee op. Soms zijn er kleine ervaringen na het binnentreden van het voortgezet onderwijs: waarom wiskunde? Of meer toegespitst: waarom moet je de ene keer haakjes wegwerken en de andere keer juist haakjes aanmaken? En omdat dit soort vragen zich niet gemakkelijk bevredigend laat beantwoorden, verdwijnt de 'waarom-attitude' en de meer gangbare vraag wordt: 'hoe moet dat?' of 'moet ik dat kunnen?'

Mijn antwoord op de vraag 'waarom wiskunde?' zou kunnen luiden: om weer te leren vragen 'waarom?'. Beter nog: om aan jezelf te leren vragen 'waarom?' en zelf te zoeken naar het 'daarom'. Dit wiskundige spel: het rijgen van een waarom-daarom-ketting totdat je bij een bevredigend 'daarom' bent aangeland, heeft mij als twaalfjarige geboeid en dat is zo gebleven. Dat het de meeste van mijn klasgenoten niet zo aansprak, lag aan het soort problemen waar we voor werden gesteld, niet aan het type spel.

In deze tijd lijkt het wel of we dat spel, de essentie van wiskunde, zijn vergeten. Van Hendrik Lenstra is de recente uitspraak: 'wiskunde zonder bewijzen is als voetballen zonder bal'. Als - en nu volg ik een bladzijde uit een populaire methode - de drie hoeken van een kartonnen driehoek worden afgescheurd en dan, omdat ze met zijn drieën tegen elkaar aangelegd ogenschijnlijk een gestrekte hoek vormen (A), wordt geconstateerd dat de som van de hoeken van elke driehoek 180° is, spelen we zonder bal. Eigenlijk is het beschamend om dan van wiskunde te spreken. Die schaamte heeft niets te maken met de handtastelijkheid van het afscheuren. In een oud meetkundeboek vond ik ook een afscheurplaatje (B), maar dat is zoveel beter dat je zou kunnen zeggen dat de bal, weliswaar niet hard opgepompt, daar wel op het veld is.

Kortom, redeneren en bewijzen, voor en door het oog van de leerling, dat is waar het om gaat in deze sessie.



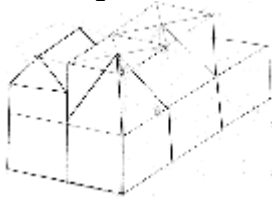
Van de ruimte naar het vlak, van intuïtie naar redenering

Françoise Van Dieren
Centre de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles, België

zaterdag 10.30-11.15 uur

In deze workshop presenteren we een tiental probleemsituaties voor 12 à 15-jarigen in verband met het tekenen van ruimtelijke voorwerpen. De deelnemers voeren zelf enkele van deze tekenopdrachten uit.

De problemen maken deel uit van een leerlijn voor meetkunde, uitgewerkt door de CREM in hun recent naslagwerk *Construire et représenter* (construeren en voorstellen). CREM staat voor Centre de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques, een onderzoekscentrum in het Franstalige deel van België.



De voorgestelde tekenproblemen leiden tot het ontdekken en beargumenteren van vlakke meetkundige eigenschappen op een manier die bij de CREM 'natuurlijke meetkunde' wordt genoemd. Spontane, intuïtieve verklaringen van leerlingen worden in redeneringen aaneengeschakeld en leiden uiteindelijk tot nieuwe meetkundige stellingen die vooraf niet evident waren.

Wiskunde en het vrije veld

De titel van dit thema is een eerbewijs aan Prof.dr. M. Minnaert, lange tijd hoogleraar sterrenkunde in Utrecht. Wij zullen het begrip 'vrije veld' ruimer interpreteren dan Minnaert indertijd deed in zijn beroemde boekjes over de natuurkunde van 't vrije veld. Wel zullen we in de stijl van Minnaert wiskundige zaken bespreken die beginnen met de verwondering over waarnemingen. Hierbij kan het gaan over beelden en patronen in de natuur, aan het hemelgewelf en in tekeningen en schilderijen. Patronen en structuren zijn te zien in watergolven, zandduinen, varens, schelpen, kristallen, sterrenbeelden en sterrenstelsels. Zijn sterrenbeelden bij elkaar behorende sterren? De sterrenhemel draait ogenschijnlijk regelmatig om ons heen. Preciezer kijkend zien we ook onderlinge bewegingen. Hoe kan de wiskunde helpen bij het onderzoek naar de patronen en structuren?

Als we in een auto of trein het landschap bekijken of als de dingen die we bekijken zelf bewegen, dan ontstaan soms bedriegelijke, maar interessante beelden. In ons onderwijs zullen we rekening moeten houden met de eventuele misleidingen die tekeningen kunnen veroorzaken. Wat is het bedoelde beeld en wat is de verbeelding?

Het tweedimensionaal of juist driedimensionaal interpreteren van tekeningen is niet alleen voor docenten wiskunde van belang, ook schilders hebben hier door de eeuwen heen steeds meer en betere technieken voor ontwikkeld. Hoe is een en ander historisch gegroeid? Is de projectieve meetkunde daardoor ontstaan?

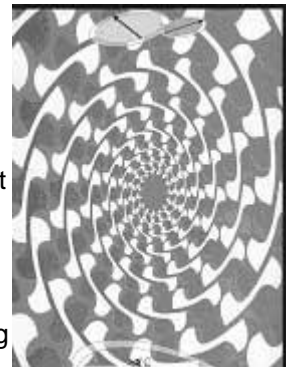
Echt of Verbeelding?

Hans van Lint
Zwolle

vrijdag 13.45-14.30 uur

Kijkt u ook zo graag naar die bedriegelijke plaatjes waarin de tekenaar je twee verschillende dingen kan laten zien? Een vrouw voor een kaptafel of een schedel, een oude vrouw of een hele jonge, een stel cirkels of een spiraal, evenwijdige lijnen of toch geen evenwijdige lijnen? Salvador Dali en Maurits Escher hebben veel fraaie prenten gemaakt waarbij we ons afvragen of we het wel goed zien of ons iets verbeelden.

Prof. Dr. M. Minnaert, lange tijd hoogleraar sterrenkunde in Utrecht, geeft in zijn prachtige drie delen tellende serie 'Natuurkunde van 't vrije veld' mooie voorbeelden van de verwondering die de mensen kunnen krijgen bij het opmerken van allerlei natuurverschijnselen. De plassen in de verte op een weg op een droge, hete, zomerdag of spiegelbeelden in het water die niet kloppen met wat we boven water zien.



Wie zijn ogen de kost geeft ziet ook wiskundig overal leuke, vreemde dingen die om een verklaring schreeuwen. In een trein zittend zien we de omgeving voorbij snellen, maar wat verder weg ligt gaat met ons mee. In een film zien we de spaken van een wiel stilstaan of zelfs achteruitlopen. In de kamer van Ames staan twee even grote mensen maar de een komt maar halverwege het plafond en de andere staat er krom tegenaan. In de schilderkunst zijn verschillende methoden ontwikkeld om diepte te suggereren. Natuurlijk is perspectief daarbij heel belangrijk, maar ook de omgeving, de achtergrondoverlapping, enzovoort. Hoe zijn onze kijklijnen?



Hoe is de perceptie van de dingen die we zien? Is het ervaring, aangeboren of een associatie van sensaties? Er zijn duizenden voorbeelden van prenten waar een illusie in verborgen zit en we zullen het over meerdere gaan hebben. Is dat nu wiskunde of alleen maar grappenmakerij? Kunstenaars en wiskundigen genieten er meestal van en we gaan er in de voordracht hier en daar wiskundig wat dieper op in. Verder zullen we praten over meetkunde-onderwijs en de misleidingen die uit tekeningen

kunnen ontstaan! Een kleine tentoonstelling van tekeningen en voorwerpen in de zaal zal sommige dingen duidelijk kunnen maken.

Dynamica van sterrenstelsels

Drs. Ellen Verolme
Sterrewacht, Universiteit Leiden

vrijdag 16.00-16.45 uur

Deel drie van de trilogie Natuurkunde van het vrije veld van professor Minnaert is getiteld Rust en Beweging. Zowel 'rust' als 'beweging' vormen essentiële ingrediënten van mijn promotieonderzoek, dat gericht is op de Dynamica van Sterrenstelsels. Hoewel de meeste sterrenstelsels bijzonder diffuse objecten zijn, is er in elk geval één die op een heldere nacht buiten de Randstad met het blote oog te zien is: de Melkweg. Bescheiden telescopen onthullen dat deze lichtende band is opgebouwd uit ontelbare sterren en wolken van gas en stof.

Al honderden jaren geleden maakte men hieruit op dat de Melkweg de projectie is van een afgeplatte schijf van sterren met, naar menselijke maatstaven, enorme afmetingen.

Waarnemingen aan het begin van de twintigste eeuw lieten vervolgens zelfs zien dat de Melkweg niet uniek is, maar slechts een van de miljarden sterrenstelsels die ons heelal telt.

Verbazingwekkend genoeg zijn al deze sterren ruwweg in te delen in twee categorieën: elliptische en spiraalstelsels. Terwijl de Melkweg tot de laatste categorie behoort, is in de laatste decenia langzamerhand duidelijk geworden dat elliptische stelsels, die er ogenschijnlijk saai uitzien, minstens zo interessant zijn.

Terwijl hun uiterlijk op menselijke tijdschalen niet verandert en deze stelsels dus ogenschijnlijk in rust verkeren, bewegen de sterren in zo'n stelsel onder de invloed van vaak exotische krachten. Elliptische stelsels bevatten namelijk vrijwel zonder uitzondering een superzwaar centraal zwart gat en hebben (mede daardoor) een bijzondere rijke snelheidsstructuur. In sommige actieve stelsels wordt de materie die op het zwarte gat invalt omgezet in straalstromen die zich over enorme afstanden uitstrekken. Er zijn zelfs aanwijzingen dat de meeste elliptische stelsels ontstaan uit samensmeltingen van spiraalstelsels.

Sterrenstelsels verkeren dus niet bepaald in een rust-toestand! Met dit alles in het achterhoofd heeft Sterrewacht Leiden, samen met een aantal andere instituten, het instrument SAURON gebouwd. In deze presentatie hoop ik u ervan te overtuigen dat de unieke waarnemingen met SAURON ons in staat stellen meer te leren over elliptische sterrenstelsels in het algemeen en over de bewegingen van de sterren in deze stelsels.



De maan en de regenboog

Prof.dr. Jan van de Craats
KMA, Uva en OU

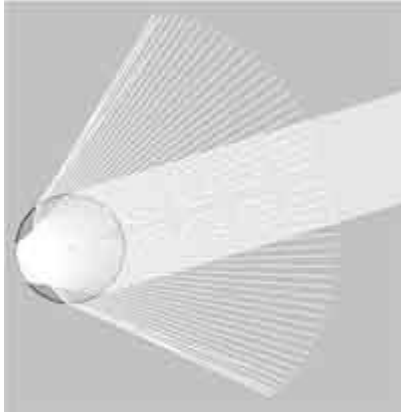
zaterdag 9.00-10.00 uur

In Deel 1 van De Natuurkunde van 't vrije veld wijdt Minnaert op bladzijde 167 een alinea aan het merkwaardige verschijnsel dat het verlichte deel van de maan soms niet precies in de richting van de zon lijkt te wijzen.

Vooraf bij zonsopgang en zonsondergang is dit frappant.

Minnaert noemt het een vorm van gezichtsbedrog die verdwijnt zodra je een gespannen touwtje in de richting zon-maan voor je oog houdt. Dat laatste is weinig bevredigend: wij zullen het verschijnsel met goede computertekeningen illustreren en verhelderen. Het is een mooie oefening in ruimtelijke constructies en orthogonale projecties.





Een ander onderwerp dat Minnaert behandelt, is het ontstaan van de regenboog. Zijn duidelijke verklaring daarvan laat nog een aantal wiskundige aspecten open. Wij vullen ze in, en gebruiken daarbij de afgeleide van de arcsinusfunctie. Met het Binasboekje in de hand kunnen we vervolgens vat krijgen op een van de meest ongrijpbare natuurverschijnselen.

Maar of we de pot met goud ooit te pakken zullen krijgen?

Zijn alledaagse ruimte-ervaringen voor alle mensen hetzelfde?

S.J. Doorman M.Sc.
Waarder

zaterdag 10.45-11.30 uur

De geometrisering van de visuele ruimte vindt in de Westerse Geschiedenis na de Griekse Oudheid opnieuw plaats tussen 1200 en 1500. Zagen de mensen vóór 1200 dan geen perspectief? Was men in de Middeleeuwen Euclides vergeten, die zich met name in zijn uiteenzetting van de optica met perspectivische illusies bezighield?

In deze voordracht zal worden ingegaan op de curieuze oorsprong van de herleving van de meetkunde in de Middeleeuwen. Daarnaast zal de these van Panofsky worden toegelicht; hij immers kende een belangrijke rol toe aan de schilderkunst in het ontdekken van de meetkundige regels die ten grondslag liggen aan het creëren van perspectivische illusies in schilderijen en fresco's.

Wiskunde en filosofie

De wijze waarop over fundamentele vragen betreffende het karakter van de wiskunde wordt nagedacht, wordt in belangrijke mate door de aard van de wiskundige activiteit bepaald. In de eerste helft van de twintigste eeuw speelde zich een berucht geworden strijd af over de filosofische grondslagen van de wiskunde (daaraan zijn ondermeer de namen verbonden van D. Hilbert en L.E.J. Brouwer).



Gedurende de twintigste eeuw hebben zich binnen de wiskunde een aantal belangrijke ontwikkelingen voorgedaan.

Welke invloed hebben die veranderingen op de belangrijkste opvattingen die een rol speelden in de genoemde grondslagenstrijd? Deze vraag zal worden behandeld vanuit historische, mathematische en filosofische gezichtspunten. Kernvraag daarbij zal zijn: in hoeverre worden didactische wiskundige praktijken gekleurd door opvattingen over de aard van de wiskunde en de status van haar resultaten?

Filosofie van de Wiskunde - Vingerwijzingen uit het Verleden

Prof.dr. Henk Bos
Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

vrijdag 13.45-14.30 uur

De wiskunde is gevormd door vele eeuwen hard nadenken en liefde voor het vak. Het nadenken veranderde steeds, het vak dus ook, en de aard van de liefde ervoor was ook niet steeds dezelfde. Natuurlijk veranderde de filosofie van de wiskunde mee. Het verleden levert dus een schat aan voorbeelden op van veranderende wiskunde en wisselende meningen over wiskunde.

Het is plezierig uitdagend om de hedendaagse discussies over wiskunde met die vroegere veranderingen en meningen te confronteren. De geschiedenis van de wiskunde krijgt dan de gelegenheid vingerwijzingen te geven in het filosofische debat.

In mijn lezing probeer ik een aantal van die vingerwijzingen uit de geschiedenis los te peuteren. Bijvoorbeeld over het weg-abstraheren van de relatie met de werkelijkheid, over zin en onzin van bewijzen, en over de taken die wiskundigen zichzelf opleggen.

Wiskunde zonder grondslagen

Prof.dr. Ieke Moerdijk
Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

vrijdag 16.00-16.45 uur

De belangrijkste ontwikkelingen binnen de grondslagen en filosofie van de wiskunde concentreerden zich in de eerste plaats op de 'ontologie' van de wiskundige objecten. De meest succesvolle theorie is ongetwijfeld de verzamelingenleer van Zermelo en Fraenkel, waarin elk wiskundig object wordt geconstrueerd als verzameling (van verzamelingen, van verzamelingen...). In deze voordracht wil ik een meer 'fenomenologische' of pragmatische kijk op de wiskunde bespreken, waarin niet de constructie van wiskundige objecten

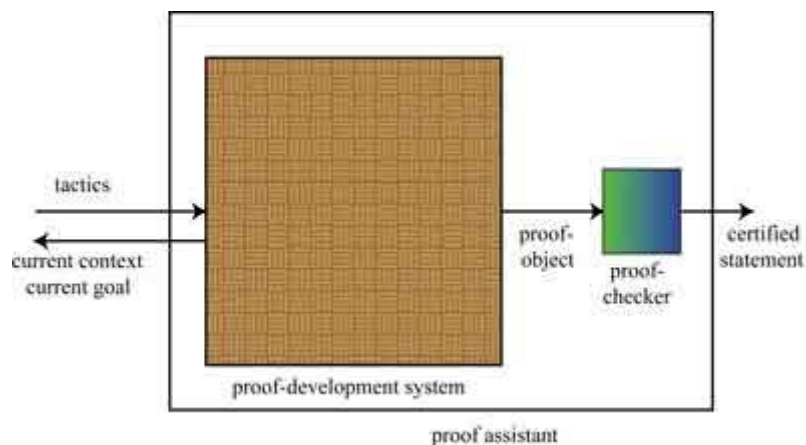
centraal staat, maar eerder het soort eigenschappen die groepen van objecten, en afbeeldingen tussen die objecten, gemeen kunnen hebben. Zo'n benadering van de wiskunde vindt men in de theorie van categorieën. Dit is een theorie die voortkomt uit de algebraïsche topologie en kort na de tweede wereldoorlog voor het eerst expliciet is geformuleerd door S. Eilenberg en S. Mac Lane. Vragen als: wat zijn precies de eigenschappen van de 'categorie' van vectorruimten en lineaire afbeeldingen daartussen, en welke categorieën van wiskundige objecten hebben deze eigenschappen nog meer, blijken beter aan te sluiten op de wiskundige praktijk en vruchtbaarder voor het onderzoek (en het onderwijs?) dan de vraag hoe een lineaire afbeelding tussen vectorruimten precies te beschrijven als een verzameling (van verzamelingen, van verzamelingen...).

Computer wiskunde

Prof.dr. Henk Barendregt
 Faculteit Wiskunde en Informatica, Katholieke Universiteit Nijmegen

zaterdag 9.15-10.00 uur

Hieronder verstaat men wiskunde die exact gerepresenteerd is op een computer (dus niet bij benadering, zoals in de numerieke wiskunde). Allereerst werd dit gedaan in de zogenaamde 'Computer Algebra' waarin berekenbare begrippen zoals π^2 exact gerepresenteerd worden. Het een en ander kan ook met niet-berekenbare begrippen gebeuren. Daarvoor moet men wel bewijzen geheel formaliseren zodat de computer kan nakijken of de uitspraken erin goed geformuleerd en de logische stappen erin geldig zijn. Er zijn verschillende manieren om systemen voor computer wiskunde te funderen: de formalistische, de logicistische, de intuïtionistische en de platonistische. Wat voorheen filosofie was is nu technologie! We zullen voorbeelden laten zien en voor- en nadelen van de methodes noemen. Het grootste nadeel is voornamelijk dat de technologie nog steeds in haar kinderschoenen staat. In de informatica heeft zij reeds belangrijke toepassingen.



Verschillende filosofieën <=> verschillende wiskundeleraren

Lidy Wesker
 Jac.P. Thijssse College, Castricum

zaterdag 10.45-11.30 uur

Wat is de relatie tussen de ideeën van de wiskundedocent over wat wiskunde is en het het lesgeven in wiskunde?

Deze vraag staat centraal in het onderzoek naar de filosofie achter het wiskundeonderwijs. Je zou kunnen stellen dat er een sterke relatie bestaat tussen de persoonlijke filosofie van de wiskundeleraar en de wiskunde-ervaringen van zijn wiskundeleerlingen. Maar hoe zitten we gevangen in de tweede fase, in de eindtermen en in het beleid van de school? Vaak is de filosofie van de wiskundeleraar wat betreft wiskunde en onderwijs impliciet aanwezig. In deze workshop wordt uw persoonlijke filosofie expliciet gemaakt en kunt u kennisnemen van de filosofieën van uw collega's. Daarnaast wordt ook de invloed van filosofieën op het wiskundeonderwijs duidelijk gemaakt. Kortom, denken wij als wiskundeleraars allemaal hetzelfde over:

- ***wat is wiskunde?***
- ***hoe geef je wiskunde?***
- ***hoe leer je wiskunde?***

Workshops VMBO

Vorig jaar zijn op de Nationale Wiskunde Dagen voor de eerste keer workshops binnen het thema vmbo gehouden. Uit de evaluatieformulieren bleek grote belangstelling voor prolongatie van dit thema. Daarom vindt u ook dit jaar workshops speciaal voor docenten in het lwoo tot en met de theoretische leerweg van het vmbo. De onderwerpen, die te maken hebben met rekenvaardigheid, actief en zelfstandig leren, en leuke praktische opdrachten, zullen ongetwijfeld inspirerend zijn voor iedere docent.

Zelfstandig werken in de wiskundeles

Tijes Snel
De Nieuwe Veste, Hardenberg

vrijdag 13.45-14.30 uur

Vier jaar geleden is De Nieuwe Veste, locatie Piet Heinstraat, te Hardenberg begonnen met de invoering van (t)huiswerkvrij onderwijs. Dit resulteerde in een vorm van lesgeven waarbij de docent steeds meer een begeleidende rol kreeg in het proces van het 'leren leren' door de leerlingen. Voor het vak wiskunde betekende dit het opdelen van de leerstof in basis-, herhalings- en verrijkingsstof. Het traditionele bespreken van het huiswerk, met alle frustraties vandien, werd vervangen door het gebruik van antwoordbladen en individuele begeleiding van de leerlingen in de zelfwerkzaamheidsfase tijdens het lesuur. Iedere leerling kreeg op deze manier de leerstof aangeboden die hij aankon. Collega's, leerlingen en ouders zijn zeer tevreden over deze nieuwe aanpak, en uit onderzoeken blijkt dat het rendement van deze vorm van onderwijs voor veel leerlingen groter is dan van het traditionele onderwijs.

Papieren dieren en kapstokhaken

Frans Moerlands
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

vrijdag 16.00-16.45 uur

Voor veel kinderen, en zeker voor een groot deel van de vmbo leerlingen geldt, dat ze het vak wiskunde niet zo bijster interessant vinden. Abstract; ver van mijn bed; onduidelijk wat je ermee kunt; enzovoort. Een van de grote uitdagingen in het wiskundeonderwijs is om deze leerlingen de zin en de lol van de wiskunde te laten ervaren. Het gaat immers niet alleen om kunnen, maar ook om willen.

Op de Nationale Rekendagen, een jaarlijkse conferentie voor basisschoolleerkrachten, is in 2000 en in 2001 een practicum gehouden waarin geprobeerd is om de wiskunde te verpakken in speelse en prikkelende opdrachten. In een circuitmodel hebben leerkrachten in kleine groepjes gewerkt aan ogenschijnlijke alledaagse probleempjes: een taart in stukken snijden, beschuiten met muisjes smeren, grote afstanden meten met een fietswiel, kapstokhaken op een plank zetten, enzovoort. Maar ook: je maatgevoel voor gewicht testen, dobbelgrafieken maken, het gewicht van dieren in papier uitdrukken, een zo groot mogelijke oppervlakte maken, enzovoort. Activiteiten die niet alleen leuk zijn om te doen, maar die ook op een indringende manier tot wiskundige essenties leiden. We hebben dat gezien bij leerkrachten, maar ook bij de leerlingen waarmee we dit hebben uitprobeerde. Diverse leerkrachten hebben de activiteiten inmiddels ook met hun eigen leerlingen uitgevoerd. We krijgen vanuit allerlei



hoeken enthousiaste reacties. De ervaring leert dat het eigenlijk niet uitmaakt hoe oud en van welk niveau de 'deelnemers' zijn. Zelfs voor doorgewinterde wiskundigen zijn er aardige ontdekkingen te doen. Het maakt deze practica ook interessant voor het v(mb)o. Je kunt de opdrachten namelijk op allerlei manieren gebruiken. Heel gericht als een opstart van een leerproces, maar ook meer algemeen als een soort eye-opener: ontdekken dat de wiskunde niet zomaar uit de lucht komt vallen; dat de wereld om je heen er vol mee zit; dat je wiskunde kunt gebruiken als gereedschap om greep te krijgen op de wereld.

Kortom, dat wiskunde leuk en zinvol kan zijn.

In de werkgroep gaan we met een aantal opdrachten aan de slag. Eerst doen we ervaring op, om daar vervolgens samen op te reflecteren. Aan het eind van de bijeenkomst is er gelegenheid om in de practicummappen te snuffelen en ook andere opdrachten te bekijken.

Goed om te weten is overigens dat de opdrachtbladen, inclusief het bijbehorend kopieermateriaal, te downloaden zijn van het Rekenweb: www.rekenweb.nl

Energizers

Ingrid Berwald
IJssel College, Capelle a/d IJssel

zaterdag 9.15-10.00 uur

Energizers zijn korte groepjes-vormende opdrachtjes die met de leerstof te maken hebben, waarbij de leerlingen actief meedoen. De opdrachten zijn zo gekozen dat elke leerling (goed of zwak) mee kan doen.

Bij deze workshop zit u niet stil. In deze workshop wordt uitgelegd hoe je energizers in de wiskundeles kunt gebruiken. Energizers worden meestal in mentorlessen toegepast om leerlingen te leren samenwerken, om groepjes te maken en om een les te openen. Ook in de wiskundeles moeten er wel eens heterogene groepjes gevormd worden, en samenwerken doen onze leerlingen natuurlijk ook. Vooral *lwoo* en *vmbo* kinderen moeten af en toe hun energie kwijt voor ze weer geconcentreerd met de les mee kunnen doen. Maar ook *havo* en *vwo* leerlingen zullen het leuk vinden om af en toe met energizers te werken, vooral omdat iedereen mee kan doen op elk niveau.

Deze workshop is speciaal bedoeld voor iedereen die:

- **lesgeeft aan lwoo / vmbo leerlingen**
- **houdt van afwisseling in de les**
- **leerlingen wil betrekken bij de les.**

U leert in deze workshop een aantal soorten energizers herkennen. Zo is er een energizer die een lange uitleg van een docent vervangt: de docent praat niet, maar de leerlingen zijn bezig. Toch bereikt de uitleg de leerlingen wel.

Nieuwsgierig geworden? Of gewoon even zin in een actieve workshop? Meld je aan.

Wat het boek ook beschrijft, het ruikt er niet naar

Gerrie van Doren
Elde College

zaterdag 10.45-11.30 uur

In het vmbo is een groep leerlingen die overal uitvalt. Voor hen zijn er onder andere lwt klassen, maar ook in zo'n klas hoort niet iedereen thuis. Wat is een lwt klas?

Mijn klas bijvoorbeeld is zo'n klas. Nog niet helemaal lwt maar dat zit eraan te komen. Wiskunde is in mijn klas absoluut niet aan de orde. In ieder geval niet in de vorm zoals ik het ooit op de opleiding gehad heb of zoals ik het vele jaren gegeven heb. Wiskunde is iets uit een boek voor de leerlingen en heeft nauwelijks iets met hun of de praktijk te maken.

Immers: wat het boek ook beschrijft, het ruikt er niet naar.

Je kunt je afvragen: moet er nog wiskunde gegeven worden aan deze leerlingen?
`Eigenlijk liever niet', zeggen de leerlingen. En vooral mag het nog wiskunde heten?
`Eigenlijk liever niet', zeggen de wiskundigen. En wat is dan nog noodzakelijk.

Wiskunde en actualiteiten

Wiskunde en wiskundeonderwijs zijn voortdurend in ontwikkeling. Om actuele zaken buiten de jaarthema's om toch een plek te kunnen geven op de NWD, is dit jaar het thema Wiskunde en Actualiteiten toegevoegd.

Een regelmatig terugkerende actualiteit is het vinden van een nieuw priemgetal. Op het snijvlak van wiskunde en kunst vulde een groep onderzoekers aan de Universiteit van Leiden het gat van Escher in de litho 'prentententoonstelling'.

Ook de geschiedenis kent haar eigen actualiteiten: in 2002 was het 50 jaar geleden dat de eerste computer in Nederland in gebruik werd genomen. De euro hebben we nu ruim een jaar in onze portemonnee: een mooi moment om op het eurodiffusie project terug te kijken.

Actualiteiten betekent ook vooruitzien: tot de zomer kunt u met uw klas nog meedoen aan de veelvlakken wedstrijd van Pythagoras.

Een jaarlijks terugkerende actualiteit op de NWD zijn de docentenworkshops, waarvan er dit jaar een door de jury is uitgekozen en wel over interactieve lesbrieven voor wiskunde.

Interactieve lesbrieven voor wiskunde, voor alle lesniveaus

Ton Lecluse
Het Nieuwe Lyceum, Bilthoven

vrijdag 13.45-14.30 uur

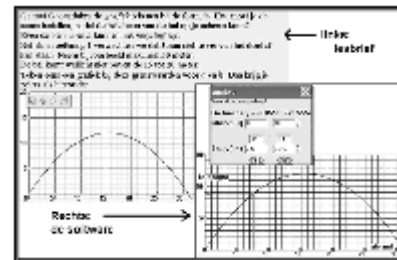
Er is veel ICT-materiaal te vinden. Een groeiend aantal programma's rouleert in den lande, en op internet erg veel applets, presentaties, lesbrieven, enzovoort. Wellicht heeft u wel een eigen verzameling op uw computer staan. Wellicht gebruikt u een deel ervan in uw lessen. Maar het blijft vaak passen en meten, en de verzameling daadwerkelijk structureel ingepaste ICT-toepassingen die sectiebreed gedragen wordt, is wellicht relatief klein. In deze workshop wil ik een implementatie bespreken waarbij gebruik wordt gemaakt van de internet-webbrowser.

Uitgangspunt is een wiskundig stukje theorie (of een opgave) waarbij ICT toegevoegde waarde heeft. Bijvoorbeeld bij het tekenen van een grafiek bij een formule die een betekenis heeft in een verhaaltje. Stel je wilt hierbij een computerprogramma gebruiken. Hiervoor kun je interactieve HTML-lesbrieven schrijven, waarin de leerling stapsgewijze door computerland wordt gestuurd. Er zijn dan twee vensters actief. In het ene venster staat de lesbrief, in het ander draait de software. Door onderweg steeds kleine vraagjes te stellen op wiskundig gebied, moet de leerling actief handelen. Als docent kun je dan precies de puntjes op de i zetten door de in jouw ogen juiste vragen te stellen.

De lesbrief stuurt de leerling verder door de software heen, waardoor de leerling dit niet zelf hoeft uit te zoeken, en geconcentreerd kan blijven op het wiskundige probleem zelf. De leerling kan in de lesbrief onderweg antwoorden op de gestelde vraagjes te zien krijgen, maar krijgt die antwoorden niet zonder meer. Printen kan ook niet.

Iedere leerling kan in zijn eigen tempo, in de les of erbuiten, zo'n lesbrief doorlopen.

Achteraf kan een klein toetsje (een 'schriftelijke overhoring' bijvoorbeeld) gebruikt worden om eventuele hiaten op te sporen. Wanneer je tevreden bent over je HTML-lesbrief, kan deze worden opgenomen in het sectie-werkplan of -draaiboek, waarna de hele sectie kan profiteren van je eenmalige werk, wellicht jarenlang.



Eurodiffusie

Dr. Geertje Hek
Korteweg de Vries Instituut, Universiteit van Amsterdam

vrijdag 13.45-14.30 uur

Ruim een jaar geleden werd de euro in twaalf Europese landen ingevoerd. Ieder land perste zijn eigen munten en tot 1 januari 2002 waren deze munten (vrijwel) strikt gescheiden. Maar vanaf 1 januari konden alle munten in alle landen gebruikt worden en trad er dus langzamerhand menging op. De invoering van de euro bood hiermee een unieke kans om muntverkeer te bestuderen.



Met medewerking van veel wiskundedocenten en hun schoolklassen heeft het eurodiffusieteam (mensen van CWI, UvA en Natuur & Techniek) een jaar lang iedere maand ruim 30.000 munten geregistreerd. De resultaten bieden veel informatie over de omloopsnelheid van grote en kleine munten, over de hoeveelheid munten die gespaard worden, enzovoorts. En met behulp van eenvoudige wiskunde doen we voorspellingen: wanneer zal de helft van de munten in Nederland uit het buitenland afkomstig zijn?

De lezing behandelt de feiten en voorspellingen, maar schenkt ook aandacht aan de enorme publiciteit voor de wiskunde die het project gegenereerd heeft.

Escher en het Droste effect

Dr. Bart de Smit
Mathematisch Instituut, Leiden

vrijdag 16.00-16.45 uur

Van Eschers vele werken die de realiteit ontstijgen, is de litho 'Prentententoonstelling' een van de meest opmerkelijke. Hierop is een prentententoonstelling afgebeeld waarin een jongeman kijkt naar een prent van een stad. Met een kolkende draaiing is Escher erin geslaagd om de galerij waarin de jongeman staat deel te laten uitmaken van de stad op de prent. In het midden van de draaikolk heeft Escher een wit gat opengelaten met zijn handtekening.



De getaltheoreticus Hendrik Lenstra, verbonden aan de Universiteit van Leiden en de University of California in Berkeley, heeft begin 2000 de wiskundige structuur achter Eschers litho blootgelegd. Zonder dat er in Eschers litho enige herhaling zichtbaar is, blijkt hierbij een Droste effect op te treden: een afbeelding die zichzelf op kleinere schaal bevat.



In een twee jaar lopend project aan de Universiteit van Leiden is het gat in het midden gevuld en zijn computeranimaties gemaakt waarmee de kijker het gat induikt. De resultaten zijn afgelopen zomer in de New York Times verschenen en hebben de aandacht getrokken van vele Nederlandse kranten en het NOS journaal.

Website: www.mcescher.nl/escherdroste.math.leidenuniv.nl

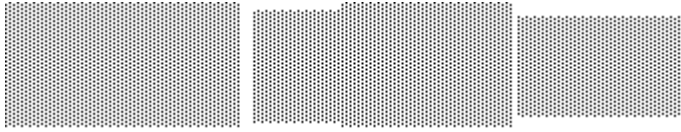
Veelvlakken in de klas

Dr. Marco Swaen en Alex van den Brandhof
Educatieve Faculteit, Amsterdam

vrijdag 16.00-16.45 uur

Plastic koffiebekertjes of roerstaafjes, karton of plastic: bijna elk materiaal leent zich voor het maken van veelvlakken. Het maken/ontwerpen/kleuren van veelvlakken biedt leerlingen prachtig materiaal voor aanschouwelijke wiskunde in de klas. In deze workshop laten we zien hoe u in uw eigen klas

activiteiten kunt organiseren rond het thema veelvlakken. De activiteiten zijn ontleend aan artikelen uit Pythagoras, dat dit schooljaar helemaal in het teken van veelvlakken staat. Wilt u met uw klas meedingen naar een van de vele prijzen van de grote Veelvlakkenprijsvraag (hoofdprijs i 1000), kom dan naar deze workshop voor inspiratie!

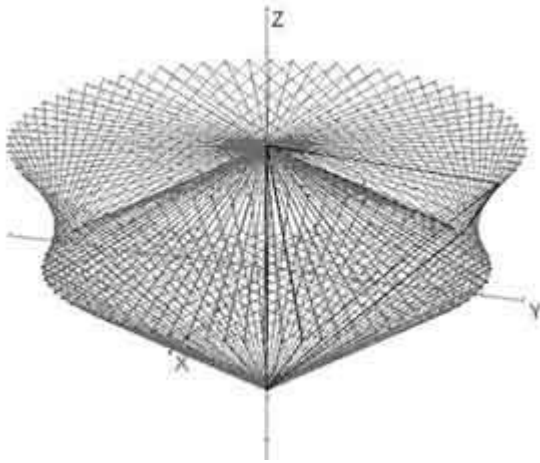


Lichamelijke wentelingen

Michel Roelens
Lerarenopleiding Katholieke Hogeschool Limburg
Hasselt Maria Boodschaplyceum, Brussel, België

zaterdag 9.00-9.45 uur

Omwentelingslichamen zijn vertrouwde objecten in ons wiskundeonderwijs. Meestal gaat het hierbij slechts om 'vlakke wentelingen': een vlakke figuur of vlakke kromme wordt gewenteld rond een as die in hetzelfde vlak ligt. Nog mooier en boeiender wordt het wanneer we hele lichamen beginnen te wentelen. Wat ontstaat er bijvoorbeeld als een piramide rond één van zijn ribben draait en hierbij in de ruimte een spoor nalaat?



In deze workshop zoeken we dit soort zaken uit, zowel met tastbaar materiaal, schetsen en berekeningen als op een computerscherm. Deze lichamelijke wentelingen leiden ons naar een stukje geschiedenis, met als kers op de taart een Belgisch bewijs uit 1826 voor een eigenschap van kegelsneden. Dit bewijs is een mooi voorbeeld van een ruimtelijk bewijs voor een vlakke eigenschap, of om het met de woorden van Martin Kindt te zeggen: van een 'Ruimtevisioen in Platland'.

Deze voordracht werd eerder gehouden op het symposium 'Wiskunde blijft' op 6 december te Utrecht, ter gelegenheid van de opening van het nieuwe gebouw van het Freudenthal Instituut. Deze

lezing is opgedragen aan Martin Kindt die 65 jaar werd in 2002.

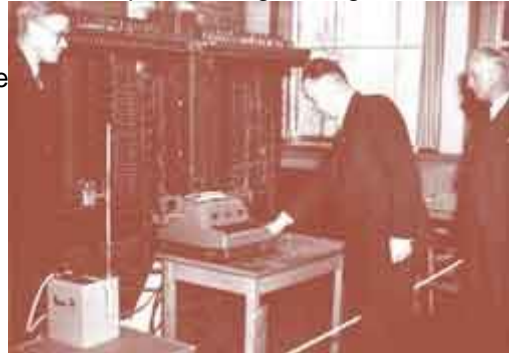
Rekengeluiden De sound van een halve eeuw computers in Nederland

Dr. Gerard Alberts
KU Nijmegen en CWI, Amsterdam

zaterdag 9.15-10.00 uur

Vijftig jaar geleden stelde minister Rutten van Economische Zaken de eerste computer in Nederland in gebruik. Het was de Automatische Relais Rekenmachine Amsterdam, ARRA, van het Mathematisch Centrum. Ten overstaan van de minister en de burgemeester produceerden de tikkende, klinkende relais... een willekeurig getal.

De latere computers met radiobuizen en transistoren gaven hun werking niet zomaar prijs. Geen monitor, geen beeldscherm; daarom monteerden operateurs een verklikker: het signaal van een bit van het rekenorgaan van de computer werd versterkt en met een luidspreker ten gehore gebracht. U kunt tijdens de voordracht luisteren naar ponskaartensorteerders, naar het vertrouwenwekkende gerikketik van een relaiscomputer, naar de hardrock-achtige berekeningen van de PASCAL (Philips Akelig Snelle CALculator) uit 1960 en tenslotte naar muziek ontlokt aan de Electrologica X1 uit 1959. Ook al laten we het rekenen over aan machines, we houden behoefte aan een zintuiglijke bevestiging van het proces. U zult langs deze ongebruikelijke invalshoek opnieuw beseffen hoezeer rekenen een lichamelijke activiteit is.



Polynomiale priemtesten

Rob Tijdeman
 Mathematisch Instituut, Universiteit Leiden

zaterdag 10.45-11.30 uur

Voor een klein natuurlijk getal n is de snelste methode om na te gaan dat n geen priemgetal is, een getal m met $1 < m < n$ te zoeken dat n deelt. Het is daarom intuïtief niet helder waarom het testen of een groot getal n priem is vaak veel gemakkelijker is dan het vinden van een priemfactor van n . Toch is het verschil in rekestijd de reden dat het gebruik van priemgetallen in de theorie van het verscijferen en ontcijferen van teksten zo populair is.

De basisstelling voor de meeste priemtesten is de kleine stelling van Fermat, die zegt dat als p een priemgetal is dat $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ deelbaar is door p . Voor $a = 2$ en $p = 5, 7, 11$ vinden we bijvoorbeeld achtereenvolgens $2^4 \equiv 1 \pmod{5}$, $2^6 \equiv 1 \pmod{7}$, $2^8 \equiv 1 \pmod{11}$ en alleen in geval $p = 9$ is $2^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ niet deelbaar door p . Dus is 9 geen priemgetal. We kunnen hieruit nog niet concluderen dat $5, 7$ en 11 wel priemgetallen zijn. De test geeft een nodige, maar geen voldoende voorwaarde voor primaliteit. Zo is voor $p = 341$ het getal $2^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ wel deelbaar door p , maar is $341 = 11 \times 31$ niet priem. We kunnen dan een ander grondtal nemen, bijvoorbeeld $a = 3$. We vinden dat $3^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ niet deelbaar is door p voor $p = 341$ en zo zien we dat 341 samengesteld is. Er zijn echter samengestelde getallen die bij de kleine stelling van Fermat nooit door de mand vallen, de zogenaamde Carmichaelgetallen. Het kleinste Carmichaelgetal is $561 = 3 \times 11 \times 17$. In de voordracht zal ik ingaan op methoden om zulke getallen toch te ontmaskeren.

Het zal duidelijk zijn dat het ontmaskeren van pseudo-priemen n geen kunst is als je tijd genoeg hebt; je gaat na of n deelbaar is door $2, 3, 4, 5, \dots, \lfloor \sqrt{n} \rfloor$. Het gaat erom of je het in korte tijd kunt nagaan. Als maat wordt daarvoor het aantal cijfers van de input genomen, in dit geval n . Een berekening in polynomiale tijd doen houdt in dat de rekestijd begrensd wordt door een constante macht van $\log n$. Juist dit jaar is het aan drie Indiërs, Manindra Agrawal, Neeraj Kayal en Nitin Saxena, gelukt om een priemtest te construeren die in polynomiale tijd vaststelt of een getal n priem is. Of er een polynomiale priemontbindingsmethode bestaat is onbekend. Meer details volgen in de voordracht.

Overige activiteiten

De NWD is in belangrijke mate bedoeld als ontmoetingsplaats. De koffie-, thee- en lunchpauzes bieden u de gelegenheid van gedachten te wisselen met collega's. Maar, zoals u hieronder kunt lezen, er is meer te doen in de wandelgangen.

Kennismaken met denkspellen

Wie na de avondlezing zin heeft in een spelletje, kan kennismaken met de denkspellen van Busy Brains. Deze spellen bieden veel uitdaging aan de beste denkers, zijn niet leeftijdgebonden en stellen hoge eisen aan de spelers.

Omdat je altijd een paar stappen vooruit moet denken, doen ze een beroep op inzicht, abstract denken en logica.

Er zijn ook een paar spellen on-line beschikbaar, zie:

www.denkspellen.nl



Muziek

Laat u meevoeren op de klanken van opzwevend tromgeroffel...

Sluit uw ogen en zie leeuwen op een uitgestrekte savanne...

Waan u tijdens de winterse duisternis en kou even in warme en zonnige streken...



Dit alles is mogelijk gedurende het avondprogramma op vrijdag! Dan zal namelijk de groep Na Kiri voor u optreden. Na Kiri bestaat uit 8 (Nederlandse) muzikanten en 2 dansers. De muziek is gebaseerd op traditionele West-afrikaanse ritmes, meer specifiek uit de Republiek Guinée (Conakry). De leden van de groep zijn opgeleid door diverse prominente docenten op het gebied van West-afrikaanse muziek uit Afrika en Europa. De basisinstrumenten van Na Kiri zijn de Djembé, Doun-doun's en drie gestemde bas-trommels (Doundumba, Sanghban en Kenkeni). Daarnaast

bespelen zij instrumenten met even exotische namen: Balaphon, Krinj en Kissi-kissi. Oentinah!

Funrun

Een vast onderdeel van de Nationale Wiskunde Dagen is de funrun op zaterdagochtend. We lopen weer het bekende rondje van precies 6 km.



De snelste tijd in 2002 was 20:59: een nieuw record, dat werd gelopen door Leon Tolboom. Het oude record stamde uit 1997 en stond op naam van Maarten Kam (22:04). Irene Gosselink liep de snelste tijd bij de vrouwen: 27:14.



ook skeeleren.

De start van de funrun 2003 is stipt om 7.00 uur in de morgen, voor de ingang van NH Leeuwenhorst. Deelname is gratis en als beloning ligt er een prachtig T-shirt voor u bij de finish te wachten. Voor de snelste dame en de snelste heer is er een echte beker. Er is geen tijdslimiet, maar u wordt vriendelijk verzocht vóór de eerste lezingen terug te zijn. Wandelen mag trouwens ook, maar dan adviseren we u het halve rondje van 3 km te doen en wat eerder te vertrekken. U kunt de funrun

Nationale Wiskunde Dagen 2004

De tiende Nationale Wiskunde Dagen zijn gepland op vrijdag 6 en zaterdag 7 februari 2004. Bij het organiseren van deze tiende NWD hopen we gebruik te kunnen maken van uw opmerkingen en suggesties naar aanleiding van de NWD van dit jaar. U ontvangt daartoe ter plekke een evaluatieformulier.

Wij hopen dat u uw opmerkingen gedurende de twee dagen wilt noteren en het formulier aan het eind wilt deponeren in de blauwe bakken. Wij stellen uw mening zeer op prijs!