

Nationale Wiskunde Dagen

2 en 3 februari 2001

Voorwoord en welkom

Daar gaan we weer. En wat is het nodig. Dat het klimaat verslechtert is evident en bewezen maar de oorzaken vallen niet eenduidig vast te stellen. Ja, daar ga je met je causale verbanden. Dat het schoolklimaat enigszins onder druk staat is ook evident - teveel management, papierwinkel, onvoorbereid op studiehuis en profielen, basisvorming mislukt, VMBO zorgenkind, wiskunde bedreigde discipline. Causale verbanden lijken hier wat makkelijker voorhanden, maar worden door de daarvoor betrokkenen nogal eens ontkend. De stelselwijziging die gebukt gaat onder de afkorting VMBO is het gevolg van een rapport dat gemaakt is onder voorzitterschap van Van Veen, (ex)werknemersvoorzitter. En dat is te zien. Dat onderwijs ook nog een voorbereiding op de maatschappij is en niet alleen op je beroep, is iets wat geheel teloor lijkt te gaan bij de huidige plannen. Het is dan ook leuk dat Arie Kraaijeveld, voorzitter vereniging FME-CWM, bereid is gevonden deze NWD te openen. Wellicht kan hij enige helderheid verschaffen over toekomstige ontwikkelingen in het onderwijs zoals het bedrijfsleven die ziet. Kunnen we later tenminste een causaal verbandje aantonen.

Gelukkig bent u weer in grote getale op komen dagen voor twee dagen inspiratie en ook wat transpiratie. Het programma ziet er weer goed uit en bij de hoofdlezingen valt op dat we deze keer in ieder geval de discipline wiskunde niet te kort doen. Peter Stevenhagen uit Leiden, de voor velen van ons bekende Agnes Verweij (Delft, maar gevormd in Leiden) vormen samen met wel twee prachtsprekers uit het buitenland voor een uiterst sterk kwartet. Heinz-Otto Peitgen werd wereldberoemd door de boeken die hij over Chaos theorie schreef en velen van ons hebben minstens een boek daarvan in de kast staan. Samen met de Amerikaanse zustervereniging van de NVWL, de NCTM, maakte hij ook heel mooi leerlingmateriaal. Zo mogelijk nog beroemder is de laatste spreker die velen van u al eerder op de NWD hebben gezien. Een levende legende en een der grootste nog levende wiskundigen: Sir Christopher Zeeman zal ons weer laten genieten op de vrijdagavond. Een bijzonder voorrecht voor ons allen.

We wensen u allen weer twee inspirerende dagen toe, en noteer vooral de NWD data voor 2002: 1 en 2 februari.

Jan de Lange
voorzitter programmacommissie

Organisatie Nationale Wiskunde Dagen

De NWD 2001 werd georganiseerd door het Freudenthal Instituut onder auspiciën van de Nederlandse Onderwijs Commissie voor Wiskunde van het Wiskundig Genootschap en de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars in samenwerking met het IVLOS van de Universiteit Utrecht.

Programmacommissie

Uitvoerend comité

J.M. Aarts
H.G.B. Broekman
H. Broer
S.J. Doorman
S. Garst
J.Hop
F. den Hollander
Mw. M. Kool
Mw.J.Kuijper
J. de Lange
J. van Lint
J.A. van Maanen
S.W. Rienstra

M. Roelens

W.H.A. Schilders
D. Siersma

Mieke Abels
Michiel Doorman
Sylvia Eerhart
Els Feijs
Tom Goris
Dédé de Haan
Ank van der Heiden
Jan de Lange
Heleen Verhage

Plenaire lezingen

Er staan vier plenaire lezingen op het programma. De buitenlandse sprekers zullen hun voordracht in het Engels houden. Alle plenaire lezingen vinden plaats in de Rotonde.

Harmonie in getallen

Prof.dr. Peter Steenhagen
Mathematisch Instituut, Universiteit Leiden

vrijdag 11.15-12.00 uur

De naam van Pythagoras van Samos (6e eeuw voor Christus) is verbonden aan wat waarschijnlijk de bekendste stelling uit de wiskunde is. Hij geldt als de eerste zuivere wiskundige, al is zijn overtuiging dat de harmonie in de wereld op gehele getallen en hun verhoudingen berust geen wetenschappelijke theorie in de moderne zin van het woord.



We laten zien dat zowel de mystieke getaltheoretische gevoelens van de pythagoreeërs als de bekende stelling van Pythagoras aanleiding geven tot op het eerste gezicht nogal eenvoudige getaltheoretische vragen.

Soms kan zo'n vraag met wat handige trucs worden beantwoord, soms lukt dat slechts met het gereedschap dat de twintigste eeuw ons gebracht heeft, en maar al te vaak blijkt dat de noodzakelijke theorie nog ontwikkeld moet worden.

We behandelen een voorbeeld in elk van de drie categorieën. Het gehoor wordt aangemoedigd zelf suggesties voor oplossingen aan te dragen. Wie sneller wil zijn dan zijn buurman kan een rekenmachine meebrengen.

Perspectief in een kastje

Drs. Agnes Verweij
Faculteit Informatietechnologie en Systemen, TU Delft

vrijdag 14.45-15.30 uur

Om 'diepte' te zien in een perspectiefafbeelding, moet je er met één oog vanuit een bepaald punt naar kijken. Zo'n afbeelding komt nog meer tot leven als je daarbij niet afgeleid wordt door de realiteit om de afbeelding heen. Dan krijg je de illusie dat je zelf deel uitmaakt van de afgebeelde ruimte. Om anderen met dit effect te verrassen zonder eerst te hoeven uitleggen hoe zij moeten kijken, kun je de afbeelding tegen de achterwand in een kastje van de juiste diepte aanbrengen en in de voorkant van de kast op de juiste plaats een kijkgaatje maken. Dit is een vondst van Hollandse interieurschilders uit de zeventiende eeuw, die de illusie nog versterkten door ook andere binnenwanden van zo'n perspectiefkastje te beschilderen. De kunst was daarbij de perspectiefafbeeldingen op de verschillende wanden goed op elkaar te laten aansluiten. Nog kunstiger was het als de wanden van het kastje andere hoeken met elkaar maakten dan de wanden van het afgebeelde interieur en als de vloer en het plafond voor een deel op de opstaande wanden van het

perspectiefkastje geschilderd waren. Slechts zes van deze kunststukjes zijn bewaard gebleven, waarvan er nog maar één in Nederlands bezit is.



Dit is de perspectiefkast van het Museum Bredius in Den Haag, waarvan de voorkant ontbreekt. (Zie de figuur; de foto is niet vanuit het juiste gezichtspunt genomen). Het idee is later nog wel eens nagevolgd. In de jaren tachtig van de vorige eeuw verpakten sommige Nederlandse bakkers hun gebakjes in een doosje met een kijkgat waarin het interieur van een bakkerij in perspectief was getekend.

Tijdens de voordracht kijken we naar de opzet van het perspectief in dit gebaksdoosje en in de zeventiende-eeuwse kastjes. Hoe zijn de vluchtpunten gekozen? Wat is de relatie tussen de vluchtpunten en de plaats van het kijkgat? Hoe verdeel je de afbeelding van een object dat in het interieur staat over twee of drie wanden van de lege kijkkast? Ten slotte bespreken we de mogelijkheid leerlingen, als praktische opdracht bijvoorbeeld, zelf een perspectiefdoosje te laten maken.

Applications of catastrophe theory to the physical, biological and behavioural sciences

Prof. Sir Christopher Zeeman, FRS
Oxford, Verenigd Koninkrijk

vrijdag 20.30-21.15 uur

Catastrophe theory was discovered by Rene Thom in the 1960's, and is a method of mathematical modelling that is particularly applicable to phenomena in which continuous causes give rise to discontinuous effects. It is based on deep theorems in topology that are easy to understand but hard to prove.

The lecture will give an introduction to the theory and describe a number of applications. In physics a beam may suddenly buckle under gradually increasing load. In economics a currency may suddenly devalue under gradually increasing

speculative pressure. Models of inflation explosions and stabilisation crises have indicated alternative fiscal policies.

In medicine a model of hyperthyroidism has revealed a successful cure. In psychology a model of the fight/flight mechanism describes and explains the sudden changes of mood observable in dogs, humans and children. Applying the same model to territorial fish has led to the prediction and experimental confirmation of the double boundaries of their territories. Models of sudden changes of perception have helped the understanding of human behaviour in both the healthy and the mentally ill, as well as in psychoanalysis and in fiction.

The lecture will be accessible to a lay audience.

Seeing Chaos and Fractals through Paper Folding

Prof.dr. Heiz-Otto Peitgen
Institute für Dynamische Systeme, Universität Bremen

zaterdag 11.45-12.30 uur

The study of complex pattern formation has obtained new attention through the findings of chaos theory and fractal geometry. We will discuss a family of fundamental processes, which are illustrated by folding paper in an iterative setting, and will explore their mathematical properties by establishing new and old results in geometry, topology and number theory. The presentation will be guided by a variety of real and computational experiments.



Wiskunde om de wiskunde: getaltheorie

Een bijzonder aspect van de getaltheorie is het feit dat zowel 'professionals' als 'amateurs' zich er door de tijden heen met groot enthousiasme op gestort hebben. De reden dat amateurs en leken zich zozeer door getaltheorie voelen aangetrokken ligt vooral ook in het feit dat de problemen zo voorstelbaar zijn. Dat geldt in aanmerkelijk mindere mate voor de oplossingen. Helaas.

Tot het midden van onze eeuw werd getaltheorie beschouwd als de zuiverste van de wiskundige disciplines. Dat is nu definitief voorbij. Getaltheorie is door de opkomst van digitale technieken een vak geworden met vele toepassingen. Anderzijds hebben computers het mede mogelijk gemaakt dat getaltheoretici onwaarschijnlijk grote ontbindingen in factoren hebben kunnen uitvoeren en reusachtige priemgetallen hebben kunnen vinden.

Getaltheorie blijkt een enorme fascinatie op te kunnen roepen. Ondanks, of misschien wel mede door, het feit dat het zo lang 'onnut' bleek te zijn. Of, zoals Hardy zei: 'I have never done anything useful.'

Congruente getallen en elliptische krommen

Prof.dr. Frans Oort
Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

vrijdag 13.45-14.30 uur

We zeggen dat een geheel getal $n \in \mathbb{Z} > 0$, een congruent getal is als het de oppervlakte is van een rechthoekige driehoek met zijden met rationale lengte. Welke getallen zijn congruent? Een probleem dat al in de X-de eeuw in een Arabisch manuscript gesteld werd en sindsdien veel bestudeerd is. Een voorbeeld (afkomstig van Fibonacci):



$$\begin{aligned} \alpha \cdot \beta / 2 &= n \in \mathbb{Z}_{>0}, \\ \alpha^2 + \beta^2 &= \gamma^2, \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{Q}; \\ \alpha &= 9/6, \beta = 40/6, \gamma = 41/6, n = 5. \end{aligned}$$

We laten zien dat een presentatie (a, b, g) van een congruent getal n gezien kan worden als een punt op een elliptische kromme. We zullen zien:

- **Voor elk congruent getal zijn er oneindig veel presentaties.**
- **Het is eenvoudig om aan te geven hoe we de oneindige lijst van alle congruente getallen kunnen maken. Echter:**
- **Er is nog geen effectief algoritme om te beslissen of een gegeven geheel getal congruent is. Een moeilijk open probleem. We bespreken een vermoeden daarover.**

Voorbeeld: $n = 157$ is een congruent getal zoals D. Zagier liet zien; echter om te laten zien dat dit zo is heb je heel wat berekeningen nodig (en de kleinste presentatie geeft rationale getallen met noemers van meer dan 40 cijfers); zie Koblitz pag. 5.

1. *A.W. Knapp (1992). Elliptic curves. Math. Notes 40, Princeton Univ. Press.*
2. *N. Koblitz (1984). Introduction to elliptic curves and modular forms. Grad. Texts Math. 97, Springer - Verlag.*

Transcendentie van getallen

Prof.dr. Rob Tijdeman
 Mathematisch Instituut, Universiteit Leiden

vrijdag 16.00-16.45 uur

Van twee getallen is het bijna spreekwoordelijk dat ze transcendent zijn, namelijk de getallen e en p . Veel mensen zullen moeite hebben om een ander transcendent getal te noemen, of het zou een afgeleid getal moeten zijn zoals:

$$1 + \frac{1}{2^{\pi}} + \frac{1}{3^{\pi}} + \frac{1}{4^{\pi}} + \dots + \frac{1}{n^{\pi}} + \dots = \frac{\pi^{\pi}}{6}$$

We weten van

$$1 + \frac{1}{2^{\pi}} + \frac{1}{3^{\pi}} + \frac{1}{4^{\pi}} + \dots + \frac{1}{n^{\pi}} + \dots$$

alleen dat het irrationaal is en niet of het transcendent is, en als we de exponenten 3 door 5 vervangen weten we zelfs niet of het getal irrationaal is. Toch heeft Cantor al in 1873 aangetoond dat bijna alle (reële of complexe) getallen transcendent zijn. (Een getal heet transcendent) als de enige veelterm met gehele coëfficiënten waarvan het getal een nulpunt is de veelterm is die constant 0 is.) Het is opmerkelijk dat er over transcendentie van getallenreeksen zoals:

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{5 \times 6} + \dots + \frac{1}{(2n+1) \times (2n+2)} + \dots$$

en

$$\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} + \dots$$

weinig in de literatuur te vinden is. Het luistert wel nauw, want het is welbekend dat

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} + \dots = 1$$

zodat deze reeks een geheel getal representeert. Toch is het niet moeilijk om met behulp van de theorie over lineaire vormen in logaritmen een criterium af te leiden waarmee in zulke gevallen eenvoudig kan worden vastgesteld of de gerepresenteerde getallenreeks transcendent is. Het criterium zal worden behandeld en aan de hand van voorbeelden zullen de aanwezigen zelf ermee kunnen oefenen.

Het platzakprobleem

Prof.dr. Frits Beukers
Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

zaterdag 9.00-9.45 uur

Stel we hebben een geldbedrag op zak en we willen dat besteden aan de aankoop van een hoeveelheid artikelen die in twee soorten beschikbaar zijn. Bijvoorbeeld, we willen op het postkantoor het geld dat we op zak hebben volledig besteden aan de aankoop van postzegels van 37 cent en van 62 cent.



Er mag geen cent overblijven en na de transactie zijn we dus helemaal platzak. Dat verklaart meteen de titel van deze voordracht. Hoewel het probleem misschien niet echt actueel is, hebben de postzegels in ieder geval ooit bestaan. Zie de plaatjes.



Het zal iedereen duidelijk zijn dat we niet elk bedrag op een dergelijke manier kunnen besteden. Grote vraag is, van welke bedragen we ons dan wel platzak kunnen kopen. Tijdens deze voordracht zullen we zien dat dit kan met ieder bedrag groter of gelijk 21,96. Met 21,95 kan het niet. We kunnen dit probleem natuurlijk uitbreiden naar problemen met artikelen die in drie of meer soorten voorkomen. In de literatuur staat dit probleem beter bekend als het Frobenius-probleem. Het blijkt dat het probleem met artikelen in twee soorten het eenvoudigst kan worden opgelost, zelfs door nieuwsgierige middelbare schoolleerlingen of door leerlingen onder enige begeleiding. Met artikelen in drie of meer soorten wordt het probleem lastiger en zijn er nauwelijks bevredigende antwoorden. Hier is veel ruimte tot experimenteren en we zullen daartoe ook wat suggesties aan de hand doen.

Vreemde getallen in een computerzaaltje

Dr. Jaap Top
Mathematisch Instituut, Universiteit Groningen

zaterdag 10.30-11.15 uur

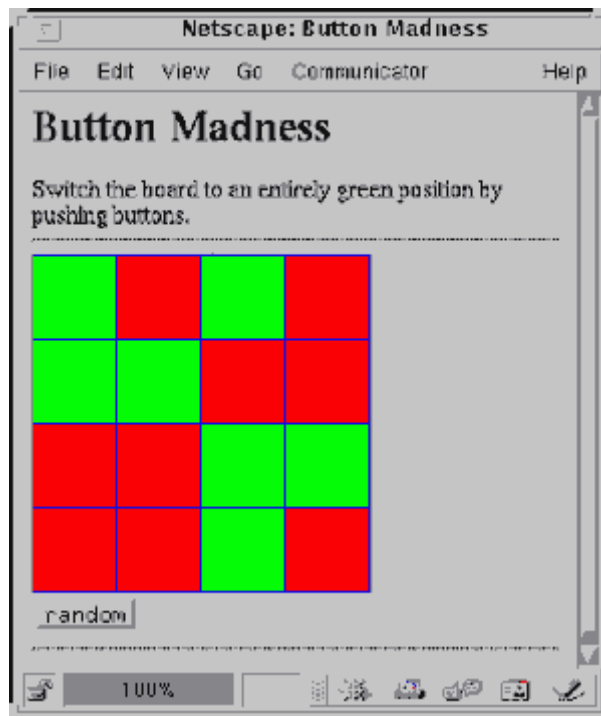
We kunnen ons tijdens het `wiskunde om de wiskunde'-deel van deze Nationale Wiskunde Dagen verdiepen in allerlei getallen: gladde, congruente, priem. In deze voordracht voegen we aan dit rijtje nog wat soorten toe. Ze komen voor als de afmetingen van het speelbord in een vrij simpele puzzel:

neem een stuk ruitjespapier van n bij m ruitjes. Leg op elk ruitje een munt, met de afbeelding `kop' naar boven. De bedoeling is nu om alle munten om te keren, dus met `kop' naar beneden te leggen. Er is slechts één spelregel: als je een munt omdraait, dan moet je tegelijk ook de munten links, rechts, boven en onder je gekozen munt omdraaien.

Er ontstaan diverse varianten van de puzzel wanneer we gaan beslissen wat er aan de rand van het ruitjespapier dient te gebeuren: een munt geheel links heeft geen linker buur, en we kunnen dan bijvoorbeeld als regel nemen dat we dan ook geen extra munt omdraaien (de `normale' variant), of juist dat we dan de munt helemaal rechts op het papier op dezelfde rij als de onze omdraaien (de `torus'variant).

Het is vast een tijdrovend en nogal irritant gedoe om de puzzel werkelijk als hier beschreven met munten te spelen (hoe pak je zo'n munt op zonder de hele zaak in de war te krijgen?). Als spelletje op een computer gaat het evenwel uitstekend. De torusvariant op een (vierkant) 5 bij 5 bord geniet zelfs enige bekendheid. Onder de naam `button madness' kun je deze van diverse plekken op het internet downloaden, bijvoorbeeld bij de Eindhovense wiskundige Professor Andries Brouwer: www.win.tue.nl/~aeb/ca/madness/

Om het niet al te saai te maken, wordt daarbij een willekeurige beginpositie aangeboden en het is de bedoeling om een van de twee kleuren van het bord te laten verdwijnen.



Deze torusvariant op een vierkant speelveld is bestudeerd door Aart Blokhuis (hoogleraar aan de Vrije Universiteit te Amsterdam en aan de Technische Universiteit Eindhoven). De normale variant is te vinden op http://b_hellema.tripod.com/ (homepage van de Groningse wiskundestudent Bernd Hellema).

In de voordracht zal het vooral gaan over het wiskundig beschrijven van beide genoemde varianten van het spel. Dit blijkt ons in staat te stellen sommige vragen die al spelend bij ons opkomen te beantwoorden; andere evenwel blijven volledig open.

Wiskunde en geschiedenis

Wie zou er niet eens willen bladeren in een wiskundeschoolboek van een paar eeuwen geleden?

Tijdens de NWD krijgt u de kans. In vier historische werkgroepen zal telkens één historisch wiskundeboek centraal staan. U hoort hoe het boek gebruikt is en welke rol het destijds gespeeld heeft. U krijgt tevens de kans om te puzzelen op authentieke vraagstukken. Vergelijk vervolgens uw eigen oplosmethoden met de historische en uw waardering voor de wiskunde van uw collega's uit voorgaande eeuwen zal stijgen.

Fragmenten die uw verbazing opwekken, kunnen op hun beurt uw leerlingen verrassen. Zo kunnen historische wiskundeboeken een inspiratiebron zijn voor het hedendaagse onderwijs. Zet een stapje achteruit in de geschiedenis van het wiskundeonderwijs en ontwikkel een frisse kijk op uw eigen onderwijspraktijk.

Het klopt volgens Bartjens

Dr. Marjolein Kool
Hogeschool Domstad Utrecht

vrijdag 13.45-14.30 uur

Willem Bartjens (1569 - 1638), wiens rekenboeken gedurende tweeënhalve eeuw bijna continu herdrukt werden, is de enige Nederlandse rekenmeester die tot in de Dikke van Dale is doorgedrongen. De uitdrukking 'volgens Bartjens' betekent volgens dit woordenboek dat iets nauwkeurig berekend is. De rekenmeester Willem Bartjens was al tijdens zijn leven razend populair. Boeken waar zijn naam op stond, vlogen als warme broodjes over de toonbank. Veel beunhazen zagen hun kans waar en verdienden stevig aan de illegale kopieën. Je zou kunnen zeggen dat het rekenboek van Willem Bartjens de illegale cd van de zeventiende eeuw was. Waarom werd het product 'Willem Bartjens' zo'n hype? Lag het aan de kwaliteit van zijn rekenboek? Aan zijn invloedrijke vrienden? Aan zijn slimme koopmansgeest? Vermoedelijk ging het om een combinatie van deze factoren en is er zelfs nog meer wat een rol gespeeld kan hebben: Willem Bartjens was alfa en bèta, rekenmeester en dichter. Tussen de vraagstukken over het kopen en verkopen van allerlei goederen, het wisselen van geld en het berekenen van rente en salarissen, staan allerlei Rederijkers-rekengedichten. Ook komen we sappige rekenverhalen tegen, bijvoorbeeld over 'de grimmige leeuw, de hongerige wolf en de gierige hond die gezamenlijk een onnozelschaapken verslinden', over 'de jonge dogter, in haar schoot hebbende veel wel-ruykende roosjes' en over 'een amoreus jongman die zijn alderliefste vereerde met zeker getal witte pruimen.' Zulke gedichten en verhalen maken het nuttige wel heel erg aangenaam.

Het is leuk om de vraagstukken van Willem Bartjens op te lossen, het is nog leuker om zijn oplosmethode te vergelijken met de eigen aanpak en het is helemaal leuk om dit samen met leerlingen te doen.



Een schoolklas uit de tijd van Willem Bartjens

Tijdens de workshop krijgt u materiaal waarmee u op school aan de slag kunt gaan. Misschien wordt het werk van Willem Bartjens binnenkort opnieuw een hit. Zijn eerste boek werd in 1604 gedrukt dus dat zou dan precies 397 jaar later zijn, volgens Bartjens.

Ontdek de (land)meetkunde uit 1760

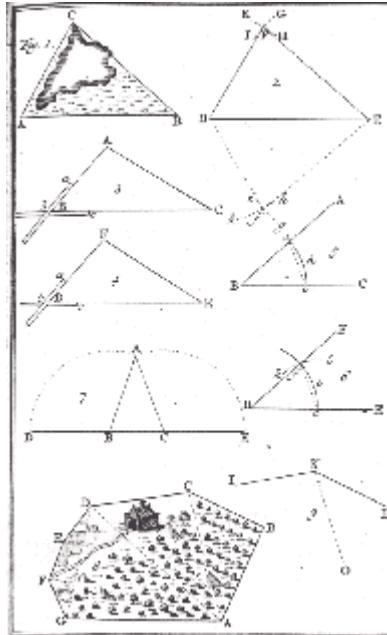
Drs. Danny Beckers
Katholieke Universiteit Nijmegen

vrijdag 16.00-16.45 uur

Als 17de- of 18de-eeuws ingenieur kon je de blits maken als je kennis had van De elementen van Euclides: dat was tenslotte het meetkundige werk aan de hand waarvan de academische gemeenschap meende te leren redeneren en die tevens een wetenschappelijk getinte basis verleende aan het werk van de navigator, landmeter of wijnroeier. Met name in de Franse ingenieursgemeenschap groeide tijdens de 17de eeuw een zelfbewustzijn waarin het mogelijk was om je kennis van De Elementen te etaleren door een kritiek te schrijven op het werk, of zelfs je eigen 'verbeterde' meetkunde uit te geven. In feite waren deze verbeteringen een aanpassing van het doel dat men nastreefde: in plaats van een axiomatische opbouw van de meetkunde kwam een meer praktisch georiënteerde aanpak die de ingenieur vlot in de beginselen van zijn vakgebied moest inleiden, zonder dat hij lang stil bleef staan bij zaken die aanschouwelijk voor evident werden gehouden.

In dit verband is met name het meetkundeboek van de Franse ingenieur A.C. Clairaut interessant. In 1760 verscheen een Nederlandse vertaling van het werkje dat in Frankrijk een absolute hit was. In Nederland werd het boek minder populair. Het aardige van het boek is dat Clairaut pretendeert een historische opbouw te volgen: de auteur laat zijn lezer als het ware deelgenoot worden, of medeontdekker zijn van de meetkunde - en dat gebeurt allemaal vanuit een landmeetkundige invalshoek. Dat het hier om een gefingeerde geschiedenis gaat moge duidelijk zijn.

In de werkgroep zullen we een aantal geselecteerde fragmenten van het meetkundeboek van Clairaut lezen, en pogen om het 18de-eeuwse meetkundeonderwijs enige actualiteit te verlenen ten behoeve van de wiskunde-les van vandaag, door de tekst rijp te maken om door leerlingen (bijvoorbeeld als praktische opdracht) bestudeerd te worden.



Het kistje van Van Albada

Dr. Ed de Moor
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

zaterdag 9.00-10.00 uur

Het Freudenthal Instituut heeft uit de nalatenschap van Piet van Albada (1905-1997) een uniek geschenk gekregen. Het is een kistje met enige sets werkkaarten over meetkunde, die Van Albada rond 1945 heeft vervaardigd voor zijn onderwijs aan het Montessori Lyceum te Rotterdam. De filosofie is gebaseerd op de ideeën van mevrouw Ehrenfest, die er al sinds het begin van de twintigste eeuw voor had geijverd het aanvankelijk meetkundeonderwijs op een informele, intuïtieve manier te starten. We maken hier kennis met een voor die tijd heel bijzondere cursus, die volledig brak met de toen heersende euclidische aanpak.



Hoe hoog stond de fotograaf?

Aan de hand van enig authentiek materiaal zullen we de achtergronden, de betekenis en het ontstaan van deze methode onderzoeken.

Bijna goed. Dürers wiskundige lessen voor kunstenaars

Prof.dr. Geert Vanpaemel
Department Geschiedenis, KU Leuven België

zaterdag 10.30-11.15 uur

Albert Dürer (1471-1528) begon zijn loopbaan in Neurenberg als goudsmid, vooraleer hij zich op de schilderkunst toelegde. Hij werd vooral beroemd door zijn prachtige houtsneden, waarmee hij de artistieke idealen van Italië in Noord-Europa introduceerde. Eén van die idealen was het type van de geleerde kunstenaar. Na een studiereis naar Italië ging hij op eigen kracht Latijn en wiskunde studeren. Met succes. Dürer neemt in de geschiedenis van de wiskunde een belangrijke plaats in als auteur van *Underweysung der Messung* (1525). In dit boek behandelt hij de constructie van lijnen, vlakken en ruimtelichamen, steeds toegepast op concrete projecten. De vakman vond hier heel wat praktische tips: van de bouw van zonnewijzers tot het uitvoeren van een perspectieftekening. Maar ook waagde Dürer zich aan 'hogere'



wiskunde. Hij bespreekt de kegelsneden en presenteert eigen oplossingen voor de klassieke problemen als de driedeling van de hoek en de verdubbeling van de kubus.

De constructies die Dürer de lezer aanleert zijn vaak benaderingen van de correcte resultaten.

In deze workshop zullen we enkele van deze constructies nader bekijken. Zijn ze ook nu nog goed uit te voeren? En zijn ze echt wel zo geschikt voor toepassing door kunstenaars, zoals Dürer voorhield? Ten slotte bekijken we ook enkele houtblokken van Dürer, om na te gaan hoe zijn wiskundige idealen weerspiegeld werden in zijn artistiek oeuvre.

Wiskunde en kunst

Zowel wiskundigen als kunstenaars raken vaak gefascineerd door structuren, regelmatige patronen, wetmatigheden en chaos.

Anamorfosen zijn vertekende figuren die pas duidelijk worden door ze te bekijken met een gebogen spiegel. Kunnen we er iets mee in de klas?

We kennen allemaal wel de regelmatige vijfhoek en het regelmatige twaalfvlak. Deze twee spelen ook een merkwaardige maar interessante rol in de kunst en in de natuur!

De Japanse `sangaku' is een houten plankje waarop een wiskundige stelling is gepresenteerd in een compacte vorm. Deze plankjes werden bij wijze van `een geschenk aan de goden' opgehangen onder de tempeldaken in Japan.

Hoe kan een kunstenaar geïnspireerd raken door die wiskundige zaken? Door het in beweging zetten van de plaatjes kan men met de computer patronen zoeken, die dan weer verrassende kunst opleveren.

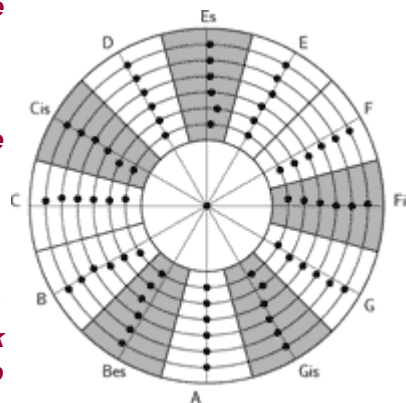
Ook de muziek kent patronen, structuren en wetmatigheden. Bijvoorbeeld op het gebied van samenklanken en de bouw van toonsystemen. Die structuren hebben vaak wiskundige trekken. Reden om er op de NWD (weer) eens aandacht aan te besteden.

De juiste toon in de juiste stemming

Prof.dr. Jan van de Craats, Koninklijke Militaire Academie en
Prof.dr. Floris Takens, Rijksuniversiteit Groningen

vrijdag 13.45-14.30 uur

De verdeling van het octaaf in twaalf gelijke delen de zogenaamde evenredig zwevende stemming, wordt door velen als een soort muzikaal axioma gezien, een onontkoombaar natuurgegeven. Echter, die octaafverdeling is pas tegen het einde van de achttiende eeuw in de Westerse muziek gemeengoed geworden als compromissysteem voor gebruik bij instrumenten waarvan de stemming tijdens het spelen niet beïnvloed kan worden, denk daarbij bijvoorbeeld aan het orgel, de piano of het klavecimbel.



In onze lezing zullen we ingaan op de vraag waarom men voor zulke instrumenten eerst heel andere octaafverdelingen hanteerde. We zullen daarvan voorbeelden beschrijven en laten horen. Met name de zogenaamde middentoonstemming zal uitgebreid besproken worden, mede in samenhang met Christiaan Huygens voorstel om te werken met een verdeling van het octaaf in niet minder dan 31 gelijke deelintervallen. En passant zal blijken dat logaritmen bij dit alles een uitermate belangrijke rol spelen. In de woorden van Huygens: `... n'y ayant rien de si commode que

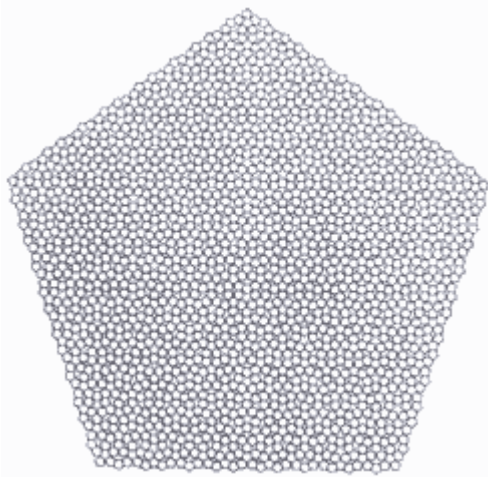
les logarithmes pour ces calculs de Musique.' (... er is niets zo handig bij zulke muzikale berekeningen als het gebruik van logaritmen).

Over vijf en twaalf

Prof.dr. F. van der Blij

vrijdag 16.00-16.45 uur

In deze bijdrage aan het thema wiskunde en kunst willen we in hoofdzaak aandacht vragen voor het werk van één kunstenaar, namelijk Gerard Caris. Centraal in zijn werk staat de regelmatige vijfhoek en het regelmatige twaalfvlak, dat zoals bekend is opgebouwd uit twaalf regelmatige vijfhoeken. Met regelmatige vijfhoeken alleen kun je geen tegelvloer maken, terwijl dat wel kan met regelmatige drie-, vier- en zeshoeken. Wanneer je het probeert, blijkt dat je anders gevormde tegels nodig hebt om de hiaten op te vullen. Tegelvloeren hebben als regel regelmatige patronen, er is periodiciteit. Maar met de vijfhoeken is iets bijzonders aan de hand. Penrose ontwierp in dit kader niet periodieke vlakvullingen, die onder anderen door N.G. de Bruijn met geavanceerde wiskundige methoden werden bestudeerd. Met dit alles hangt samen dat er geen kristallen met vijfvoudige symmetrie kunnen bestaan. Maar tot ieders verbazing bleek het Röntgen diagram van een mengsel van aluminium en mangaan wel een vijftallige symmetrie te bezitten. Voor deze structuur werd de naam quasikristal ingevoerd. Natuurlijk was dit een stimulans voor Gerard Caris om door te gaan met zijn esthetische onderzoeken van de vijfhoek en het twaalfvlak. Dezelfde structuren kunnen ook gevonden worden met patronen van ruiten met hoeken, die veelvouden van 36 graden zijn.



Caris ontwerpt ook ruimtelijke objecten, met ruitenveelvlakken gebouwd. De ruimtelijke drievlakshoeken van deze ruitenveelvlakken moeten dan met p gedeeld door 5 samenhangende waarden hebben. Een aantal van de tekeningen van Gerard Caris kunnen met moiré-methoden onderzocht worden. Dankzij de overheadprojector zullen we dit effect kunnen bekijken. Het werk van Gerard Caris omvat onder andere tekeningen, reliëfs, blinddrukken, sculpturen en architectonische en design ontwerpen.

Sangakus in beweging

Dr. Zsafia Ruttkay
Centrum voor Wiskunde en
Informatica, Amsterdam

zaterdag 9.00-10.00 uur

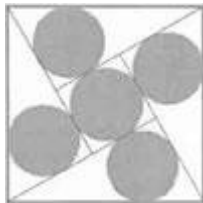
Een vijver met waterlelies? Inderdaad, geïnspireerd op de sangaku hieronder, door kunstenaars Ineke Lambers.

Het Japanse woord Sangaku betekent 'wiskundig tablet'. Tijdens de Edo periode (1603-1867) toen Japan was afgesloten van de Westerse wereld, zijn er honderden wiskundige stellingen getekend en opgehangen onder de daken van tempels.



Als een geschenk voor de goden, maar misschien ook als een uitdaging voor de bezoekers: kun je dit bewijzen?

Sangakus brengen de mens van vandaag ook in beweging: om elegante oplossingen te vinden, om inspiratie te krijgen voor nieuwe beweringen, ook van andere gebieden van de wiskunde en om de stellingen op artistieke wijze uit te beelden.



Bovendien kan men tegenwoordig met de computer (in Cabri of Java) sangakus tot leven brengen en er dynamische versies van maken.

Allemaal heel fascinerend, ook voor in het klaslokaal.

Tijdens de workshop zult u niet alleen zien hoeveel associaties zo'n onschuldige sangaku kan opwekken, maar gaat u ook zelf aan de slag met in Nederland nog niet bekende sangakus.

Spiegelanamorfosen: een aparte kijk op transformaties

Luc Van den Broeck
Edugo de Toren, Oostakker België

zaterdag 10.30-11.30 uur

Wanneer we aan Belgische middelbare scholieren vragen om enkele transformaties van het vlak op te sommen, lopen de antwoorden niet ver uit elkaar. De meeste leerlingen denken aan verschuivingen, rotaties en spiegelingen. Kortom, transformaties die afstanden en hoeken bewaren. In het beste geval denkt iemand aan een homothetie die wel hoekgetrouw is maar geen afstanden bewaart. Deze eenzijdige visie hebben we zelf in de hand gewerkt door in de eerste vier jaren van het middelbaar onderwijs exclusief aandacht te besteden aan vormbewarende transformaties. Om de leerlingen niet te bedwelmen met saaiheid moeten er ook andere transformaties aan bod komen, bijvoorbeeld lijnhomothetieën, cirkelinversies, spiegelanamorfosen ... Spiegelanamorfosen zijn beeldverwringende, vlakke transformaties. Ze zijn het best vergelijkbaar met spiegeltenten op de kermis ... met dit verschil: in spiegeltenten komen doorgaans normaal gebouwde figuren op bezoek in de hoop een zo gek mogelijke vormtransformatie te ondergaan. Bij spiegelanamorfosen gaat het om zwaar vervormde figuren en objecten die na een eenvoudige spiegelbeurt weer normaal hopen te worden.

Tijdens deze spreekbeurt maken we een snelwandeling door de geschiedenis van de anamorfosen. Daarna volgt een verslag over anamorfosen in de klassenpraktijk. Tenslotte kunnen de toehoorders zelf een eigen (cilinder)anamorfose ontwerpen met het meetkundeprogramma Cabri. De resultaten worden ter controle onder een inoxcilinder gelegd. Voor een meer gedetailleerd exposé over (perspectivistische-, cilinder- en kegel-) anamorfosen verwijzen we naar het Belgische wiskundetijdschrift *Uitwiskeling*, jaargang 15 nummer 4 en jaargang 16 nummer 2.



Wiskunde en biologie

Van de zandraket, van bakkersgist en van een minuscuul draadwormpje is de basenvolgorde in het DNA inmiddels bekend. Voor de mens zal dit nog wel tien jaar duren. Dat dachten biologen vorig jaar. Het is nu echter waarschijnlijk dat dit jaar al het volledige DNA van de mens in kaart wordt gebracht. Dat komt niet alleen door snellere computers, maar ook door slimmere algoritmen. De huidige technische mogelijkheden hebben als gevolg dat biologen, wiskundigen en informatici druk samenwerken.

Simulaties spelen een belangrijke rol bij het beschrijven van allerlei ingewikkelde biologische processen, zoals onze evolutie. Het gaat dan bijvoorbeeld om het aannemelijk maken van het ontstaan van zulk complex DNA als het onze dat bestaat uit 3 miljard basenparen. Maar kun je met dergelijke simulaties eigenlijk wel iets zeggen over één uniek geval?

Het thema biologie en wiskunde zal vanuit verschillende invalshoeken belicht worden. Aan de orde komen recente ontwikkelingen en successen in de samenwerking tussen de twee disciplines, maar er zullen ook vraagtekens worden gezet bij de waarde van enkele resultaten.

Kansrekening en evolutie

Prof.dr. Ronald Meester
Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht en
Divisie Wiskunde en Informatica, VU Amsterdam

vrijdag 13.45-14.30 uur

Sinds het werk van Darwin in de 19e eeuw is de biologische evolutie een onderwerp van verhit debat geweest. De theorie van Darwin impliceert volgens velen dat de mens niets anders is dan het product van 'blind toeval'. Dit staat lijnrecht tegenover de denkbepelden van bijvoorbeeld christelijke kerken, die de mens zien als gewild door God. Sommigen christenen wijzen om deze reden de evolutietheorie volledig af, anderen doen pogingen om de twee gezichtspunten met elkaar in overeenstemming te brengen.

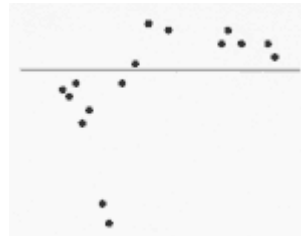
Elke partij in dit debat maakt op de een of andere manier gebruik van interpretaties van de begrippen 'kans' en 'toeval'. Diegenen die de mens als een pure toevaligheid beschouwen wijzen erop dat genetische mutaties weliswaar een hele kleine kans hebben, maar als je maar genoeg de tijd hebt 'het onmogelijke mogelijk wordt, het onwaarschijnlijke waarschijnlijk en het waarschijnlijke zeker' (Wald, Dawkins). Met andere woorden, als je maar lang genoeg de tijd hebt, dan kan alles gebeuren, dus ook zoiets onwaarschijnlijks als het ontstaan van de mens. Mensen die in God geloven wijzen erop dat de evolutie zonder God een stuk onwaarschijnlijker is dan met God. Immers, als God bestaat kan hij de evolutie sturen naar Zijn wil. Aangezien de evolutie heeft plaatsgevonden, betekent dit dat het aannemelijker is dat God bestaat dan dat hij niet bestaat.

In mijn betoog zal ik uiteenzetten dat geen van beide standpunten houdbaar is, en dat beide standpunten berusten op een verkeerde interpretatie van de

wiskundige discipline kansrekening. Vervolgens zal ik proberen te laten zien dat naar mijn mening kansrekening wel degelijk een belangrijke rol kan spelen bij de bestudering van de biologische evolutie, mits kansrekening wordt gezien als beschrijvend, en niet als verklarend. Ter illustratie hiervan zal ik enkele eenvoudige wiskundige modellen behandelen, die evolutionair gedrag lijken te vertonen. Het bekendste model in deze richting is het zogenaamde Bak-Sneppen model. Het is een heel eenvoudig model, maar wiskundigen kunnen er vooralsnog echter geen grip op krijgen. In dit model beschouwen we N soorten die we voor het gemak allemaal op een cirkelrand zetten. Elke soort heeft een 'fitnessparameter' tussen 0 en 1. We kiezen nu de soort met de laagste fitnessparameter en vervangen deze soort, samen met zijn twee buursoorten, door drie nieuwe soorten die een nieuwe, toevallige, fitnessparameter krijgen. Elke keer verdwijnt dus de soort met de laagste fitnessparameter, omdat deze het slechtst opgewassen is tegen de omstandigheden.

Zijn buurpunten stellen dan soorten voor die voor hun overleven afhankelijk zijn van de soort die toevallig de laagste fitnessparameter heeft.

Dit procédé herhalen we willekeurig vaak en na een tijdje ziet het systeem er ongeveer uit als in het plaatje; horizontaal staan de soorten, verticaal hun fitnessparameter. Ik zal in mijn verhaal proberen duidelijk te maken waar de wiskundige problemen liggen.



Evolutie: het gevolg van de aantalsdynamica van zich bijna getrouw voortplantende deeltjes

Prof.dr. Hans Metz
Theoretische Evolutionaire Biologie, Rijksuniversiteit Leiden

vrijdag 16.00-16.45 uur

Organismen onderscheiden zich van de deeltjes van de natuurkunde doordat ze zich bijna, maar niet volledig, getrouw voortplanten. Bovendien laat de structuur van het DNA, de blauwdruk voor het organisme, die bij de voortplanting gekopieerd wordt, een combinatorische explosie van mogelijkheden toe. Sommige daarvan doen het beter dan andere. Omdat de wereld begrensd is, blijven die typen over, die onder de heersende omstandigheden het best bijdragen aan de volgende generaties. Stel dat iedereen 2 nakomelingen krijgt, een generatie 10 jaar duurt, 1 mutatie optreedt per 100 geboorten en verbeteringen cumulatief werken, dan zijn er in de 3.5 miljard jaar dat er leven op aarde is, zo'n 2 tot de 3.5 miljoen mogelijkheden uitgeprobeerd (dit is inclusief de lijnen die afstammen van weggeselecteerde voorouders). Natuurlijk staat deze redenering bol van de fouten. Er zijn terugmutaties mogelijk, oesters maken miljoenen eitjes, coli-bacteriën hebben een generatietijd van 40 minuten, elke mensenbaby bevat ca 3 nieuwe mutaties. De wezenlijke fout schuilt echter in de aanname dat verbeteringen cumulatief werken. Dat is niet zo om twee redenen. (i) Oogspieren maken voordat er een oog bestaat is nadelig, de omgekeerde volgorde voordelig. Daarmee krijgt evolutie een overheersende historische

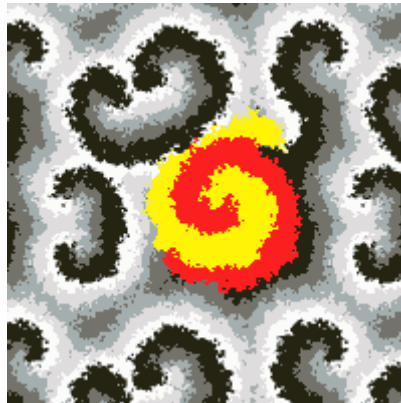
component. (ii) Wat goed is hangt af van de leefomgeving. Die is niet constant maar wordt gedeels bepaald door wie er nu aanwezig zijn. Mijn betoog zal draaien om dit tweede punt. De fitness (= hypothetische exponentiële groeisnelheid van een getrouw voortplantende populatie in een stationaire omgeving) van een mutant wordt bepaald door de omgeving, die zelf weer bepaald wordt door de populatiedynamica van de aanwezige typen. De fitness van een mutant is daarmee een functie van het eigen en de al aanwezige typen. Deze functie moet aan een aantal speciale eisen voldoen opgelegd door de populatiedynamica. De mogelijke meetkundes van dit soort functies leggen allerlei beperkingen op aan het verloop van de evolutie.

Zelforganisatie en evolutie

Maarten Boerlijst
Instituut voor Biodiversiteit en Ecosysteem
Dynamica, Universiteit van Amsterdam

zaterdag 9.00-10.00 uur

Simpele regels kunnen tot complex gedrag leiden. Een beroemd voorbeeld is de 'Game of Life' van Conway. In deze cellulaire automaat leiden zeer simpele lokale groeiregels tot zeer complex gedrag. Natuurlijk is dit voorbeeld biologisch wel erg simplistisch. Echter, niet alleen bij dit spel, maar ook in de studie van evolutie wordt de mogelijkheid van zelforganisatie vaak over het hoofd gezien; alle eigenschappen van een organisme worden toegeschreven aan het DNA.



Spiraalgolven in prebiotische evolutie

In deze voordracht zullen een aantal intrigerende recente voorbeelden behandeld worden, variërend van 'het ontstaan van het leven op aarde' tot 'Artificial Life' en 'competitie en samenwerking op koraalriffen'. U zult uitgedaagd worden om zelf een succesvol koraal te bedenken en te strijden tegen (of juist samenwerken met) uw collega's. Hopelijk zal deze voordracht u verbazen en inspireren en enig inzicht geven in recente ontwikkelingen rond zelforganiserende systemen.

Stochastische modellering en statistische analyse van de kinetiek van ionkanalen

Barry Schouten
Centraal Bureau voor Statistiek, Voorburg

zaterdag 10.30-11.30 uur

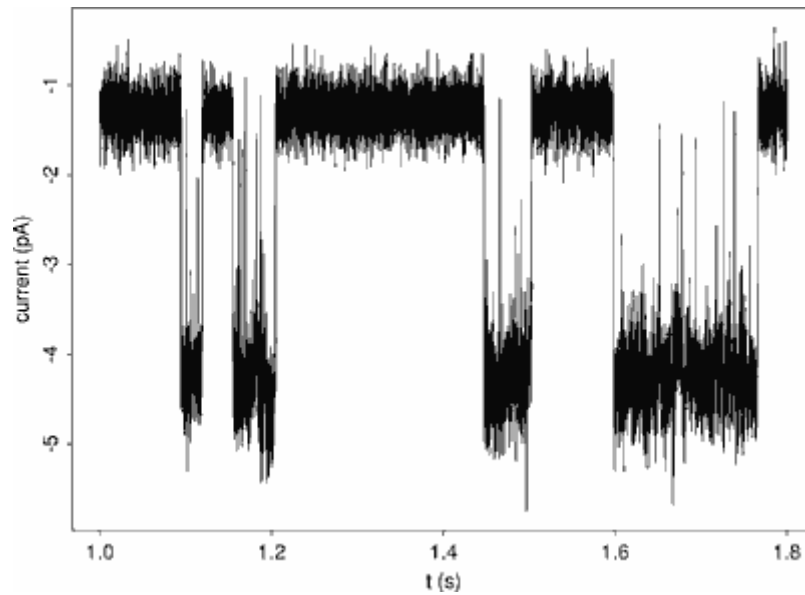
Ionkanalen zijn complexe eiwitten in celmembranen die in bepaalde configuraties tunnel-achtige openingen vormen waardoorheen ionen in en uit de cel kunnen

bewegen. Ze spelen een belangrijke rol bij de communicatie tussen verschillende cellen.

De ionenstromen kunnen worden gemeten (zie bijgaande figuur). Statistische analyse van de gemeten stromen kan bijdragen aan een beter begrip van de regulatie en functie van het openen en sluiten van ionkanalen.

Voor een statistische analyse is het eerst nodig een wiskundig model te maken voor de kinetiek van een kanaal en vervolgens voor de data. Het openen en sluiten van een kanaal wordt doorgaans beschreven met een zogenaamd Markov model.

De data, de gemeten stroom, kan men beschrijven door middel van een ingewikkelde functie van de door dit Markov model gegenereerde Markov keten. Statistische analyse van de data gebaseerd op dit model is niet eenvoudig. Des te verrassender is het wanneer er een aantal interessante resultaten wordt gevonden. In de voordracht zal bovenstaande verder worden toegelicht.



Wiskunde en elektronisch rekenen

Wiskunde zonder moderne hulpmiddelen kunnen we ons nauwelijks meer voorstellen. Op school loopt reeds de jongste brugpieper met rekenmachine en gsm rond. Op hogescholen en universiteiten zijn computers onmisbare hulpmiddelen geworden bij al dan niet wiskundig onderzoek. Met behulp van deze apparaten kunnen ook onmogelijke dingen gedaan worden en de vraag die daarbij opkomt is, wat is het nut hiervan?

In de verschillende workshops zal worden ingegaan op de mogelijkheden en ook onmogelijkheden van de diverse elektronische hulpmiddelen. Ingegaan wordt op wiskunde als hulpmiddel bij enkele coderingstechnieken en versleuteling van informatie. Hierbij komen zowel de bankrekeningcodering als RSA-achtige technieken aan bod. Ook wordt gekeken welke rol wiskunde speelt bij het maken van ingewikkelde modellen die simulaties zijn van de werkelijke praktijk zoals Betuwelijn, Schiphol en dergelijke.

Van 'kruis of munt over de telefoon' tot 'digitaal geld' van rekentrucus tot cryptografische methodes

Prof.dr.ir. Henk van Tilborg
Faculteit Wiskunde en Informatica, TU Eindhoven

vrijdag 13.45-14.30 uur

Alle oudere cryptosystemen konden pas op een efficiënte manier gebroken worden toen de statistiek voldoende ontwikkeld was (19de eeuw). Het ontwerpen van goede cryptosystemen is pas veel later een puur wiskundige aangelegenheid geworden. De voornaamste ingrediënten zijn hierbij het modulair rekenen (klokrekenen) en de eindige algebra.

Zo is het machtsverheffen op een klok relatief eenvoudig, maar worteltrekken of het nemen van logaritmes niet. Net zo goed is het vermenigvuldigen van twee getallen uiterst simpel, maar de factoren uit een product halen niet. De meest gangbare cryptosystemen zijn op dit soort principes gebaseerd.

We zullen een aantal demonstraties geven van simpele, bijna trucachtige oplossingen van problemen die in de 'dagelijkse' wereld zouden kunnen voorkomen. Tevens laten we zien wat de corresponderende cryptografische oplossingen zijn als het wel degelijk om realistische zaken gaat, zoals bijvoorbeeld bij digitale handtekeningen of elektronisch geld. Het grote probleem hierbij is steeds de juiste balans tussen zware veiligheidseisen en praktische uitvoerbaarheid.

Mechanica van het rekenen, enkele onderwerpen uit de oertijd van de computers

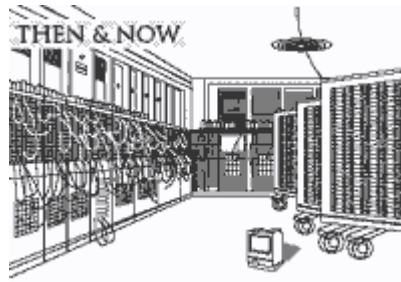
Willem L. van der Poel, Emeritus hoogleraar Informatica
TU Delft

vrijdag 16.00-17.00 uur

In deze voordracht zal aandacht besteed worden aan een aantal onderwerpen uit de 'oertijd' van de computers, toen deze nog zeer duur en langzaam waren en hele kamers vulden. In de huidige tijd kan men bij Albert Heyn en Aldi markt zeer

snelle computers kopen die voor een duizendste van de prijzen van toen (1955-1975) capaciteiten bieden van 10⁹ maal zoveel geheugen en 10⁶ maal zoveel snelheid.

In die tijd moest er met deze beperkte middelen het uiterste uit deze machines gehaald worden. Daarvoor was veel slimheid en trucologie nodig. Veel van deze methodes zijn naar het schijnt in de huidige tijd vergeten. De machines zijn toch wel snel genoeg. Maar bij nadere analyse schrikt men van de stupiditeit waarmee allerlei problemen aangepakt worden.



In deze voordracht zullen enkele van deze problemen belicht worden:

- ***Dwarstelling van bits in een woord.***
- ***Periode bepalen van cyclische processen.***
- ***Elementaire functies berekenen.***
- ***Worteltrekken (staartdelen en iteratief).***
- ***Microprogrammering.***
- ***Polynomen berekenen met minder vermenigvuldigingen.***
- ***Conversie van decimal floating naar binair floating en terug.***

Een en ander zal toegelicht worden aan de microprogrammering van de ZEBRA (Zeer Eenvoudige Binaire Reken Automaat), de machine die als eerste (en enige!) bij de Universiteiten Utrecht, Groningen en Delft aanwezig was. Op de structuur van deze machine kan in dit bestek maar zeer ten dele worden ingegaan, maar wel zal een simulator worden gedemonstreerd, waarbij een paar van bovengenoemde problemen aan de orde zullen komen.

Referentie: W.L. van der Poel. Microprogramming & Trickology. In: Digitale Informationswandler. Ed. W. Hoffmann, Fr. Vieweg 1962, p 269-311.

De binnenkant van de grafische rekenmachine

Doug Harnish
Texas Instruments

zaterdag 9.00-9.45 uur

Tijdens het ontwikkelen van de grafische rekenmachine (GRM) zijn er door de ontwikkelaars allerlei keuzes gemaakt omtrent de mogelijkheden en onmogelijkheden van de GRM. Gezien de beperkte geheugencapaciteit en de resolutie van het display hebben programmeurs van de GRM keuzes moeten maken ten aanzien van functionaliteit en nauwkeurigheid. In deze workshop worden deze kanten van de GRM nader belicht. De begrenzings van de GRM blijken niet altijd beperkingen te zijn. Sommige 'foutjes' kunnen in het onderwijs heel goed ten voordele benut worden. Op deze manier blijkt de GRM nog vele leuke en vaak heel verrassende kanten te hebben.

De workshop wordt in het engels gegeven.



ASML kan met een 2 x 2 matrix geld verdienen

Ir. Wim Hendriksen
ASML, Veldhoven

zaterdag 10.30-11.30 uur

ASML produceert machines voor de fabricage van chips. Een chip wordt in verschillende lagen belicht waarbij het er op aan komt dat die lagen met nanometer precisie op elkaar aansluiten.

Als je de Mechanica van de machine samenbouwt, dan is dat op micrometers nauwkeurig. Met Regeltechniek kom je op delen van micrometers. Dan komt de Wiskunde kijken en die zorgt ervoor dat de laatste broodnodige nanometers uit de machine geperst worden.



Uit de voordracht zal blijken waarom zelfs gepromoveerde wiskundigen het na jaren nog steeds naar hun zin hebben bij ASML. Zij worden keer op keer voor nieuwe en boeiende uitdagingen gesteld.

Kijk vooral even op www.asml.nl om een indruk te krijgen van de complexiteit van de machines.

ASML is opgericht in 1984 en is vandaag wereldmarktleider van wafersteppers en scanners. De omzet is in 16 jaar gegroeid van nul naar meer dan twee miljard gulden (1999).

Meer dan 1000 mensen werken in Research en Development, waarvan ongeveer vijftig wiskundigen. De hoofdvestiging is te vinden in Veldhoven.

Wiskunde onder handbereik

Soms zit de wiskunde in het dagelijks leven zo dichtbij dat je die haast over het hoofd zou zien. Hoe straalt bijvoorbeeld een draadantenne? Een klassieke theorie, maar de laatste tijd staat deze weer volop in de belangstelling bij de beschrijving van de elektromagnetische effecten van mobiele telefoons. Alledaagse geheimen zijn de vele codes, sleutels en nummers ter controle en beveiliging. Denk aan streepjescodes, ISBN, creditcards, banktransacties, of MP3. Een van de lezingen geeft er meer zicht op.

Om glazen potjes te produceren moet het glas stromen en in een mal geperst of geblazen worden. De wiskunde moet helpen dit productieproces steeds weer te verbeteren. Wiskunde is tenslotte ook de sigaar waar het gaat om de wijze waarop het dekblad zich windt. De benodigde differentiaalgeometrie blijkt te reduceren tot één wonderschone formule waaruit onverwachte conclusies volgen.

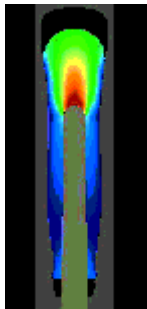
Glas: een potje ervan maken

Prof.dr. Robert M. Matheij

Faculteit Wiskunde en Informatica, TU Eindhoven

vrijdag 13.45-14.30 uur

Als je wat beter om je heen kijkt blijkt er ongelofelijk veel wiskunde te zitten in allerlei zaken (weliswaar vaak in vermomming). Een mooi voorbeeld hiervan is verpakkingsglas, zeg maar potjes en flessen, niet direct de high tech waar men vaak wiskundig modelleren mee associeert. Toch is het productieproces wiskundig gezien zeker geen triviale klus. De modelleringsvragen beginnen al bij het maken van het bulkglas. Glas wordt namelijk gemaakt van zand en soda (en nog zowat), dat in een oven tot een homogeen geheel gesmolten wordt.



Dit geeft aanleiding tot een zeer complex geheel van vragen die met warmteuitwisseling (vooral door straling) en stroming te maken hebben. Het hete vloeibare glas komt met kleine hoeveelheden in een vormingsmachine terecht die deze dan perst en/of blaast tot de jampot of bierfles, die wij als consument te zien krijgen.

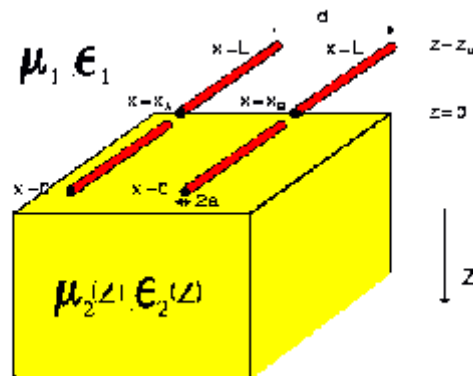
Daarna vindt er een ingewikkeld afkoelingsproces plaats om te zorgen dat er geen restspanningen zijn (zodat de fles bijvoorbeeld niet kapot gaat bij vervoer of gebruik). Hoewel, of wellicht omdat, deze productiewijze al eeuwenoud is, kan men alleen via modelleren en simuleren verbeteringen aanbrengen. De bierflessen zijn de afgelopen jaren veel lichter geworden (dus goedkoper te produceren) en deze trend gaat nog wel even door. In deze voordracht willen we wat nader ingaan op een belangrijk onderdeel van het productieproces, namelijk het persen. We zullen hierbij inzicht proberen te geven in het hoe van het modelleren en aan de hand van wat simulaties laten zien wat de (numerieke) wiskundige voor het glasbedrijf kan betekenen.

Hoe straalt een draadantenne?

Prof.dr. Anton Tijhuis
Faculteit Elektrotechniek, TU Eindhoven

vrijdag 16.00-16.45 uur

Een draad is waarschijnlijk het eenvoudigste object dat in staat is elektromagnetische golven uit te zenden, te ontvangen en te verstrooien. Draadantennes worden gebruikt in een reeks van toepassingen variërend van mobiele communicatie tot grondradar. Verder worden draden gebruikt als bouwstenen in synthetische materialen en synthetische radarobjecten (chaff).



Gebruik van draadantennes om 'in de grond te kijken'

De beschrijving van het elektromagnetische gedrag van draadantennes gaat in twee stappen. Eerst wordt de totale stroom langs de draad bepaald uit een eendimensionale vergelijking, die in het algemeen numeriek wordt opgelost. Vervolgens wordt het uitgestraalde/verstrooide veld bepaald uit een integraal over deze stroom. In de Eindhovense leerstoel Elektromagnetisme is deze procedure door medewerkers en studenten gebruikt om een aantal configuraties uit de praktijk van de elektrotechniek te analyseren. In het bijzonder is aandacht besteed aan de koppeling tussen een draadantenne en een groot object. Dat object kan een andere antenne zijn (voor transmissie van informatie), of de aarde (voor detectie), maar het meest uitdagende en actuele voorbeeld is vermoedelijk het menselijk lichaam (voor hyperthermie of de bepaling van RF hazards).

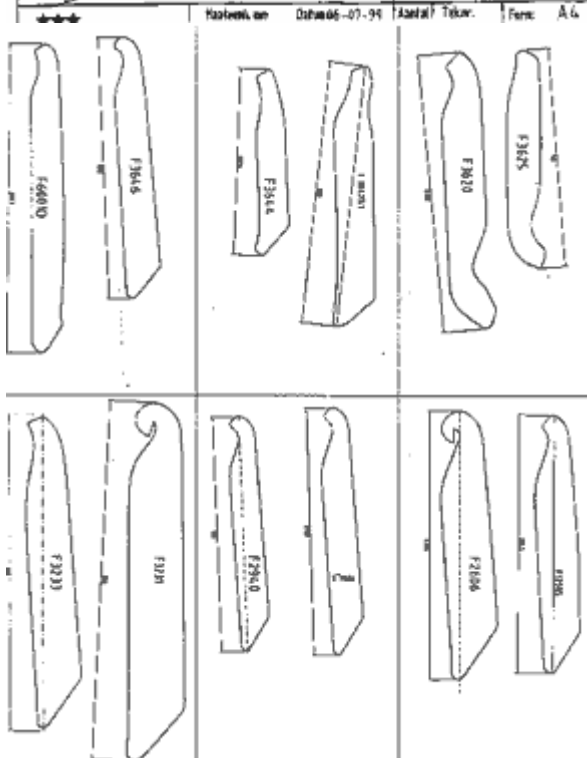
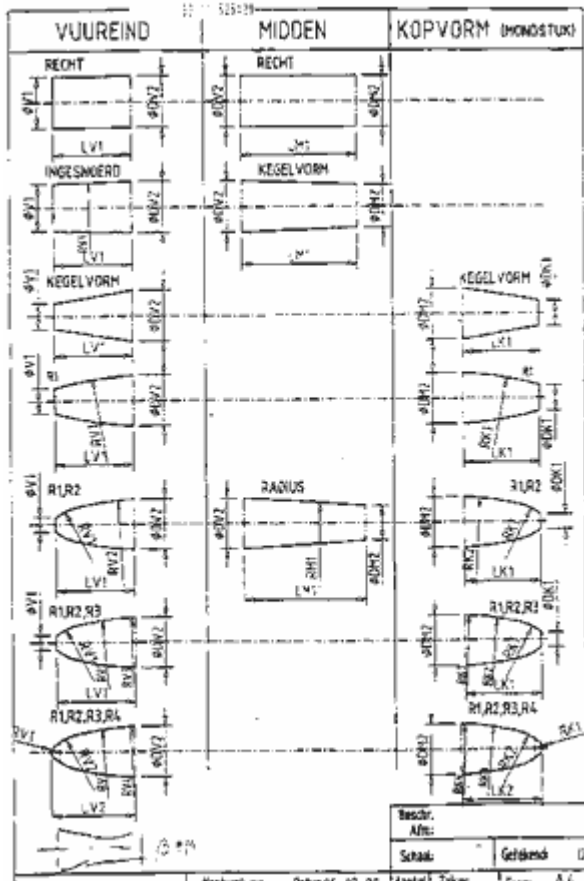
Wiskunde de sigaar

Prof.dr. Jaap Molenaar
Faculteit Wiskunde en Informatica, TU Eindhoven

zaterdag 9.00-9.45 uur

In de industrie blijkt wiskunde onmisbaar te zijn bij de meest verrassende problemen. Het bedrijf Lareka ontwerpt en construeert allerlei machines, onder andere voor de sigarenindustrie. Zo'n sigarenmachine rolt automatisch het dekblad rond een sigaar in wording. Dat is voor een machine minder eenvoudig

dan je wellicht zou verwachten. Bestaande machines kunnen dat alleen voor een vaste sigaarvorm, bijvoorbeeld een Bolknak. De baan van het dekblad tijdens het rollen is daarvoor eerst met de hand uitgetest en vervolgens in de machinebesturing geprogrammeerd. Dat is een tijdrovende zaak. Het dekblad wordt uit een tabaksblad gestanst. Het kan een vreemde vorm hebben, zoals in de figuur is te zien. De geschikte dekbladvorm wordt ook door proberen bepaald. Aan wiskundigen van de TUE werd gevraagd of het mogelijk is geschikte dekbladvormen en -banen te berekenen. In de voordracht laat ik zien hoe deze vragen beantwoord kunnen worden door na te denken over hoe in het algemeen een strook papier rond een gegeven voorwerp kan worden gerold zonder het papier uit te rekken. Het blijkt dat de bijbehorende differentiaalgeometrie heel algemeen uitgewerkt kan worden. In de voordracht beperk ik me tot 'sigaarachtige' vormen als cilinders en kegels. Dan reduceert de theorie tot een verbijsterend eenvoudige formule. In al zijn eenvoud is deze formule toch boeiend omdat deze tot conclusies blijkt te leiden die ingaan tegen de intuïtie van velen. Ik zal dat demonstreren aan de hand van simpele papiermodellen.



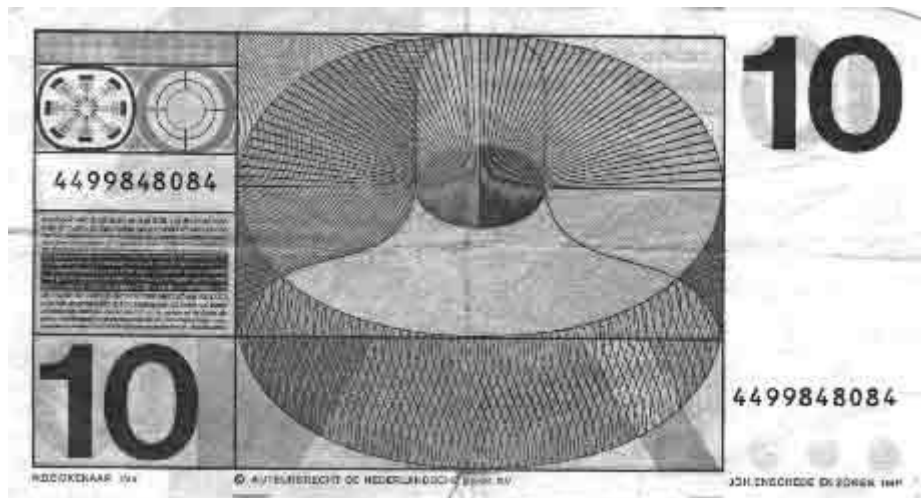
Alledaagse geheimen

Drs. Hans Melissen
Faculteit Informatietechnologie en Systemen, TU Delft

zaterdag 10.30-11.15 uur

Codes en geheimschriften oefenen nog altijd een grote aantrekkingskracht uit, misschien door hun geheimzinnige karakter, in combinatie met heroïsche verhalen van de codekrakers van vroeger. Toch zijn de tijden voorbij dat geheimschriften alleen werden gebruikt door staatshoofden, ambassades, legers en geliefden. Het is tegenwoordig eenvoudig om voor privé-gebruik aan geheimschriften te komen die nagenoeg niet te kraken zijn. Niet altijd wenselijk misschien, want ook terroristen en misdadigers kunnen zo hun communicatie verborgen houden voor overheden. Omgekeerd lachen de computers van tegenwoordig om de ingewikkeldste geheimschriften die tijdens de Tweede Wereldoorlog werden gebruikt. Overigens was dit juist de aanleiding voor het ontwikkelen van computers. Er heeft een enorme ontwikkeling plaatsgevonden in het ontwikkelen en toepassen van nieuwe methoden. Er zijn nu algoritmes die een tekst kunnen versleutelen met een sleutel die niet eens meer geheim hoeft te zijn, terwijl de versleutelde tekst toch alleen maar voor de geadresseerde leesbaar is, alleen door het gebruik van wat eenvoudige getaltheorie.

Daarnaast komen we in het dagelijks leven allerlei codes tegen die gewoon zichtbaar zijn, maar waarvan we het fijne vaak niet weten. ISBN nummers op boeken, streepjescodes op producten en brieven, nummers op creditcards en bankbiljetten. Weet u bijvoorbeeld hoe je kunt zien dat het onderstaande bankbiljet vals is?



Codes kunnen voor een aantal doeleinden worden gebruikt, bijvoorbeeld voor identificatie (denk aan streepjescodes), ter controle (bijvoorbeeld de fout detecterende code ingebouwd in ISBN nummers) of correctie (codering van de CD), als compressie (met als bekende voorbeelden jpeg en mp3 voor compressie van beeld en geluid) en als versleuteling (bijvoorbeeld de algoritmes in Pretty Good Privacy).

Overige presentaties

Zoals gebruikelijk zijn er ook dit jaar weer enkele presentaties die niet onder een van de thema's vallen. Allereerst wordt de succesvolle voordracht van Jan Molema over Gaudi herhaald (vorig jaar in het thema architectuur).

Uit de inzendingen voor de docentenworkshops zijn er twee geselecteerd: Ton Konings over de Gulden Snede Zebra en Lidy Wesker over praktische opdrachten.

Henk van der Vorst haalde vorig jaar het nieuws omdat hij het meest geciteerde wiskundige artikel van de jaren negentig schreef. Hij zal vertellen over de methode Bi-CGSTAB voor het oplossen van stelsels vergelijkingen die in 1992 in dat artikel werd gepubliceerd.

Gaudí, de wereld op zijn kop

Prof.dr.ir. Jan Molema
Bouwkunde, Technische Universiteit Delft

vrijdag 13.45-14.30 uur

De uiteindelijke vorm van een gebouw is het resultaat van een arbeidsproces dat gekenmerkt wordt door een reeks beslissingen die gebaseerd zijn op verschillende invariabelen en variabelen. Kennis van die (in-)variabelen betekent kennis van het waarom en waardoor van de vorm van een bouwwerk en van de daarvoor toegepaste methodes. Een en ander kan de toepassing van die methodes in de hedendaagse bouwkunde bevorderen, tot een efficiënte werkwijze leiden en een bevredigend gebouw opleveren.

De architectuur van Antonio Gaudí y Cornet (1852-1926) is zo geheel anders dan wij dagelijks om ons heen zien, dat zij ons in eerste instantie volslagen vreemd voorkomt. Dat wij er, hoe dan ook, gevoelig voor zijn, bewijst dat het werk een zekere herkenbaarheid in zich draagt. Wij kunnen onderzoeken waarin deze herkenbaarheid gelegen is. Bijvoorbeeld door naar de structuur van het gebouw te kijken, te zien of en zo ja welk maat- en welk verhoudingssysteem gebruikt werd, welke constructiewijzen en welke materialen en ook welke statische en fysische principes aan het gebouw ten grondslag liggen.

Het decoratieve en het symbolische, de betekenissen, zullen ons daarna minder problemen opleveren. Interpretaties in de literatuur, met name het 'literaire genre', zullen dan door ons ook beter doorground kunnen worden, want: 'though Mr. Ruskin's thoughts cannot stoop down to the plain prosaic details of the structuresque, because building is not his business, they possibly sour high enough in the poetry of visionary art, because poetry is his business'. (Naar Robert Kerr's: 'Mr. Ruskin's thoughts sour high enough in the poetry of visionary art, because poetry is his business, but they cannot stoop down to the plain prosaic details of the structuresque, because building is not his business.')

In mijn voordracht zal ik de rol van geometrie en statica toelichten en de oorsprong van Gaudí's boogvorm onthullen.

Zebra 4 (De Gulden Snede) in de klas

Ton Konings
Instituut voor Leraar en School, Nijmegen en APS, Utrecht

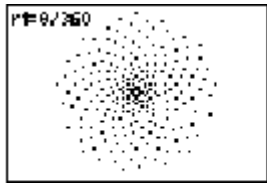
vrijdag 16.00-17.00 uur

De zebra-reeks is geschreven voor de keuze-uren in het programma van de hoogste klassen van het vwo. Zebraboekje 4 heeft als titel 'De Gulden Snede'.

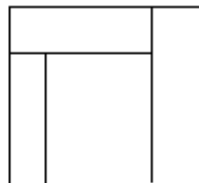
Op de achterkaft van dit boekje staat:

'De Gulden Snede is een verhouding die al twee en een half duizend jaar, sinds de Oude Grieken, een bijzondere plaats heeft in de wiskunde. Zo'n 800 jaar geleden ontdekte Fibonacci zijn beroemde rij. Het blijkt dat er vele, vaak verrassende, verbanden bestaan tussen de Gulden Snede en de rij van Fibonacci. De eerste helft van dit boekje behandelt de eigenschappen van deze verhouding en rij, en hun onderlinge relaties. De Gulden Snede en de rij van Fibonacci zijn niet alleen wiskundig fascinerend, maar ze duiken ook op de meest onverwachte plekken op. Zo zijn er toepassingen te vinden in de kunst, de architectuur en in de natuur. De tweede helft van dit boekje bevat zeven opdrachten, waarin deze toepassingen worden besproken en nader onderzocht kunnen worden. Een aanrader voor 'wiskunst'-liefhebbers.'

In deze werkgroep staan twee van deze onderzoeksopdrachten centraal: een opdracht over het maatstelsel De Modulor van de Franse architect Le Corbusier en een opdracht waarbij met behulp van de grafische rekenmachine spiraalpatronen, die in zonnebloemen zichtbaar zijn, op het beeldscherm worden onderzocht.



Zonnebloemmotief, hoe ontstaat dit?



Modulor compositie in vierkant?

Na een inleiding, waarin vooral noodzakelijke voorkennis over de Gulden Snede wordt gepresenteerd, werken de deelnemers ongeveer een half uur aan één van beide onderzoeksopdrachten. Daarna volgen resultaten van leerlingen die aan de opdracht gewerkt hebben en enige suggesties voor begeleiding.

Deelnemers worden verzocht een Grafische rekenmachine mee te nemen.

Praktische opdrachten zijn leuk bedacht, maar de tijd ontbreekt om het goed te doen

Lidy Wesker
J.P. Thijsse College, Castricum

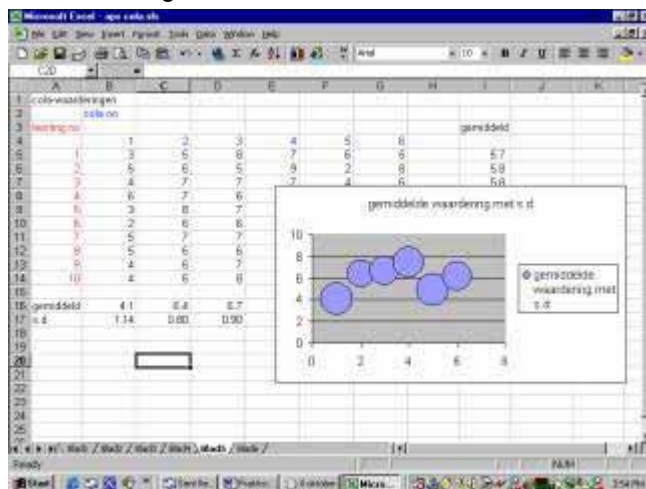
zaterdag 9.00-10.00 uur

Zelfs Adelmund heeft toegegeven dat de praktische opdrachten die eerst als zo onmisbaar werden beschouwd (60% van het schoolexamen cijfer) nu alleen nog maar als extra last worden gezien. Als u dat ook vindt, is deze workshop misschien wel wat voor u. U krijgt voorbeelden te zien van lesstofvervangende, ICT verwerkende, praktische opdrachten. Drie in één, zonder extra tijd eraan te besteden.

Vindt u praktische opdrachten dé manier om wiskunde te geven, dan bent u het geheel eens met de workshopleidster en kunt u ervaren hoe zij en haar collega's dat op haar school hebben uitgevoerd.

Op het J.P. Thijsse College zijn tot nu toe twee leerstofvervangende, ICT verwerkende, praktische opdrachten gemaakt. Een voor wiskunde A over statistiek en een voor wiskunde B over differentiëren. Deze opdrachten vervangen respectievelijk twee en één hoofdstuk uit het 4 havo boek en nemen elk 10 à 12 slui in beslag. Ze kosten dus geen extra tijd, zoals vele andere praktische opdrachten dat wel doen.

Tevens bevatten de opdrachten een behoorlijke ICT component (excel, Vudiff, video, internet) waardoor meteen de ICT vaardigheden die in onze wiskunde eindtermen staan worden geoefend.



In deze workshop kunt u na een inleiding zelf aan de slag met de praktische opdrachten en kunt u gecorrigeerd leerlingenmateriaal bekijken. Daarom zijn ook leraren die al eerder op een APS conferentie een presentatie hebben bijgewoond over deze opdrachten, van harte uitgenodigd om zelf met het materiaal aan de slag te gaan.

Bi-CGSTAB: waarom zoveel geciteerd

zaterdag 10.30-11.30 uur

De beroemde wiskundige Gauss had al rond 1830 moeite met het oplossen van stelsels van 4 vergelijkingen met 4 onbekenden. Hij stelde een bijzonder ingenieuze iteratieve methode voor die prettig werkte, maar wel duurder was dan het bekende (Gauss-) eliminatie schema. Toen na 1950 de elektronische computer aan zijn opmars begon, verloren de iteratieve technieken snel aan populariteit, vooral ook omdat de te behalen nauwkeurigheid dubieus leek. Men heeft heel lang in de verwachting geleefd dat varianten van het klassieke eliminatie van onbekenden proces, samen met de snel toenemende rekensnelheden, op den duur toereikend zouden zijn voor relevante toepassingen. Pas in de laatste jaren is die verwachting onhoudbaar gebleken.



Ondertussen had het nadenken over iteratieve methoden niet stil gestaan. Gaandeweg was men gaan voortborduren op een door de Russische geleerde Krylov in 1931 voorgestelde methode om slimme iteratieve processen te construeren. Lanczos maakte op basis daarvan in 1952 een grote stap voorwaarts door het iteratieve zoekproces beter te structureren zodat de afwijkingen in opeenvolgende benaderingen voor de oplossing onderling loodrecht waren.

Dat leidde tot zogenaamde optimale iteratieve processen. In de vroege elektronische rekenpraktijk bleek dat alras een illusie. Dat kwam doordat een computer niet exact kan rekenen. Uiterst kleine, maar niet te vermijden, rekenfoutjes bleken snel catastrofale effecten te kunnen hebben.

Pas rond 1975 werd duidelijk hoe men de methoden van Krylov en Lanczos moest inrichten zodat ze ook in eindige rekenprecisie konden concurreren met slim ingerichte eliminatieschema's. In eerste instantie leek het succes slechts weggelegd voor bepaalde symmetrische stelsels vergelijkingen, maar sinds de jaren tachtig kunnen we nu ook veel niet-symmetrische problemen efficiënt iteratief oplossen. Bi-CGSTAB (1992) is inmiddels een van de meest efficiënte methoden voor tal van relevante problemen.

De niet-symmetrische stelsels die we daarmee kunnen oplossen komen voort uit tal van wetenschappelijke en technische problemen: turbulentie rond vliegtuigvleugels, het stromingsgedrag van oceanen, olieveld simulaties, sterkteberekeningen van draagraketten, gedrag van elektrische circuits, maar ook bij thermoregulatie van te vroeg geboren kinderen. Men kan veel van dat soort problemen nu oplossen in slechts een kleine fractie van de tijd die men anders nodig zou hebben voor de klassieke eliminatie methoden.

THERMOREGULATION OF INFANTS

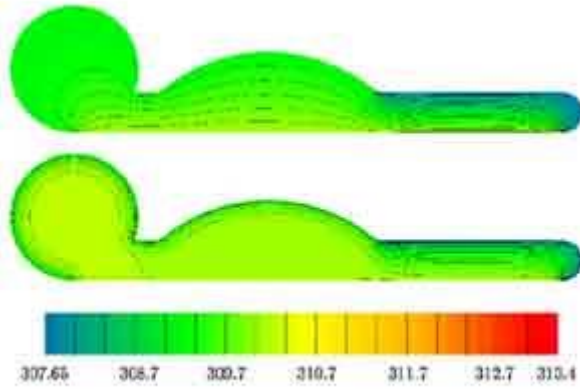


FIG. 5. Temperature distribution for the test case 1 with $f = 0$ (the top figure).

Overige activiteiten

De Nationale Wiskunde Dagen zijn in belangrijke mate bedoeld als ontmoetingsplaats. De koffie-, thee- en lunchpauzes bieden u de gelegenheid van gedachten te wisselen met collega's. Het Leeuwenhorst Congres Centrum biedt bovendien voldoende rustige hoekjes om u terug te trekken om samen met collega's over de wiskunde en het wiskundeonderwijs te praten. Maar, zoals u hieronder kunt lezen, er is meer te doen in de wandelgangen.

Informatiemarkt

Op de informatiemarkt in B2/4 kunt u stands vinden van organisaties, instellingen en instituten die zich op een of andere wijze met wiskunde of wiskundeonderwijs bezighouden.

U treft er stands aan van:

- Algemeen Pedagogisch Studiecentrum
- Casio/Sanford Rotring Benelux BV
- Deadulus
- Educatieve Partners Nederland
- Epsilon Uitgaven
- Freudenthal Instituut
- Lekopro
- Midas adviesbureau/HP
- Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren
- PMOT
- Pythagoras
- Texas Instruments
- Thieme uitgeverij
- TU Delft/TA
- Vierkant
- Visiria
- Wolters-Noordhoff

De openingstijden van de informatiemarkt zijn:

vrijdag 10.00 - 11.00 uur
12.00 - 14.45 uur
15.30 - 18.00 uur
19.30 - 20.30 uur

zaterdag 8.30 - 11.45 uur

Brainstorm voor vmbo docenten

De NWD is bedoeld voor alle wiskundeleraren die les geven aan leerlingen van 12 tot 18 jaar, van ieder schooltype. In de praktijk blijkt echter dat de NWD minder te bieden heeft aan docenten die lesgeven in het vmbo. Het komend jaar willen we daar verandering in brengen, door een speciale themalijn voor vmbo docenten in het programma op te nemen. Wij hopen met deze brainstorm bijeenkomst een goede start te kunnen maken voor deze nieuwe ontwikkelingen.

Alle vmbo docenten zijn van harte uitgenodigd om mee te denken over de invulling van deze speciale vmbo themalijn.

Aanvang 17.15 uur (30 minuten).

Videofilm Paul Erdős

Onlangs zond de VPRO in het programma Noorderlicht, op 2 en 3 januari 2001 een interessante documentaire uit over de beroemde Hongaarse wiskundige Paul Erdős. Mocht u deze uitzending

gemist hebben of de documentaire nog eens willen zien dan bent u welkom in de Rotonde.
Aanvang 17.15 uur (duur 25 minuten).

Paul Erdos: een portret.

De documentaire is via Real Player op internet te bekijken,
zie <http://www.vpro.nl/programma/noorderlicht/index.shtml>

Een lezenswaardig boek over Erdos is
"De man die van getallen hield." van Paul Hoffman. Bert Bakker, Amsterdam, 1999. ISBN 90 351 2047
7. Besproken door Hans Krabbendam in de Nieuwe Wiskrant 18(4), juni 1999.

Interessante links:

<http://www.paulerdos.com/0.html>

<http://www.oakland.edu/~grossman/erdoshp.html>

Software-demonstraties meetkunde en algebra

Regelmatig verschijnt nieuwe software op de markt die geschikt is voor gebruik in de wiskundeles. Om u van de recente ontwikkelingen op de hoogte te stellen, wordt er op de vrijdagavond een software-demonstratie georganiseerd. Het doel hiervan is dat u zich snel een globaal beeld kunt vormen van de mogelijkheden van de nieuwste producten en van de huidige trends.

De demonstraties vinden plaats in twee parallelle sessies, een over meetkunde software en een over algebra software. Bij de meetkunde demonstraties komen de volgende pakketten aan de orde: Doorzien voor Windows, 3D Meetkunde van uitgeverij Visiria en het nieuwe Vlaamse programma Cavalieri. Eenzelfde probleem wordt met de verschillende programma's behandeld. Daarnaast worden de specifieke mogelijkheden van elk van de pakketten belicht. Zaalvoorzitter is Michiel Doorman.

In de algebra-sessie worden computer algebra programma's gedemonstreerd die ook mogelijkheden bieden voor tekstverwerking en voor het digitaal aanbieden van lesmateriaal. Achtereenvolgens passeren de pakketten Studyworks van Math Soft, Scientific Notebook van MacKichan en TI-InterActive de revue. Net als bij meetkunde wordt uitgegaan van een centrale opgave. De zaalvoorzitter is Paul Drijvers.

Aanvang 21.30 uur (duur 45 minuten).

Muziek en funrun

Meer dan muziek alleen...

Deze avond bestaat het muziekprogramma uit twee delen. Het eerste deel wordt verzorgd door Irma Schippers, oprichtster van de North Hill Country Dancers. Zij geeft met haar groep een demonstratie linedancing en een proefles.



Huiswerk?

Heel: Draai op de ballen van je voeten je hakken naar buiten, draai op de ballen van je voeten je hakken terug.

Toe: Draai op de hakken je tenen naar buiten, draai op de hakken je tenen terug.



Jazzbox: Rechtervoet kruis voor linkervoet en zet neer, linkervoet plaats recht achter rechtervoet, rechtervoet rechts opzij, linkervoet sluit aan.

Shuffle: Drie pasjes in twee tellen: links en links, rechts en rechts.

Daarna neemt de groep Windfall het over, maar we blijven in de sfeer van de avond: countrymuziek met af en toe een knipoog naar de jaren 60. Windfall is vanwege het brede repertoire van moderne countrymusic voor veel countryclubs en country linedancers een graag geziene gast in Nederland zowel als in België.



De groep bestaat uit: Linda de Jong, Rob Wilbrink, John Rotscheid, David Soekana, Marco Waverveld Philip van Poecke en Harrie Brekelmans

Funrun

Een vast onderdeel van de Nationale Wiskunde Dagen is de funrun op zaterdagochtend. We lopen weer het bekende rondje van precies 6 km. De snelste tijd in 2000 was 23,05 en werd gelopen door de broers Marcel en Richard van de Wege. Carine van de Noort liep de snelste tijd bij de vrouwen: 29,20.

De start is stipt om 7.00 uur in de morgen.

Deelname is gratis en als beloning ligt er een prachtig T-shirt voor u bij de finish te wachten. Voor de snelste dame en de snelste heer is er een echte beker. Er is geen tijdslimiet, maar u wordt vriendelijk verzocht vóór de eerste lezingen terug te zijn. Wandelen mag trouwens ook, maar dan adviseren we u het halve rondje van 3 km te doen, dan wel eerder te vertrekken. U kunt de funrun ook skeeleren.

