

Werkblad “De laatste stelling van Fermat en 90’s now” – NWD april 2024, V. Karemaker

1. Waarom vraagt de laatste stelling van Fermat om...
... $n > 2$? Wat gebeurt er voor $n=1$ en $n=2$?

... positieve getallen? Wat gebeurt er met negatieve?

... gehele getallen? Wat gebeurt er met breuken?

2. Wat moeten we doen om een punt P op een elliptische kromme bij zichzelf op te tellen?
Met andere woorden, hoe ziet het meetkundige plaatje eruit als $P = Q$?

3. Bekijk de vier niet-nul restklassen 1, 2, 3, 4 modulo 5. Bepaal voor elk van deze restklassen wat hun multiplicatieve inverse is, dat wil zeggen, vind voor elke a een b zodat $a \cdot b = 1 \pmod{5}$.

4. Stel dat n geen priemgetal is, bijvoorbeeld $n = 4$. Laat zien dat er een restklasse modulo 4 bestaat die geen multiplicatieve inverse heeft.

5. Bekijk de matrices S en T . Wat zijn $S.z$ en $T.z$ voor een z in het complexe bovenhalfvlak?
Bonus: laat zien dat $S^4 = \text{Id}$ en $(ST)^3 = S^2$. (Dit zijn de enige relaties op $SL_2(\mathbb{Z})$.)

6. Gebruik de matrix T om te laten zien dat voor een modulaire vorm geldt dat $f(z) = f(z+1)$.
Welke eigenschap geeft de matrix S ?