



Utrecht University



# Diep in de problemen zitten...

**Rogier Bos & Paul Drijvers**

Freudenthal Instituut  
Universiteit Utrecht

02-02-2019

Hogeschool Utrecht



# Doelen van deze werkgroep

- Probleemoplossen ervaren
- Probleemoplossen observeren
- Heuristieken leren kennen voor probleemoplossen in de klas

# Planning

- Zelf een probleem aanpakken
- Theorie over probleemaanpak en wiskundig denken
- Observatie van probleemaanpak
- Observatie-oefening
- Terugblik op oefening
- Tips voor in de praktijk
- Afsluiting

# Instructie probleem oplossen

- Wissel als je het probleem al kent
- Werk samen in groepjes van 3 (of 4)
- 10 minuten
- Snel klaar: probeer een van de andere problemen of beschrijf welke stappen een leerling zou moeten doorlopen om het probleem op te lossen

# Planning

- Zelf een probleem aanpakken
- Theorie over probleemaanpak en wiskundig denken
- Observatie van probleemaanpak
- Observatie-oefening
- Terugblik op oefening
- Tips voor in de praktijk
- Afsluiting

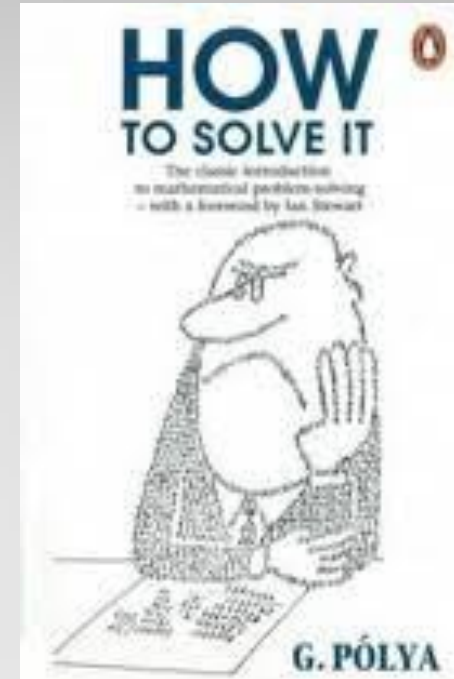
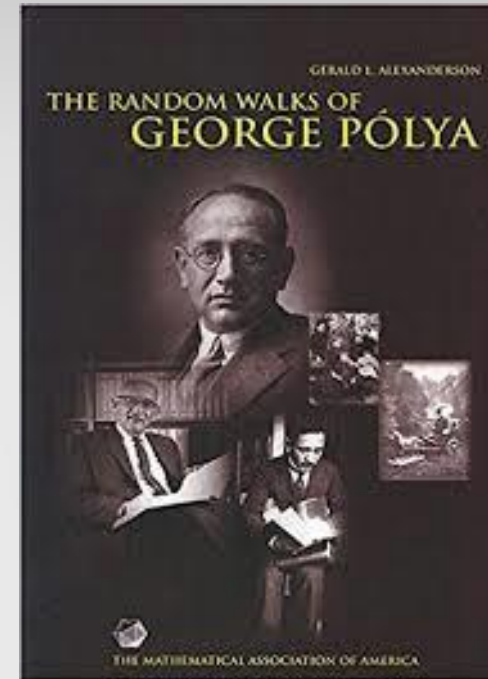
# Wiskundig denken als doel

George Pólya (1963):

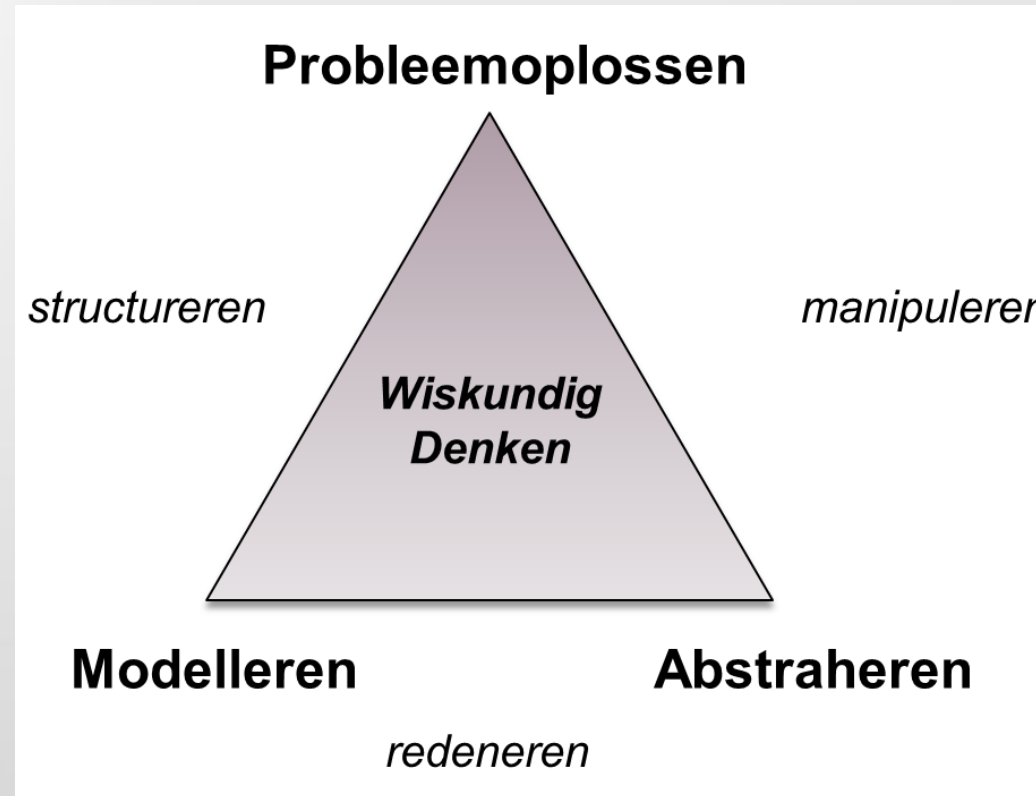
*... first and foremost, **it** should teach those young people to THINK.*

Thomas Watson (1911):

*The trouble with every one of us is that we don't think enough. We don't get paid for working with our feet — we get paid for working with our heads.*



# Wiskundig denken -> probleemoplossen



# Wiskundige denkactiviteit volgens cTWO (2007, 2013)

# 4

## Standpunt 4

Kernconcepten in het wiskundeonderwijs van havo en vwo zijn getal, formule, functie, verandering, ruimte en toeval. Centrale denkactiviteiten zijn modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren en bewijzen. Deze kernconcepten, denkactiviteiten en de bijbehorende vaardigheden moeten als lange leerlijnen door het gehele programma van havo-vwo lopen.

# Aspecten van probleemoplossen

Alan H. Schoenfeld in *Mathematical problem solving* (1985):

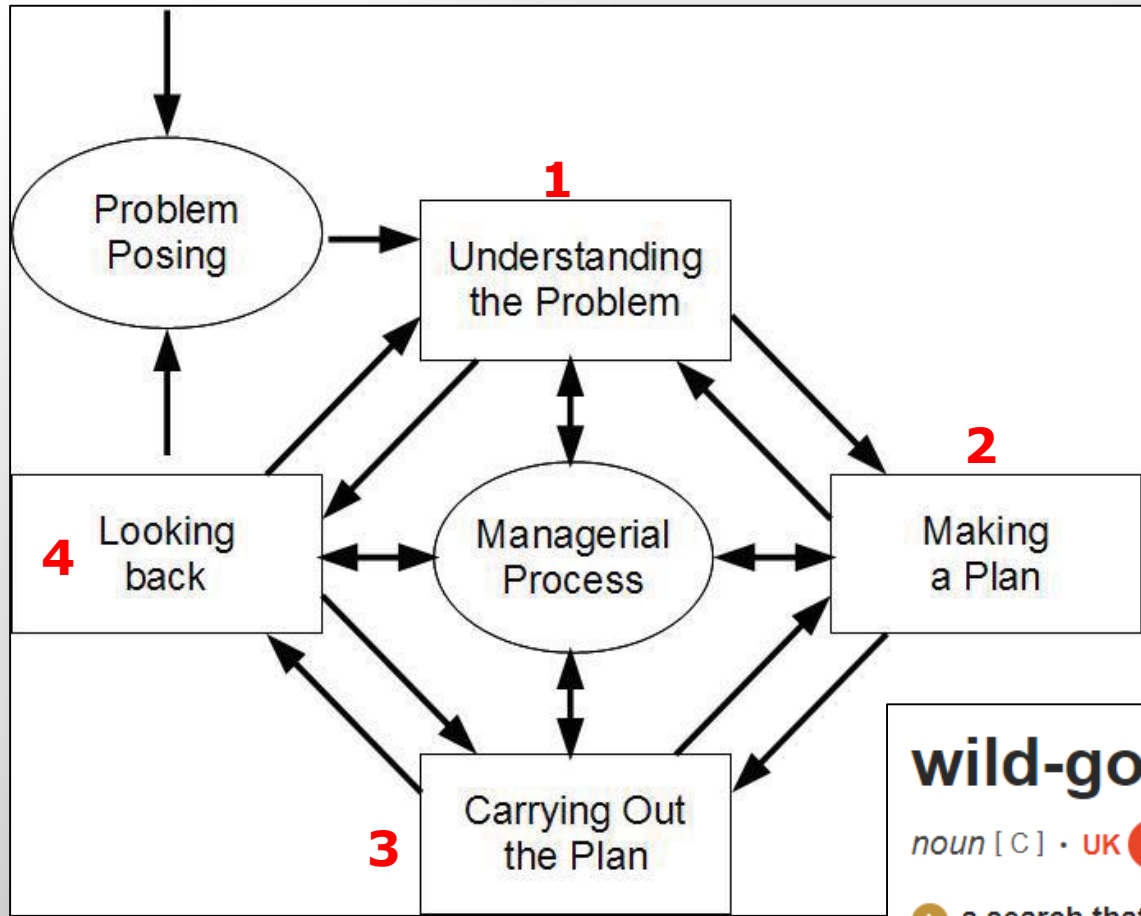
- Bronnen: routinematig toegang tot betrouwbare voorkennis
- Zelfregulatie: managen van het proces
- Heuristieken: methoden en principes voor aanpak
- Zelfbeeld: geloof dat je het kan



Onder de aandacht vandaag



# Model voor probleemoplossen: zelfregulatie

...en/of je groepje



**wild-goose chase**  
*noun* [ C ] • UK  /,waɪld'guːs ˌtʃeɪs/ US  /,waɪld'guːs ˌtʃeɪs/ INFORMAL

★ a search that is completely unsuccessful and a waste of time because the person or thing being searched for does not exist or is somewhere else:

*After two hours spent wandering in the snow, I realized we were **on** a wild goose chase.*

Ondersteun op een **cognitief hoger niveau**

-> met **heuristieken**

- Procesheuristieken
- Specifiek wiskundige heuristieken









# Specifiek wiskundige heuristieken

- Teken hulplijnen. Laat een loodlijn neer.
- Introduceer een variabele voor de onbekende
- Ontbind  $a^2 - b^2$  als  $(a - b)(a + b)$
- Zoek gelijkvormige driehoeken (figuren). Zoek de koordenvierhoek
- ...

# Planning

- Zelf een probleem aanpakken
- Theorie over probleemaanpak en wiskundig denken
- Observatie van probleemaanpak
- Observatie-oefening
- Terugblik op oefening
- Tips voor in de praktijk
- Afsluiting

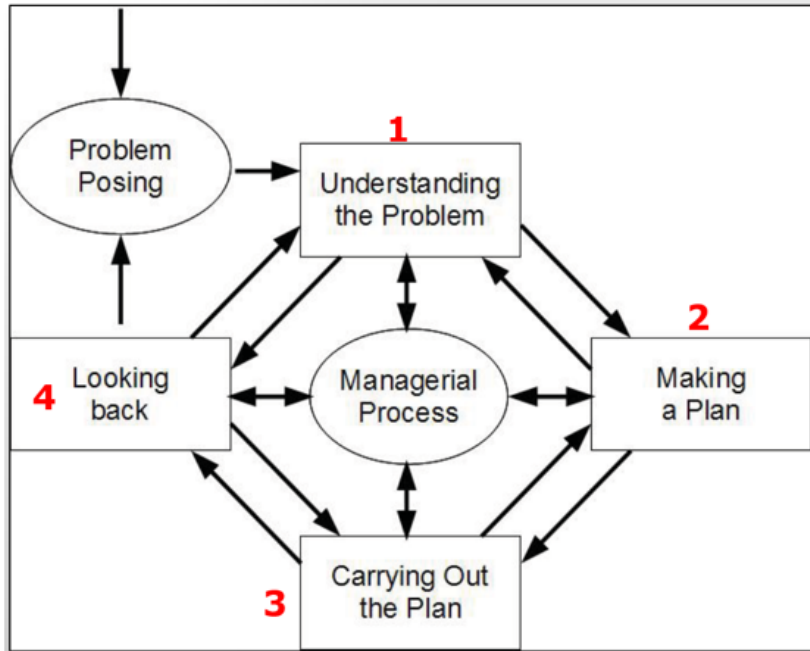
# Uitleg observatieformulier

## Observatieformulier Probleemoplossen

Rogier Bos & Paul Drijvers, NWD2019

Probeer tijdens de observatie minstens een van de twee te doen, en idealiter beide:

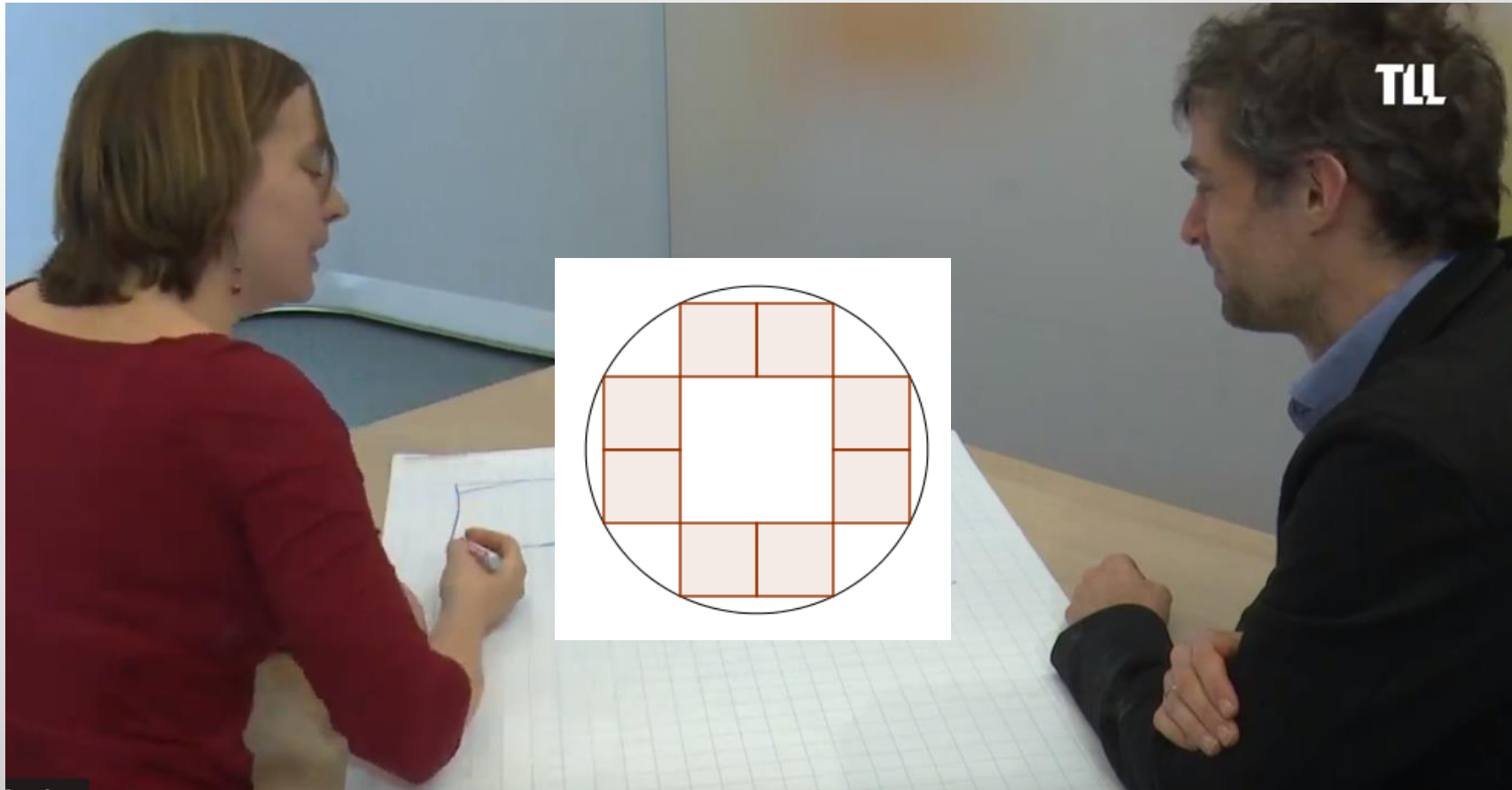
1. Door middel van pijlen aangeven hoe de route loopt door de fasen van het model van Wilson, Fernandez, & Hadaway (1993), dus hoe de volgende vier aspecten achtereenvolgens aan de orde komen:
  1. Het probleem begrijpen
  2. Een plan maken
  3. Een plan uitvoeren
  4. Terugkijken



2. Benoem in de tabel hieronder de achtereenvolgende fasen en probeer aan te geven welke heuristieken zijn gebruikt.

Tijdstip?	Fase?	Heuristieken?

# Instructie video observatie



# Planning

- Zelf een probleem aanpakken
- Theorie over probleemaanpak en wiskundig denken
- Observatie van probleemaanpak
- Observatie-oefening
- Terugblik op oefening
- Tips voor in de praktijk
- Afsluiting

# Instructie observatieopdracht

- Vorm groepjes van vier zodat je samen bent met een iemand die aan hetzelfde probleem heeft gewerkt en twee die aan een ander probleem hebben gewerkt.
- Doe de observatie met een in leerlingrol en een in docentrol en twee in observatierol
- 20 minuten
- Snel klaar: doe het probleem van het andere tweetal

# Planning

- Zelf een probleem aanpakken
- Theorie over probleemaanpak en wiskundig denken
- Observatie van probleemaanpak
- Observatie-oefening
- Terugblik op oefening
- Tips voor in de praktijk
- Afsluiting

# Terugblik

- ? Helpt het model en het denken aan heuristieken?
- ? Kun je de vinger leggen op wat er precies gebeurt?
- ...

# Planning

- Zelf een probleem aanpakken
- Theorie over probleemaanpak en wiskundig denken
- Observatie van probleemaanpak
- Observatie-oefening
- Terugblik op oefening
- Tips voor in de praktijk
- Afsluiting

# Hoe doe je dit in de praktijk?

Handvatten voor aanpak in de klas:

- Kies “low floor–high ceiling” opgaven
- Kies opgaven dicht bij curriculum (variant op opgave boek)
- Laat leerlingen zelf een opgave bedenken
- Begin met de eindvraag
- Keer vraag en antwoord om
- Bespreek de cyclus met leerlingen

# Planning

- Zelf een probleem aanpakken
- Theorie over probleemaanpak en wiskundig denken
- Observatie van probleemaanpak
- Observatie-oefening
- Terugblik op oefening
- Tips voor in de praktijk
- Afsluiting

# Afsluiting

Om mee te nemen:

- Een model voor probleemoplossen
- Een paar voorbeeldopgaven
- Het idee van heuristieken



Utrecht University



***Dank voor jullie aandacht!***

**Rogier Bos & Paul Drijvers**

Freudenthal Instituut  
Universiteit Utrecht



Hogeschool Utrecht

02-02-2019









