



Curriculumvernieuwing: back to the future

MICHEL DOORMAN EN ROGIER BOS | FREUDENTHAL INSTITUUT, UNIVERSITEIT UTRECHT

M.DOORMAN@UU.NL & R.D.BOS@UU.NL

De nabije toekomst en dan het verleden

- ▶ Vooruitblik: huidige curriculumvernieuwing
- ▶ Terugblik: vernieuwing van 30 jaar terug
- ▶ Een vergelijking van de ontwikkelingen: looking back to the future

Knelpunten huidig curriculum

- ▶ De kleine aantallen leerlingen bij wiskunde C en bij wiskunde D
- ▶ De hoeveelheid beschikbare tijd (overladenheid)
- ▶ Het ontbreken van statistiek in wiskunde B
- ▶ Het ontbreken van een verplicht wiskundevak bij het profiel C&M op de havo
- ▶ De algemeen vormende functie van wiskunde in de bovenbouw
- ▶ De zak-slaag regeling (slaag-zakregeling) waar wiskunde deel van uitmaakt
- ▶ Wiskunde A dat zowel het profiel N&G als het profiel N&T bedient
- ▶ De kleine aantallen leerlingen op de havo bij wiskunde B

Vakvernieuwing 2024

Acht nieuwe vakken

	Havo	Vwo
C&M	M(aatschappij)	M
E&M	M+	M+
N&G	N(atuur)	N
N&T	N+	N+

M \subset M+
N \subset N+

Omvang in SLU's

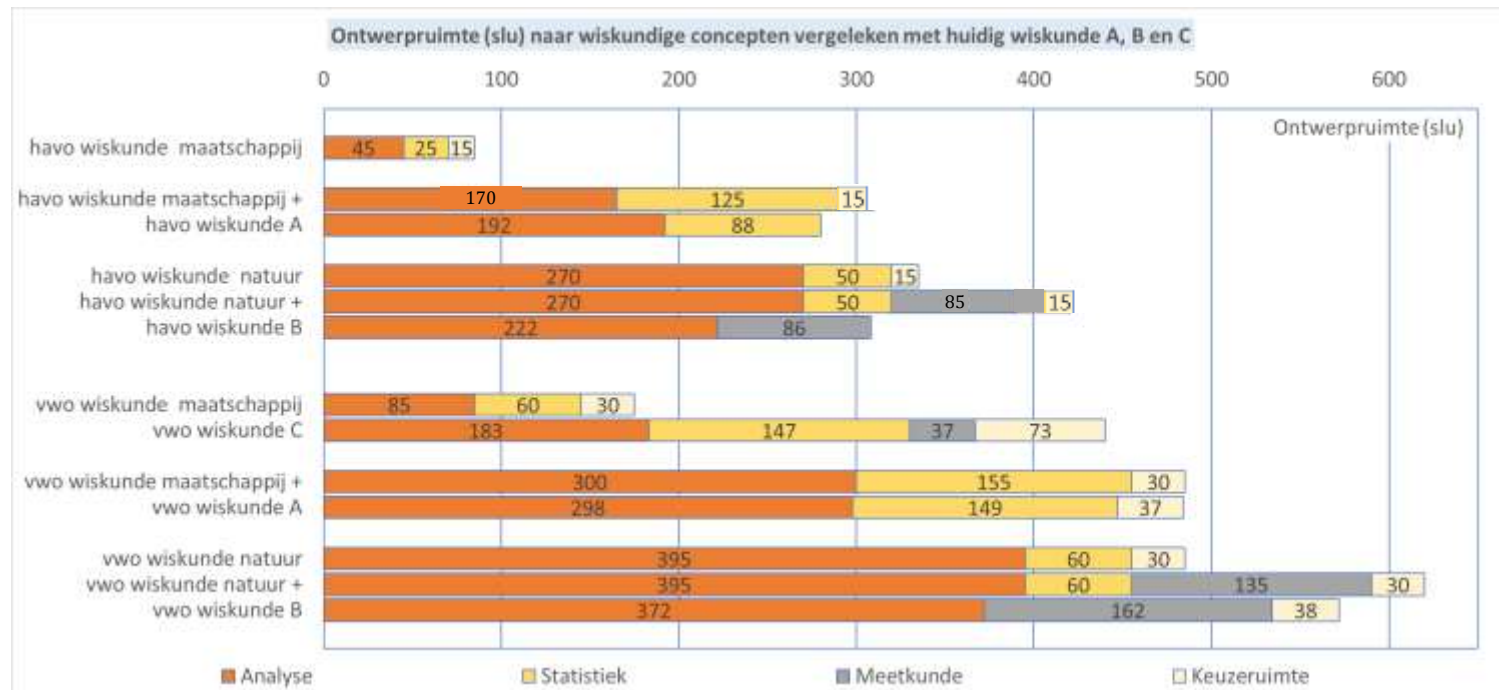
	Huidig			Concept			
	Wis C	Wis A	Wis B	M	M+	N	N+
Havo							
Totaal SLU (zie opm. 1)		280	308	84 ▲	308 ▲	336 ▲	420 ▲
Percentage ontwerpruimte (opm. 2)		10%	11%	3%	11%	12%	15%
Vwo							
Totaal SLU	440	484	572	176 ▼	484 ▷	484 ▼	616 ▲
Percentage ontwerpruimte	10%	11%	13%	4%	11%	11%	14%

Of ▼... Blijft er een keuzevak Wiskunde bestaan (zoals Wiskunde D)?

Programma niet vastgesteld



Concepten



Domeinen en subdomeinen

Domeinen	Subdomeinen
A. Wiskundige concepten	A1. Getallen en variabelen A2. Data en kans A3. Verbanden A4. Verandering A5. Vorm en ruimte A6. Keuzeruimte
B. Wiskundige activiteiten	B1. Onderzoeken met modellen B2. Redeneren en bewijzen B3. Wiskundig probleemaanpakken
C. Wiskunde en de wereld	C1. Formuleren en representeren C2. Wiskundige oriëntatie

Activiteiten hebben eigen domein en subdomeinen

Grootste wijzigingen concepten

- ▶ Statistiek bij havo en vwo Natuur
- ▶ Meetkunde geheel in havo en vwo Natuur+ (op het vwo iets kleiner)
- ▶ Differentiaalvergelijkingen bij vwo Natuur

Modelleren

25. De leerling werkt met gegeven modellen.

Het gaat hierbij om:

1. vergelijken van bestaande modellen;
2. kritisch bekijken van bruikbaarheid van modelresultaten;
3. evalueren van aansluiting bij probleemsituaties;
4. kritisch beschouwen van aannames;
5. aanpassen van modellen.

Profielspecifieke invulling: bv. vectoren als krachten bij N+, recursieve macro-economische modellen bij M+

26. De leerling werkt volgens een modelleercyclus.

Het gaat hierbij om:

1. maken van een conceptueel model bij een probleemsituatie;
2. mathematiseren van een conceptueel model tot een wiskundig model;
3. rekenen en redeneren met wiskundige modellen;
4. interpreteren van de uitkomsten van wiskundig modellen.
5. aanpassen van wiskundig modellen vanuit resultaten.

Probleemaanpakken

34. De leerling geeft vorm aan het proces van aanpak van niet-routine problemen waarbij wiskunde een rol speelt.

Het gaat hierbij om:

1. werken aan niet-routine problemen;
2. gebruiken van de fasen van het proces van probleemaanpak: oriëntatie, planning, uitvoering en afronding;
3. samenwerken en taken verdelen;
4. effectief hulp vragen en gebruik maken van bronnen.

35. De leerling ontwikkelt een abstract perspectief op wiskundige concepten en technieken om deze op heuristische wijzen in te zetten bij de aanpak van niet-routine problemen.

Het gaat hierbij om:

1. wiskundige technieken zien als algoritme, waarbij de aandacht verschuift naar globale eigenschappen van het algoritme, zoals toepasbaarheid;
2. combineren van verschillende concepten en technieken;
3. toepassen van concepten uit de inhoudsdomeinen;

De nabije toekomst en dan het verleden

- ▶ Vooruitblik: huidige curriculumvernieuwing
- ▶ Terugblik: vernieuwing van 30 jaar terug
- ▶ Een vergelijking van de ontwikkelingen: looking back to the future

Modelleren en probleemaanpak

- ▶ Lukt het om die zo een volwaardige plek in het curriculum te geven?
- ▶ Hoe ging dat 30 jaar geleden?

30 jaar geleden: W12-16

Nieuwe onderwerpen:

▶ **Kijkmeetkunde**

- ▶ “De ruimte wordt onderzocht aan de hand van dagelijkse ervaringen en eenvoudige experimenten. De leerlingen maken kennis met het verband tussen kijken en rechte lijnen.” (Trajectenboek, p.8)

▶ **Grafen & matrices (kaart, graaf en tabel)**

- ▶ “Leren lezen van informatie die in allerlei vormen wordt gerepresenteerd en het combineren van informatie uit verschillende bronnen. Grafen worden gebruikt als hulpmiddel om een structuur zichtbaar te maken.” (Trajectenboek, p. 19 & 111)

▶ Maar ook:

- ▶ Leerling-georiënteerde benadering van het curriculum (algebra en meetkunde)
- ▶ Informatieverwerking en statistiek vanwege maatschappelijke ontwikkelingen ('informatiemaatschappij' – Achtergronden W1216, band 2, p. 173)
- ▶ Aandacht voor probleem oplossen en modelleren (ihb met GWA's en Grafen & matrices)

Nu: meetkunde in context om te laten zien HOE

Meetkunde als voorbeeld

Wim Groen
 (1937-2007)
 w.groen@math.uva.nl

Ed de Moor
 (1937-2007)
 e.d.moor@math.uva.nl

Geschiedenis

Meetkunde, stiefkind van het wiskundeonderwijs (1970–1990)

De twee eerste artikelen in dit boek over meetkundeonderwijs zijn de lezingen van de Marianne Groenman (1990) en de voorafgaande (1990) van de Marianne Groenman (1990). Het is de Maas Groenman die in dit boek de context van de meetkundeonderwijs in de jaren zeventig en tachtig beschrijft. Het is de Maas Groenman die in dit boek de context van de meetkundeonderwijs in de jaren zeventig en tachtig beschrijft. Het is de Maas Groenman die in dit boek de context van de meetkundeonderwijs in de jaren zeventig en tachtig beschrijft.

A las Kachib

In de jaren zeventig en tachtig was de meetkunde in het wiskundeonderwijs een stiefkind. Het werd vaak gezien als een verzameling van losse feiten die niet samenhangden met de andere delen van de wiskunde. Dit veranderde in de jaren negentig en tachtig. De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde. Dit veranderde in de jaren negentig en tachtig. De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde.



Ed de Moor in zijn klas (1970-1990)

Ed de Moor
 (1937-2007)
 e.d.moor@math.uva.nl

Wim Groen
 (1937-2007)
 w.groen@math.uva.nl

Geschiedenis

Kijkmeetkunde, een ander uitgangspunt (1970–1980)

In het jaarboek van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeonderzoekers (1970-1980) wordt de context van de meetkundeonderwijs in de jaren zeventig en tachtig beschrijft. Het is de Maas Groenman die in dit boek de context van de meetkundeonderwijs in de jaren zeventig en tachtig beschrijft.

De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde. Dit veranderde in de jaren negentig en tachtig. De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde. Dit veranderde in de jaren negentig en tachtig. De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde.

De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde. Dit veranderde in de jaren negentig en tachtig. De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde.

De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde. Dit veranderde in de jaren negentig en tachtig. De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde.

Wim Groen
 (1937-2007)
 w.groen@math.uva.nl

Ed de Moor
 (1937-2007)
 e.d.moor@math.uva.nl

Geschiedenis

Meetkundeonderwijs tussen 1990 en 2007

In artikel 11 het laatste deel van een artikel over de geschiedenis van het meetkundeonderwijs. Het is de Maas Groenman die in dit boek de context van de meetkundeonderwijs in de jaren zeventig en tachtig beschrijft.

De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde. Dit veranderde in de jaren negentig en tachtig. De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde.

De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde. Dit veranderde in de jaren negentig en tachtig. De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde.

De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde. Dit veranderde in de jaren negentig en tachtig. De meetkunde werd nu gezien als een belangrijk onderdeel van de wiskunde.



Ed de Moor in zijn klas (1970-1990)

Freudenthal over meetkunde

- ▶ Apart from some applications of the Pythagorean theorem, **the criterion of use** entirely failed in geometry (Freudenthal, 1973)
- ▶ Geometry should start with observing phenomena, making a model or a drawing with geometrical means, and reasoning about these means

“Geometry is grasping space (...) that space in which the child lives, breathes and moves. The space that the child must learn to know explore, conquer, in order to live, breathe and move better in it.”

Tijdsgeest

- ▶ **Friedrich Fröbel** (1782–1852)
- ▶ **Maria Montessori** (1870–1952)
- ▶ **Dieke van Hiele-Geldof & Pierre van Hiele** (beide PhD in 1957)
- ▶ **Tatyana Ehrenfest** (1876-1964)
- ▶ **Ontwikkelingsgerichte curricula: mathematiseren als uitgangspunt <> het overdragen van een systeem**

Henk Mertens

Waar is de ruimtemeekunde gebleven?!

Na 22 jaar afwezigheid uit het wiskundeonderwijs stuitte ik bij mijn 'comeback' op de verdwijning van veel onderwerpen uit wiskunde A en B. Het meest opvallend: de ruimtemeekunde bij wwo wiskunde B. Wie eigentijds onderwijs wil, moet zo nu en dan het programma aanpassen. Er rijst echter de vraag of elke wijziging ook een verbetering is. Is mijn gemis van de ruimtemeekunde slechts nostalgie naar de jaren '90 of is met de afschaffing ervan het spreekwoordelijke kind met het badwater weggegooid?

A en B in de jaren '90 en 2023: een vergelijking

Wie wiskunde A en B eind jaren '90 vergelijkt met nu, ziet dat veel geschikt of tot keuzeonderwerp gekurd is. Bij A: grafentheorie, overgangsmatrices, lineair programmeren, trendbewegingen, het pool-rooster-diagram en de variantie. De ketting-, product-, en quotientregel.

(formuleblad) en $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$ hoeven niet meer gememoriseerd te worden en de stochast heet tegenwoordig 'toevalsvariabele'.

Bij B is verdwenen: functies met twee onafhankelijk, functieonderzoek, het functievoorschrift, differentiaalvergelijkingen, de substitutiemethode, partiele integreren (beide keuzeonderwerpen) en de ruimtemeekunde.

In de woorden van Shakespeare's Demetrius: 'Villain, what hast thou done!?'.

Tijdsgeest en het onderwijs

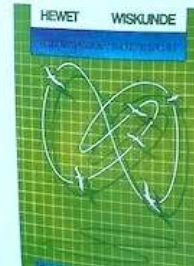
Vulgers Ernes!¹⁾ weerspiegelen ontologie en epistemologie van het onderwijs de ideologieën en bijbehorende paradigma's van een maatschappij. Hij ziet in Engeland een tweedeling tussen 'elites' en 'working class'. In het onderwijs duidt hij de weerspiegeling hiervan in 'publiek' en 'private scholen'.

De publieke scholen volgen de criteria van het GCSE (General Certificate of Secondary Education) die wordt aangepast aan de arbeidsmarkt met een nadruk op technologie en toepassingen. De privéscholen daarente maken een eigen curriculum. Zij volgen de grondslagen van het klassiek humanisme waarin waarde wordt geboden aan tradities, eruditie en specifiek voor de wiskunde: euclidische meetkunde en wiskunde zonder context.

Interessant is hoe het Nederlands wiskundeonderwijs paradigma-weerspiegeling laat zien en welke invloed heeft gehad op de ruimtemeekunde. In Nederland zie we vanaf de naoorlogse periode een sterke verschuiving in ideologie en paradigma's. In de jaren '80 en '90, de hoogtijdagen van de ruimtemeekunde, bevond Nederland zich volgens Verhaeghe²⁾ in de transitie van een sociaal-christelijke ideologie naar de huidige neoliberale.

Van sociaal-christelijk naar liberaal

In de sociaal-christelijke ideologie was er sprake van een verzuilde standenmaatschappij met een lage sociale mobiliteit. In het lager onderwijs doceerde de schoolmeester op positivistische wijze onder meer de memorisatie van alle hoofdsteden, de belangrijke jaartallen, de 80-jarige oorlog, hoofdrekene en schoonschrift.



Voorbeelden

(Goddijn, 1979)

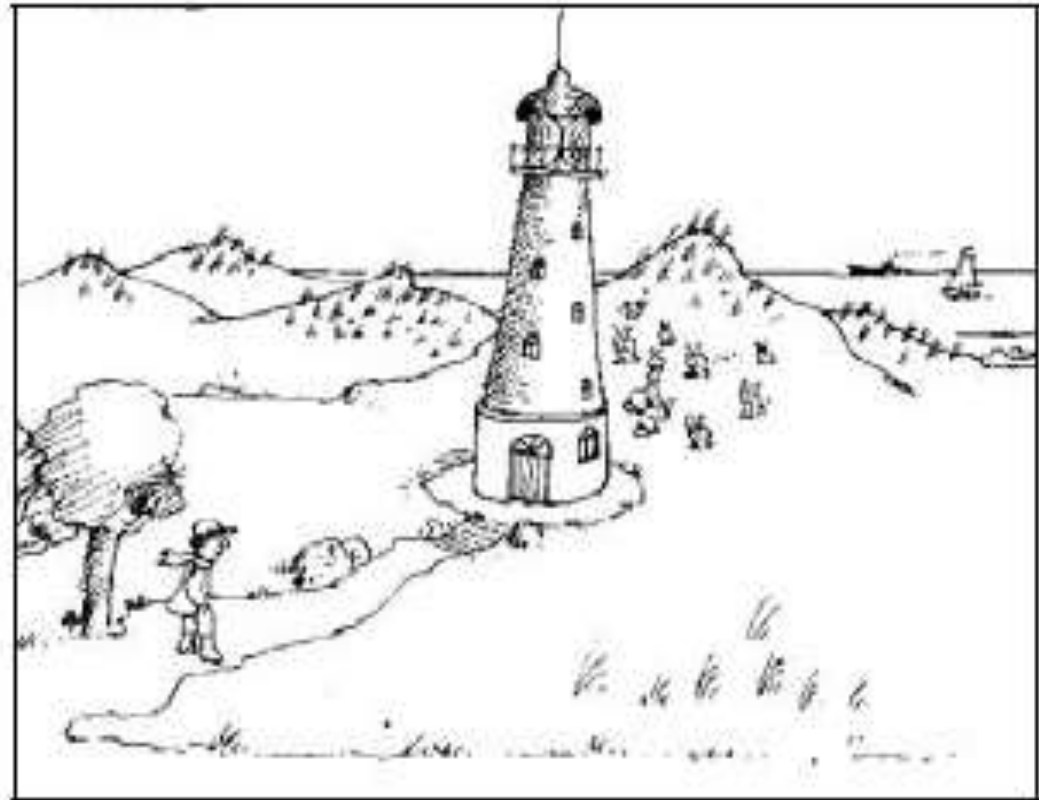
- ▶ Wat is hoger? Toren of brug?



Voorbeelden

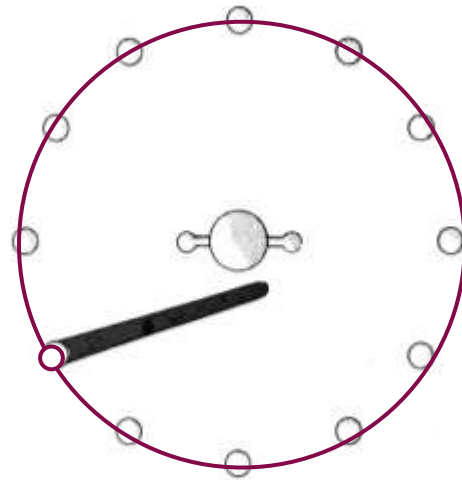
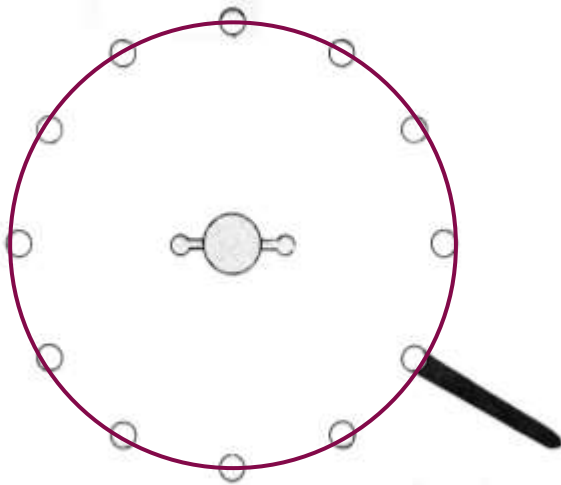
(Schoemaker, 1980)

► Ziet hij de konijnen?



Voorbeelden

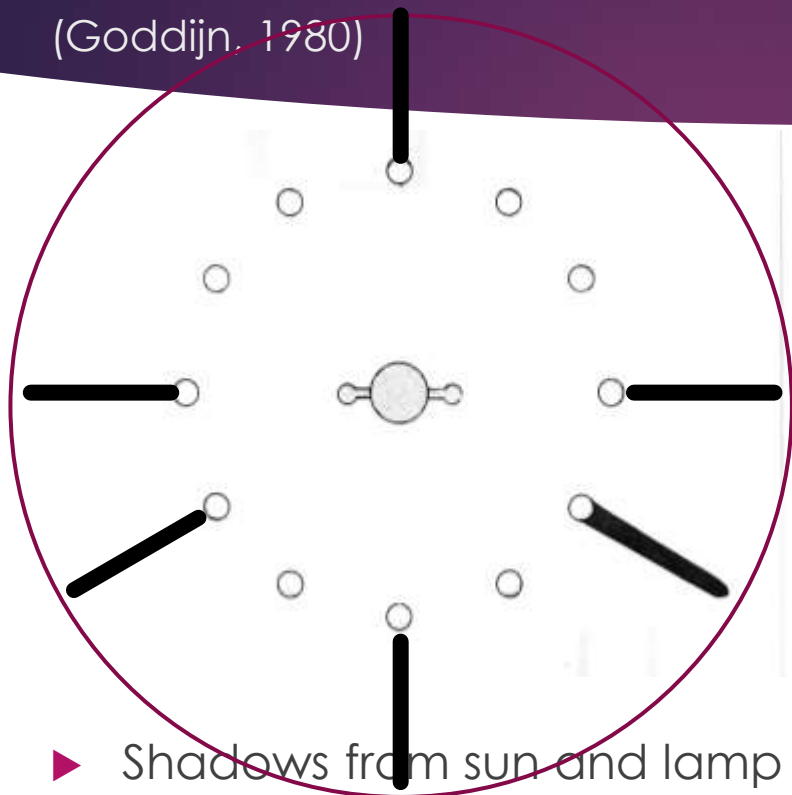
(Goddijn, 1980)



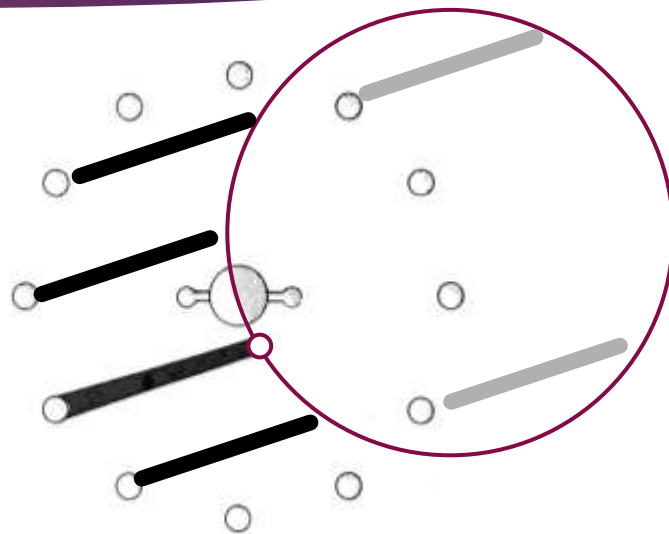
- Schaduw van lamp en zon

Voorbeelden

(Goddijn, 1980)



► Shadows from sun and lamp



Intended



Vision (rationale or basic philosophy underlying a curriculum)

Intentions as specified in curriculum (documents and/or materials)

Implemented



Curriculum as interpreted by its users (especially teachers)

Actual process of teaching and learning (also: curriculum-in-action)

Attained



Learning experiences as perceived by learners

Resulting learning outcomes of learners

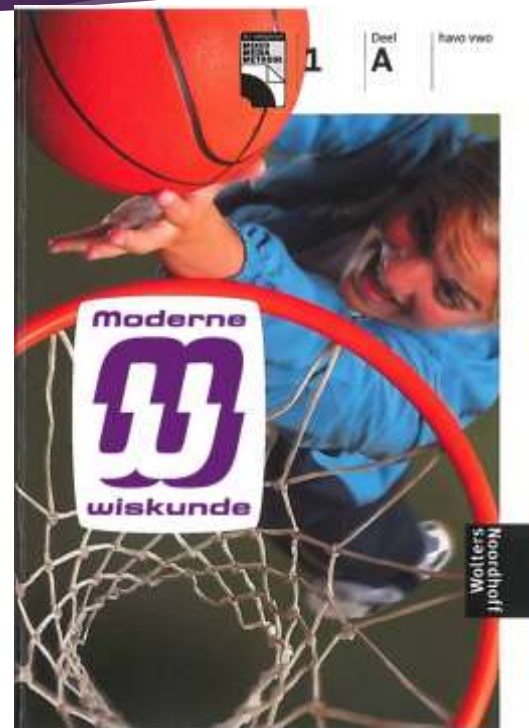
Goodlad, Van den Akker, Kulper

Nieuwe meetkunde en G&M in schoolboeken en examen

Schoolboeken: 1976 vs 2002



- ▶ Enkele voorbeelden die jullie dadelijk in groepjes kunnen bespreken



Schoolboeken: 1976 vs 2002

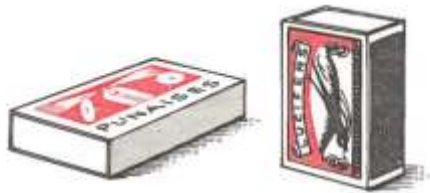


FIG. 1.1

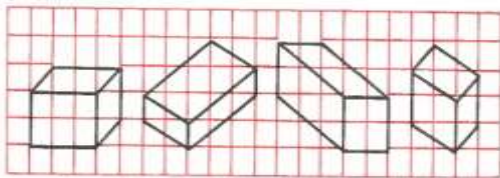
Een lucifershoutje waarvan de kop afgesneden is heeft deze vorm en een balk in een boerschuur ook. In de wiskunde wordt deze vorm *balk* genoemd.

balk
grensvlak

Elke balk heeft zes *grensvlakken*: het grondvlak (de onderkant), het bovenvlak, het voorvlak, het achtervlak, het linkerzijvlak en het rechterzijvlak.

rechthoek
ribbe

Elk grensvlak van een balk heeft de vorm van een *rechthoek*. De randen van de grensvlakken noemen we *ribben*.



(a)

(b)

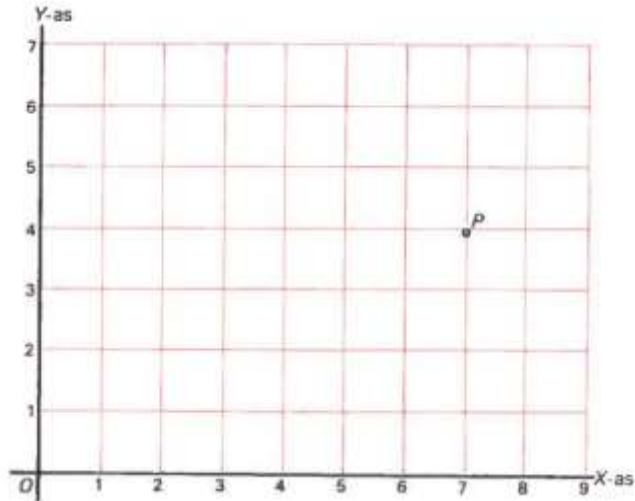
(c)

(d)



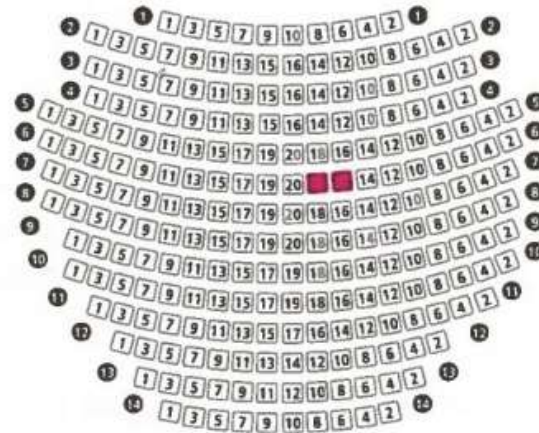
- Which objects can roll?
- What are the similarities and differences between the sides of each of the shapes?

Schoolboeken: 1976 vs 2002

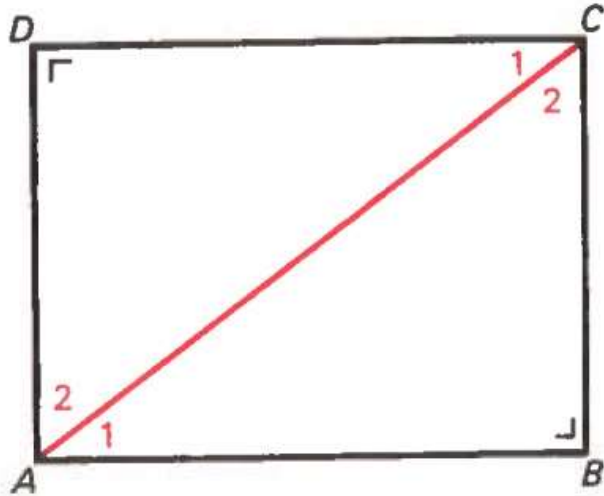


Wat zijn de coördinaten van P ?

Waar zit je?



Schoolboeken: 1976 vs 2002



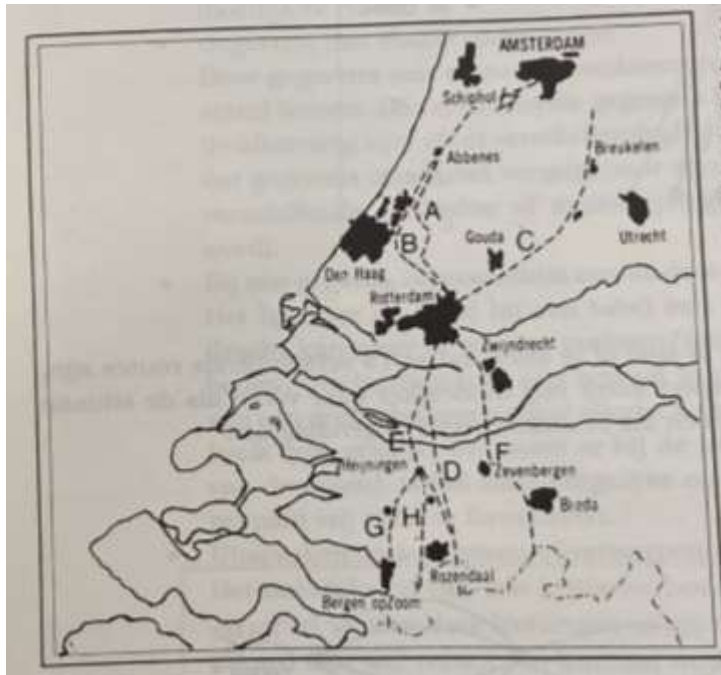
- Explain that triangles ABC and CDA are congruent.



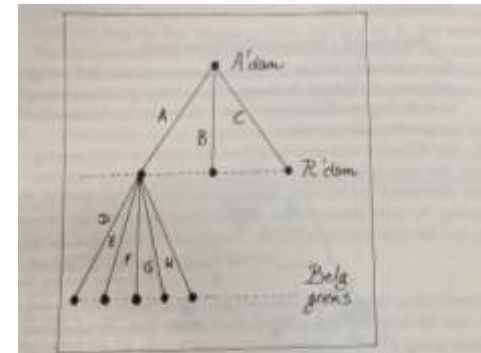
The girl who is sitting on a sofa is warning that the birds are in danger, but the boy does not understand her.

- Explain this.

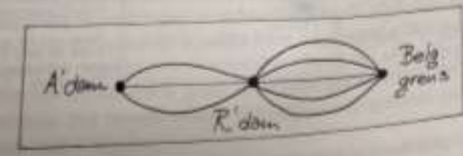
En Grafen & matrices?



Traces noordelijk deel:
 Trace A: Amsterdam, Schiphol, Hoofddorp, Abbenes, richting Leijderdorp, Leiden, Hazerswooude, Benthuizen, boven Hillegersberg naar Rotterdam.
 Trace B: volgt trace A tot Abbenes, daarna richting Voorschoten, Leidschendam, rechts van Voorburg naar Hillegersberg en Rotterdam.
 Trace C: is eigenlijk niet interessant omdat het Schiphol links laat liggen. Zal niet serieus meetellen. Loopt van Rotterdam, onder Gouda, naar Woerden, Harmelen, Breukelen.
 Traces zuidelijk deel:
 Trace D: Rotterdam, Willemspoortunnel, Heinoord, Hollands Diep, richting Stampersgat, Roosendaal.
 Trace E: Rotterdam, Heinoord, Hellegat, Heijningen, dan naar rechts bij Oud-Gastel, zie aansluiting D.
 Trace F: Rotterdam, Barendrecht, Zuivdrecht, Hollands Diep, Zevenbergen, Breda.
 Trace G: volgt trace E tot Heijningen, links naar Steenberg, Bergen op Zoom.
 Trace H: volgt trace E tot Heijningen, links van Stampersgat naar Roosendaal.



Uit het plaatje is snel af te lezen dat er 15 verschillende routes zijn. Het redeneraspect komt nog duidelijker naar voren als wordt weergegeven als in onderstaand wegendiaqram.

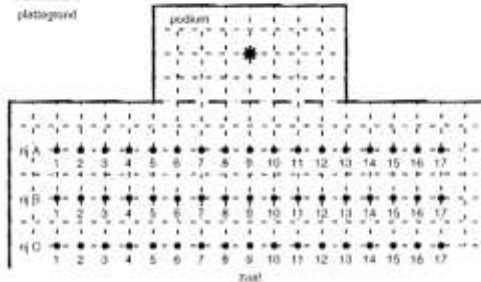


Examen: vmbo 1998

- Herken je probleem oplossen / modelleren?

Kijk op het podium (D-niveau)

In een buurthuis wordt weleens toneel gespeeld. Op de volgende plattegrond zie je het podium en een deel van de zaal. De zaal is 20 meter breed. Het podium is 8 bij 4 m. Ieder vierkantje is 1 bij 1 m. De dikke lijnen zijn zijn muren. De dikke stippellijn is de voorkant van het podium. Afstand en kijkhoek zijn belangrijk om het podium goed te overzien.



Elke stip op de plattegrond stelt een stoel voor. De stoel in rij A met nummer 8 noemt men stoel A8.

Cor zit in stoel C2 en Bert zit in stoel B1.

3p 6 □ Geef op de plattegrond aan welk deel van het podium Cor *wel*, maar Bert *niet* kan zien.

Stoel A9 staat precies 4 meter vanaf het midden (*) van het podium. Volgens Andrea staat stoel B4 precies $2\sqrt{2}$ zo ver van het midden af.

3p 7 □ Laat met een berekening zien of Andrea gelijk of ongelijk heeft.

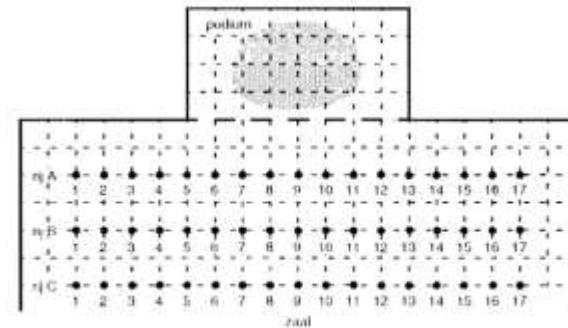
Vanuit stoel A9 is de kijkhoek naar het podium 127° . Volgens Ina is de kijkhoek vanuit stoel C7 $2\sqrt{2}$ zo klein.

5p 8 □ Laat met een berekening zien of Ina gelijk of ongelijk heeft.

Op de bijlage bij vraag 9 is de plattegrond groot afgedrukt. Het belangrijkste deel van het podium is grijs. Je wilt dat alle bezoekers volledig zien wat zich op dat grijze deel afspeelt.

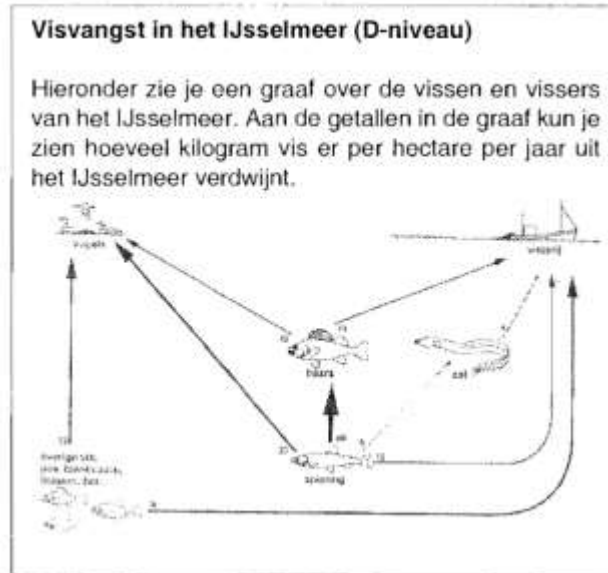
3p 9 □ Zet kruisjes door de stoelen die dan uit de zaal moeten. Uit de tekening moet blijken waarom dat zo is.

Bijlage bij vraag 9



Eindexamen: vmbo 1998

- Herken je probleem oplossen / modelleren?



Zo zie je bijvoorbeeld dat baarzen in één jaar maar liefst 60 kg spiering per hectare eten.
2p 10 □ Welke vissen worden door vogels gegeten volgens deze graaf?

Er verdwijnen veel kilogrammen vis uit het IJsselmeer.
5p 11 □ Bereken hoeveel procent hiervan door de visserij wordt gevangen. Schrijf de berekening op.

Op de bijlage bij vraag 12 zie je een kaartje van het IJsselmeer, schaal 1 : 1200 000. Het IJsselmeer heeft ongeveer dezelfde oppervlakte als de rechthoek die op de kaart getekend is.

6p 12 □ Maak een schatting hoeveel kg vis er per jaar door de vogels uit het IJsselmeer wordt gegeten. Laat zien hoe je aan het antwoord komt.

Bijlage bij vraag 12



schaal 1:1200 000

De nabije toekomst en dan het verleden

- ▶ Vooruitblik: huidige curriculumvernieuwing
- ▶ Terugblik: vernieuwing van 30 jaar terug
- ▶ Een vergelijking van de ontwikkelingen: looking back to the future

Bespreek voorbeelden en 1998-examen en voorstellen nieuwe eindtermen

- ▶ Wat zijn de belangrijkste verschillen tussen oude en nieuwe(re) schoolboekopgaven?
- ▶ Herken je bepaalde ontwikkelingen en wat is daar nog van over?
- ▶ Wat zijn jullie ervaringen met betrekking tot aandacht voor probleemaanpak en modelleren? En waarom die aandacht? Is het een eigen keuze, schoolboek vraagt erom, nodig voor eindexamen, ...?
- ▶ Wat vinden jullie van de nieuwe eindtermen modelleren en probleemaanpak? Hoe kunnen we die ambities waarborgen?

Conclusies over 30 jaar geleden?

Inhoudelijk:

- ▶ restanten van mtk in de onderbouw
- ▶ g&m even ook bij wiskunde A (DDM), maar lijkt weer verdwenen

Vaardigheden:

- ▶ probleemaanpak en modelleren om wiskunde te leren zijn verdwenen (?)
- ▶ WDAs voor teruggekomen (* opgaven)

Vermoeden

- ▶ hogere doelen zijn te handhaven met voorbeeldmateriaal en eindtermen en centrale examens.... (lastig te implementeren in huidige systeem?)