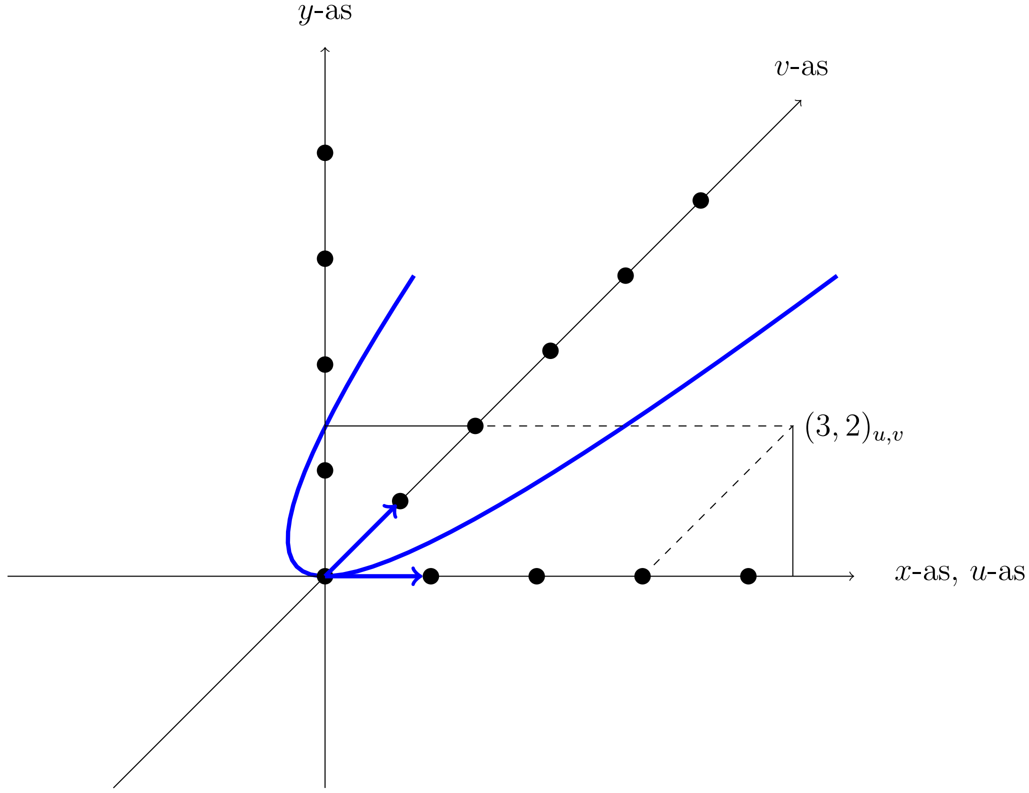
Workshop: De coördinaten van Jan de Witt

De vergelijking $v = u^2$ in een scheef stelsel I



- De hoek tussen de u-as en de v-as is hier 45°.
- Twee basisvectoren (pijlen) in het scheve u, v-assenstelsel: $(1, 0)_{u,v}$ en $(0, 1)_{u,v}$.
- In het x, y-stelsel beschrijf je deze twee met: $(1, 0)_{x,y}$ en ....
- Dus een punt $(u, v)_{u,v} = u(1, 0)_{u,v} + v(0, 1)_{u,v}$ in het u, v-stelsel leidt tot

  $$x = \text{...............}$$

  $$y = \text{...............}$$

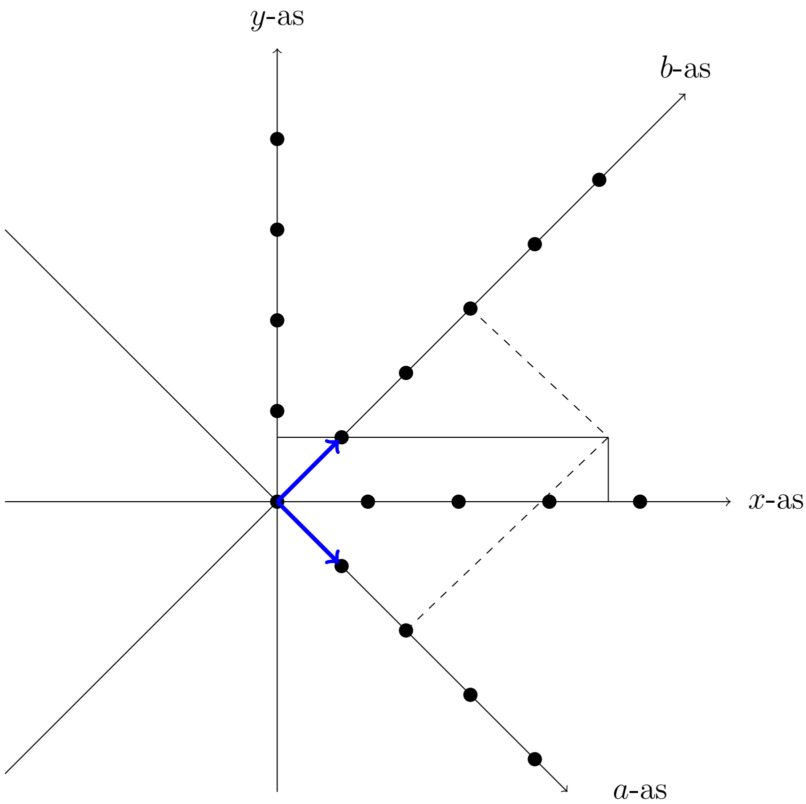
  Druk hiermee u, v uit in x, y:

  $$u = \text{...............}$$

  $$v = \text{...............}$$

- Schrijf de vergelijking $v = u^2$ om in x, y-coördinaten:

De vergelijking $v = u^2$ in een scheef stelsel II



- De twee basisvectoren in het scheve a, b-assenstelsel: $(1, 0)$ en $(0, 1)$.
- In het x, y-stelsel beschrijf je deze twee met: .... en ....
- Dus een punt $(a, b) = a(1, 0) + b(0, 1)$ in het a, b-stelsel leidt tot

$$x = \text{...............}$$

$$y = \text{...............}$$

(Druk hiermee a, b uit in x, y:

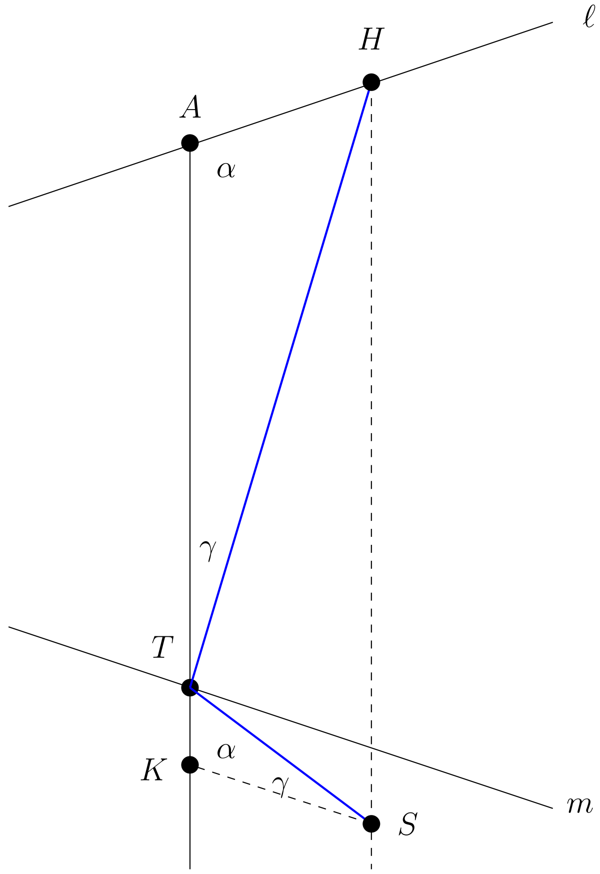
$$a = \text{...............}$$

$$b = \text{...............})$$

- Schrijf de vergelijking $\sqrt{2}\, y = (x - y)^2$ om in a, b-coördinaten:

Parabool à la De Witt

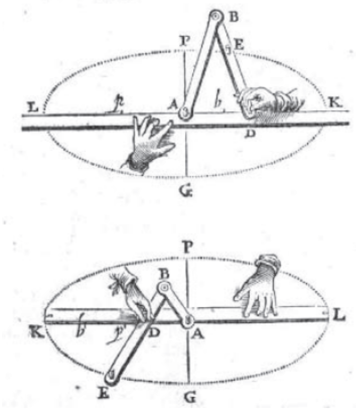
Gegeven: lijn ℓ, punt A op ℓ, punt T buiten ℓ, lijn m door T. De hoek tussen TA en ℓ is gelijk aan de hoek tussen TA en m (hieronder: α).
Constructie punten op parabool:
Draai lijn AT om T en laat m meedraaien (. Dit levert voor elke draaiingshoek γ een nieuwe lijn TH en een nieuwe lijn TS, waarbij H op ℓ ligt en S het snijpunt is van de gedraaide m met de lijn door H evenwijdig aan TA. Het punt S is het punt op de kromme. De lijn door S evenwijdig met m snijdt de lijn TA in K.



- Gebruik gelijkvormigheden om een verband tussen SK en TK te vinden. (TA is vast.)

- In termen van $x = TK$ en $y = SK$:

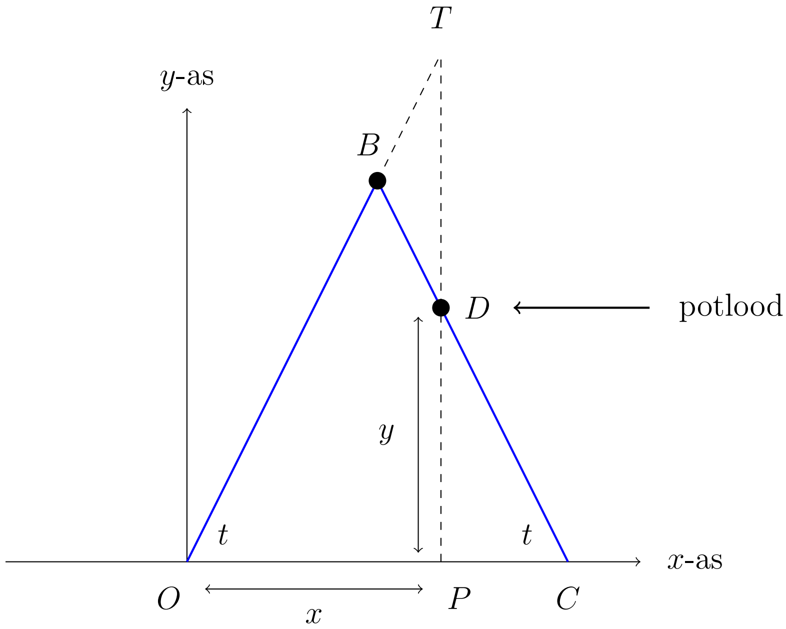
De ellipsograaf



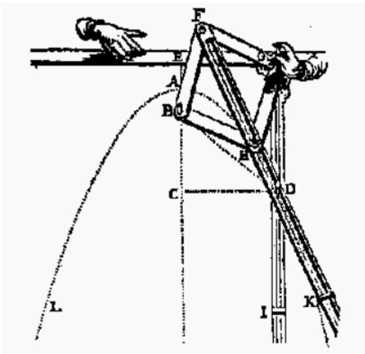
De vergelijking van een ellips 'op hoofdassen' is

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

met $a, b > 0$ de lengtes van de zgn. halve assen.
Gebruik bijvoorbeeld het plaatje hieronder en de gelijkheid $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$ om af te leiden dat de ellipsograaf een ellips tekent. Noem $\ell = OB = BC$; verder is $BD = \frac{1}{3} BC = \frac{1}{3}\ell$ gekozen in het plaatje.



De parabolograaf



Een bij de hoekpunten beweegbare ruit

- Hoekpunt B vast (brandpunt)
- Hoekpunt G beweegt over richtlijn
- Verlengde FH snijdt verticaal door G in D

Breng bijvoorbeeld een assenstelsel aan met $\ell : y = 1$, $B = (0, -1)$. Laat $D = (x, y)$.